Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok

MATEMATIKA

INFORMATIKA

FIZIKA

CSILLAGÁSZAT

FÖLDRAJZ

KÉMIA

NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ

Négyjegyű függvénytáblázatok, összefüggések és adatok

MATEMATIKA

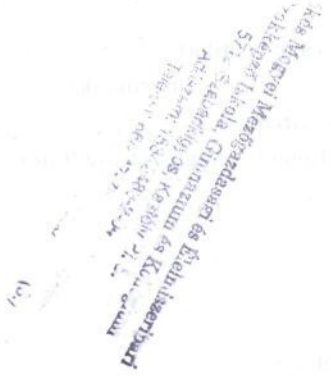
INFORMATIKA

FIZIKA

CSILLAGÁSZAT

FÖLDRAJZ

KÉMIA



JAVÍTOTT KIADÁS!

NEMZETI TANKÖNYVKIADÓ, BUDAPEST

1. ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK

1.1. Néhány állandó

*1.1.1. A **Ludolf-féle** szám, a kör kerületének és átmérőjének aránya (transzcendens)*

$\pi \approx$ 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 ...

$\pi \approx 22 : 7$; $\pi \approx 355 : 113$.

*1.1.2. Az **Euler-féle szám**, természetes logaritmus alapszáma (transzcendens)*

$e \approx$ 2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995
95749 66967 62772 40766 30353 54759 45713 82178 52516 64274 ...

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

1.1.3. A 10 alapú logaritmus modulusa (M) és reciproka

$M = \lg e \approx$ 0,43429 44819 03251 82765 11289 18916 ...

$\frac{1}{M} = \ln 10 \approx$ 2,30258 50929 94045 68401 79914 54684 ...

1.2. Görög betűk

A	α	alfa	H	η	éta	N	ν	nű	T	τ	tau
B	β	béta	Θ	ϑ	théta	Ξ	ξ	kszi	Υ	υ	üpszilon
Γ	γ	gamma	I	ι	ióta	O	o	omikron	Φ	φ	fí
Δ	δ	delta	K	κ	kappa	Π	π	pí	X	χ	khi
E	ε	epszilon	Λ	λ	lambda	P	ρ	ró	Ψ	ψ	pszi
Z	ζ	zéta	M	μ	mű	Σ	σ	szigma	Ω	ω	ómega

1.3. Jelölések, kapcsolatok

$\lvert a \rvert$	az a szám abszolútértéke
$[a]$	az a szám egész része
$[a;b]$	zárt intervallum
$]a;b[$	nyílt intervallum
$[a;b[$	balról zárt, jobbról nyílt intervallum
$]a;b]$	balról nyílt, jobbról zárt intervallum
AB	szakasz, távolság
$\overrightarrow{AB}$, **a**, **b**	irányított szakasz, vektor

2.1. Matematikai logika

2.1.1. Jelölések, műveletek

Kijelentések: $a, b, c, \ldots$

$h = \downarrow = 0$ = a *hamis* érték $\qquad$ $i = \uparrow = 1$ = az *igaz* érték.

$\neg a$; *negáció* (NEM, tagadás),
$a \vee b$; *diszjunkció* (megengedő vagy),
$a \wedge b$; *konjunkció* (ÉS),
$a \Rightarrow b$; *implikáció*,
$a \Leftrightarrow b$; *ekvivalencia*,
$a \oplus b$; *antivalencia* (kizáró vagy).

2.1.2. Igazságtáblázatok

$a =$	h	h	i	i
$b =$	h	i	h	i
$\neg a$	i	–	h	–
$a \vee b$	h	i	i	i
$a \wedge b$	h	h	h	i
$a \Rightarrow b$	i	i	h	i
$a \Leftrightarrow b$	i	h	h	i
$a \oplus b$	h	i	i	h
$\neg(a \vee b)$	i	h	h	h
$\neg(a \wedge b)$	i	i	i	h

2.1.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok

$\neg(\neg a) = a$		
$\neg h = i$	$\neg i = h$	
$a \vee h = a$	$a \wedge i = a$	
$a \vee i = i$	$a \wedge h = h$	
$a \vee \neg a = i$	$a \wedge \neg a = h$	
$a \vee b = b \vee a$	$a \wedge b = b \wedge a$	kommutatív
$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$	asszociatív
$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	disztributív
$a \vee (a \wedge b) = a$	$a \wedge (a \vee b) = a$	abszorbció (elnyelési tulajdonság)
$a \vee a = a$	$a \wedge a = a$	idempotens
$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$	$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$	De Morgan-szabályok

2.2.1. Elnevezések, összefüggések

Adott, ismert egy halmaz, ha mindenről el lehet dönteni, hogy eleme-e vagy sem.

Jelölések:

$a \in H$ – *az a elem a H halmazhoz tartozik, annak eleme.*

$x \notin T$ – *az x elem nem tartozik a T halmazhoz, annak nem eleme.*

Halmaz megadása:

Az elemek felsorolásával. Pl.: $\{0;\ 2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ – *a páros számjegyek halmaza.*

Eldöntési szabállyal. Pl.: $\{x \mid E(x)\}$ – *az $E(x)$ szabálynak megfelelő x elemek halmaza.*

Egyenlő két halmaz akkor és csak akkor, ha ugyanazokból az elemekből állnak.

Venn-diagram: a halmazok egymás közötti viszonyát ábrázoló grafikon.

Részhalmaza a Q halmaz egy H halmaznak, ha minden eleme H-nak is eleme:

$$Q \subseteq H \Leftrightarrow \forall x : (x \in Q \Rightarrow x \in H).$$

Valódi részhalmaz: $Q \subset H \Leftrightarrow (Q \subseteq H) \wedge (Q \neq H)$.

Üres halmaz, aminek nincsenek elemei: $\emptyset$.

Minden H halmazra igaz: $\emptyset \subseteq H$.

Univerzális halmaz (U): minden létezőt egyesítő halmaz.

Minden H halmazra igaz: $H \subseteq U$.

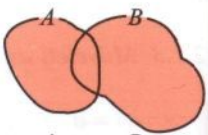
Számosság: az A halmaz elemeinek száma = card(A).

A természetes számok halmazának számossága: $\text{card}(\mathbb{N}) = \aleph_0$ (olv.: alef-null).

2.2.2. Műveletek halmazokkal

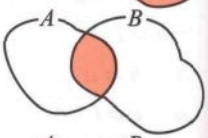
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$; A és B **egyesítése** (uniója),

$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$,

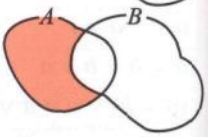


$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$; A és B **metszete** (közös része),

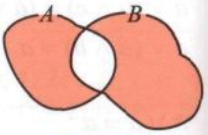
$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n$,



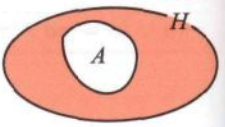
$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$; A és B **különbsége, különbséghalmaza,**



$A \odot B = A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$; A és B **szimmetrikus különbsége,**



$\overline{A_H} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in H\} = H \setminus A$; A-nak H-beli **komplementere,**



$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$; A és B **Descartes-szorzata,**

$A^2 = A \times A$; A halmaz **kétszeres Descartes-szorzata,**

$A^n = A \times A \times \ldots \times A$; A halmaz **n-szeres Descartes-szorzata.**

2.2.3. Műveleti azonosságok, tulajdonságok

$A, B, C, \ldots$ részhalmazai H-nak, $\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}, \ldots$ ezek H-beli komplementere.

$\overline{\overline{A}} = A$		
$\overline{\emptyset} = H$	$\overline{H} = \emptyset$	
$A \cup \emptyset = A$	$A \cap H = A$	
$A \cup H = H$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	
$A \cup \overline{A} = H$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$	
$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$	kommutatív
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	asszociatív
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	disztributív
$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$	adjunktív (abszorpciós tulajdonság)
$A \cup A = A$	$A \cap A = A$	idempotens
$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	De Morgan-szabályok

2.3. Gráfok

2.3.1. Elnevezések, összefüggések

A csúcsok fokszáma, foka: a rá illeszkedő élek száma.

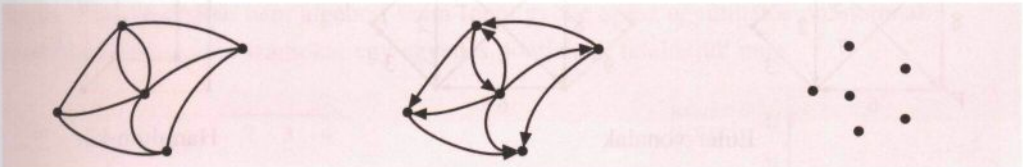
A csúcs *be-foka* a csúcsba futó, a *ki-foka* a belőle induló irányított élek száma.

Reguláris gráf: minden csúcsnak azonos a fokszáma (r-edfokú reguláris gráf).

Többszörös (párhuzamos) élek: ugyanazt a két csúcsot kötik össze.

Hurokél: azonos a két végpontja.

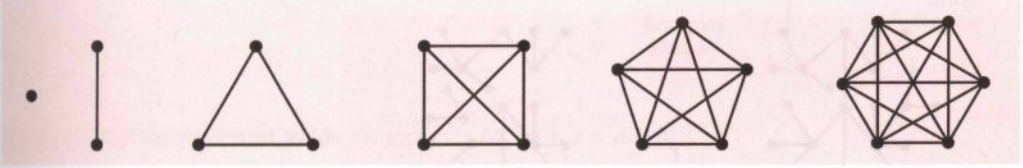
Izolált csúcs: amelyhez nem csatlakozik él.



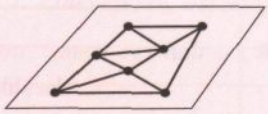
irányítás nélküli gráf irányított gráf üres gráf

Üres gráf: nincsenek élei, a csúcsai *izoláltak.*

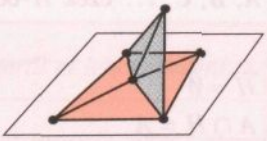
Teljes gráf: bármely két csúcsa közt van él.



Síkbeli gráf: megrajzolható a képe úgy, hogy az élek nem metszik egymást.



síkbeli gráf



nem síkbeli gráf

Sokszöggráf: a grafikus ábra sokszög alakú *tartományokból* áll.

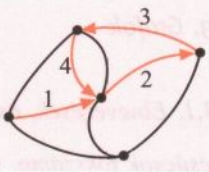
Euler tétele: A sokszöggráfban csúcsok + tartományok száma = élek száma + 2.

Szabályos gráf: minden tartományt azonos számú él határol.

Vonal: összefüggő élsorozat, amely egy élen nem halad át többször.

Út: vonal, amely egy csúcsot nem érint többször.

Körvonal, kör: vonal, amelynek a végpontja a kezdőponttal azonos.



vonal: 1–2–3–4

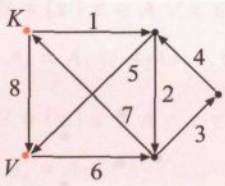
út: 1–2–3

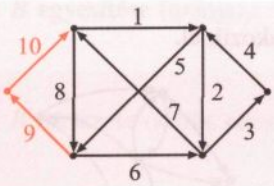
kör: 2–3–4

Összefüggő gráf: van út bármelyik két csúcsa között.

Euler-vonal: minden élt tartalmaz.

Hamilton-kör: minden csúcsot érint.





Euler-vonalak

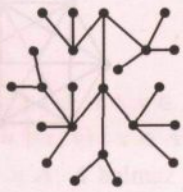
Hamilton-kör

Fa, (fa-gráf): kör nélküli összefüggő gráf.

A fa csúcsainak száma = élek száma + 1.

Erdő: minden komponense fa.

Az erdő csúcsainak száma = élek száma + komponensek száma.



fa

erdő

3.1. Számhalmazok

3.1.1. Elnevezések, jelölések

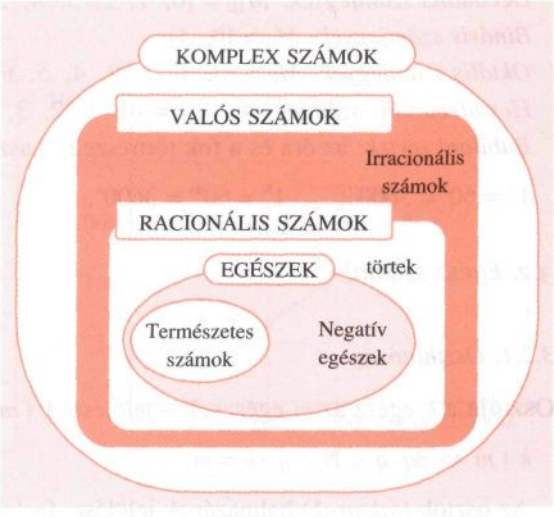
Természetes szám: véges elemszámú halmaz számossága.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ a természetes számok halmaza.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ a pozitív egészek halmaza.

$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$ a negatív egészek halmaza.

$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^-$ az egészek halmaza.



Racionális számok:

a) egész számok hányadosai (a 0 osztó kivétel).

b) végtelen szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}$ a racionális számok halmaza.

Irracionális számok: végtelen nem szakaszos tizedes- (helyiértékes) törtek.

$\mathbb{Q}^*$ az irracionális számok halmaza.

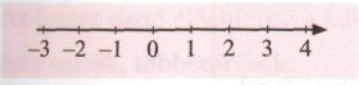
Valós számok: a racionális és az irracionális számok. $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*$ a valós számok halmaza.

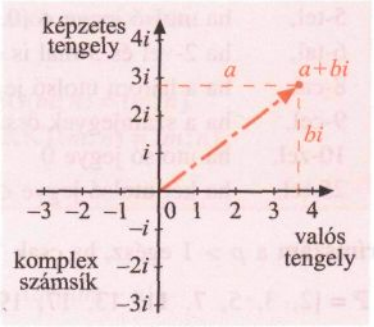
Algebrai szám: egész együtthatós polinom gyöke.

$$P_n(x) = a_n \cdot x^n + \ldots + a_1 \cdot x + a_0; \qquad \forall i: a_i \in \mathbb{Z},\ a_i \neq 0.$$

Transzcendens szám: nem algebrai szám (nem gyöke egész együtthatós polinomnak).

Számegyenes: a valós számokat egy egyenes pontjainak feleltetjük meg.





Komplex szám: rendezett valós számpár: $(a, b) = z = a + bi$.

$\mathbb{C}$ a komplex számok halmaza.

Számsík (***Gauss-féle számsík***): a komplex számokat egy sík pontjainak feleltetjük meg.

3.1.2. Számírás, számrendszerek

Római csomószámok és értékük:

$\{I,\ V,\ X,\ L,\ C,\ D,\ M\} \rightarrow \{1,\ 5,\ 10,\ 50,\ 100,\ 500,\ 1000\}$

Helyiértékes számírás:

Decimális számjegyek: $M_{10} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

Bináris számjegyek: $M_2 = \{0,\ 1\}$

Oktális számjegyek: $M_8 = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$

Hexadecimális számjegyek: $M_{16} = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F\}$

Babiloni törtek: az óra és a fok törtrészeire használatos 60-ados törtek.

$1^\circ = 60' = 3600''$; $\quad 1^h = 60^m = 3600^s$.

3.2. Egész számok

3.2.1. Oszthatóság

Osztója a k egész az m egésznek – jelölése: $k \mid m$ –, ha:

$k \mid m \Leftrightarrow \exists q: q \in \mathbb{N} \wedge q \cdot k = m.$

Az osztók (*faktorok*) halmazának jelölése: $\text{fac}[x] = \{k : k \mid x,\ x \in \mathbb{N}\}$.

Többszöröse az m egész a k egésznek, ha k osztója m-nek: $k \mid m$.

A többszörösök halmazának jelölése: $\text{fac}^{-1}[x] = \{k : x \mid k,\ x \in \mathbb{N}\}$

Oszthatósági szabályok (10-es számrendszerben):

$m = \alpha_n \cdot 10^n + \ldots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0 = (\alpha_n \ldots \alpha_1 \alpha_0)_{10}$

Egy m egész osztható

2-vel,	ha utolsó jegye $\in \{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
3-mal,	ha a számjegyek összege osztható 3-mal
4-gyel,	ha a két utolsó jegyből képzett szám osztható 4-gyel
5-tel,	ha utolsó jegye $\in \{0,\ 5\}$
6-tal,	ha 2-vel és 3-mal is osztható
8-cal,	ha a három utolsó jegyből képzett szám osztható 8-cal
9-cel,	ha a számjegyek összege osztható 9-cel
10-zel,	ha utolsó jegye 0
25-tel,	ha két utolsó jegye $\in \{00,\ 25,\ 50,\ 75\}$

Prímszám a $p > 1$ egész, ha csak 1 és p az osztója $\Leftrightarrow \text{fac}[p] = \{1,\ p\}$.

$\mathbb{P} = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ 31,\ 37,\ \ldots\}$ (lásd 10.9. táblázat, 94. oldal)

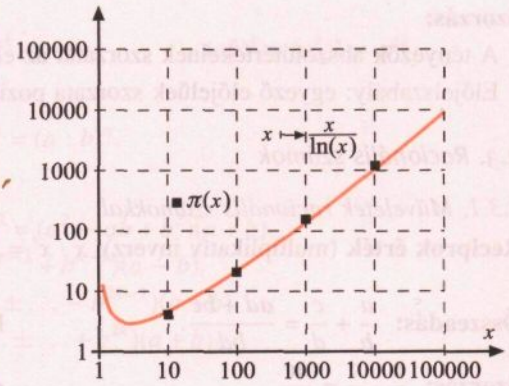
Összetett az m egész, ha 1-nél nagyobb és nem prím. (lásd 10.10. táblázat, 95. oldal)

A prímek száma x-ig: $\pi(x) = \text{card}(\mathbb{P} \cap \{1, 2, 3, \ldots, x\})$

Becslés a prímek számára:

$$1.\ \pi(x) \approx \frac{x}{\ln x}; \qquad 2.\ \pi(x) \approx \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$$

x	$\pi(x)$	$\pi(x) : \frac{x}{\ln x}$
10	4	0,92
100	25	1,15
1 000	168	1,16
10 000	1 229	1,32
100 000	9 592	1,10
1 000 000	78 498	1,08
10 000 000	664 579	1,07
100 000 000	5 761 455	1,06
1 000 000 000	50 847 534	1,054
10 000 000 000	455 052 512	1,048



A számelmélet alaptétele:

Minden 1-nél nagyobb természetes szám – a tényezők sorrendjétől eltekintve – egyféleképpen írható fel prímhatványok szorzataként. Ez a szám **kanonikus alakja:**

$$m = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot p_i^{n_i} \cdot \ldots \cdot p_k^{n_k}$$

Prímosztók: $p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_k$.

Prímhatvány-osztók: $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \ldots, p_i^{\alpha_i}, \ldots, p_k^{\alpha_k}$;

$\forall i: i \in \{0, 1, \ldots, k\}, \forall \alpha_i: \alpha_i \in \{0, 1, \ldots, n_i\}$.

Az osztók száma: $d(m) = (n_1 + 1)(n_2 + 1) \ldots (n_k + 1)$.

Az összes osztó előállítható a különböző prímhatvány-osztók szorzataként.

Közös osztók, többszörösök:

Két szám – m és n – legnagyobb közös osztója $l = \text{LNKO}(m; n) = (m; n)$.

Két szám – m és n – legkisebb közös többszöröse $k = \text{LKKT}(m; n) = [m; n]$.

Kapcsolatuk: $\text{LNKO}(m; n) \cdot \text{LKKT}(m; n) = mn$.

Relatív prím két szám – m és n –, ha $\text{LNKO}(m; n) = 1$.

Oszthatósági tételek:

Ha $(q \mid m) \wedge (q \mid n) \Rightarrow (q \mid m \cdot n) \wedge \big(q \mid (m + n)\big) \wedge (q \mid |m - n|)$.

Ha $(a \mid b) \wedge (b \mid c) \Rightarrow a \mid c$.

Ha $(p \in \mathbb{P}) \wedge (p \mid m \cdot n) \Rightarrow (p \mid m) \vee (p \mid n)$.

3.2.2. Műveletek egész számokkal

Összeadás:

Két azonos előjelű szám összeadásakor abszolútértékeik összegét a közös előjellel látjuk el.

Két különböző előjelű számot úgy adunk össze, hogy abszolútértékeik különbségét a nagyobb abszolútértékű szám előjelével látjuk el.

Kivonás:

A kivonandót ellenkező előjellel adjuk hozzá a kisebbítendőhöz.

Szorzás:

A tényezők abszolútértékeinek szorzatát az előjelszabály szerint előjelezzük.

Előjelszabály: egyező előjelűek szorzata pozitív, különbözőké negatív előjelet kap.

3.3. Racionális számok

3.3.1. Műveletek racionális számokkal

Reciprok érték (multiplikatív inverz): $x \cdot x' = 1 \Leftrightarrow x' = \frac{1}{x}, \quad x \neq 0.$

Összeadás: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}.$ **Kivonás:** $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}.$

Szorzás: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$ **Osztás:** $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$

3.4. Valós számok

3.4.1. Exponenciális (lebegőpontos) alak: $x = m \cdot q^k$.

Mantissza := $m \in \mathbb{Q}$,

Karakterisztika := $k \in \mathbb{Z}$,

A számrendszer alapja := q.

Normálalak: olyan exponenciális alak, amelynél vagy a mantissza, vagy a karakterisztika az előírt tartományba esik:

Tudományos	a mantissza $\in [1; 10[$	$25\,600 = 2{,}56 \cdot 10^4 = 2{,}56\text{E}+4$
Műszaki	a karakterisztika 3 többszöröse	$25\,600 = 25{,}6 \cdot 10^3 = 25{,}6\text{E}+3$
Informatikai	a mantissza $\in [0{,}1; 1[$	$25\,600 = 0{,}256 \cdot 10^5 = 0{,}256\text{E}+5$

3.4.2. Az összeadás és szorzás tulajdonságai

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$a + b = b + a$	$ab = ba$	kommutativitás
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$	asszociativitás
$(a + b)c = ac + bc$		a szorzás disztributivitása az összeadásra

3.4.3. Hatványok azonosságai

$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, \forall n, k \in \mathbb{Z}$

Pozitív egész kitevőjű hatvány: $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$. (lásd 10.2. táblázat, 78. oldal)

Negatív egész és 0 kitevőjű hatvány: $a^{-n} := \frac{1}{a^n}$; $a^0 := 1$.

Racionális kitevőjű hatvány: $a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a}$; $a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}$.

Azonos alapú hatványok:

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$. $\quad a^n : a^k = a^{n-k}$. $\quad (a^n)^k = (a^k)^n = a^{nk}$.

Azonos kitevőjű hatványok:

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$. $\quad a^n : b^n = (a : b)^n$.

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$a^3 - b^3 = (a^2 + ab + b^2)(a-b)$. $\quad a^3 + b^3 = (a^2 - ab + b^2)(a+b)$.

$a^n - b^n = (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})(a-b)$.

$a^{2k} - b^{2k} = (a^{2k-1} - a^{2k-2}b + a^{2k-3}b^2 - \ldots \pm \ldots - b^{2k-1})(a+b)$.

$a^{2k+1} + b^{2k+1} = (a^{2k} - a^{2k-1}b + a^{2k-2}b^2 - \ldots \pm \ldots + b^{2k})(a+b)$.

Többtagúak hatványai:

Binomiális tétel:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n,$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

A binomiális együtthatók: (lásd 10.11. táblázat, 96. oldal)

$$\binom{n}{k} := \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

Faktoriális: (lásd 10.13. táblázat, 97. oldal)

Jele: !, olvasd: faktoriális.

$0! = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}, n > 0$: $n! = (n-1)! \cdot n = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$.

Stirling-formula: $n! \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n$.

3.4.4. Gyökök azonosságai

$\forall a,\ b \in \mathbb{R}^+;\ \forall n,\ k \in \mathbb{Z};\ n, k \geq 2.$ $\qquad \sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a.$

Racionális kitevőjű hatvány: $a^{\frac{1}{k}} := \sqrt[k]{a};\ a^{\frac{n}{k}} := \sqrt[k]{a^n}.$

Azonos alapú gyökök: (lásd 10.3. táblázat, 80. oldal)

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{n+k}}.$ $\qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[k]{a} = \sqrt[nk]{a^{k-n}}.$

$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}.$ $\qquad \sqrt[k]{a^n} = \left(\sqrt[k]{a}\right)^n = a^{\frac{n}{k}}.$

Azonos kitevőjű gyökök:

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}.$ $\qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}.$

3.4.5. Logaritmusok azonosságai (lásd 10.4. táblázat, 84. oldal)

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\},\ \forall x, y \in \mathbb{R}^+,\ \forall n \in \mathbb{Z}.$ $\qquad a^{\log_a b} = b.$

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b.$

Azonos alapú logaritmusok:

$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y.$ $\qquad \log_a(x : y) = \log_a x - \log_a y.$

$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x.$ $\qquad \log_a\left(\sqrt[n]{x}\right) = \left(\log_a x\right) : n.$

$\log_a a = 1.$ $\qquad \log_a 1 = 0.$

Különböző alapú logaritmusok:

$\log_a b \cdot \log_b a = 1.$ $\qquad \log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b} = \log_b a \cdot \log_a x.$

$\lg x = \log_{10} x.$ $\qquad \ln x = \log_e x.$

$\lg x = M \cdot \ln x \approx 0{,}43429 \cdot \ln x.$ $\qquad \ln x = \dfrac{1}{M} \lg x \approx 2{,}3059 \cdot \lg x.$

3.5. Komplex számok

3.5.1. Képzetes (imaginárius) számok

Képzetes egység: az $x^2 = -1$ egyenlet egyik gyöke. Jelölése: $i = \sqrt{-1}$.

A képzetes számok halmaza: $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \wedge i^2 = -1\}$

A képzetes egység hatványai:	$\forall n \in \mathbb{N}$	φ
$i^{4n} =$	$+1$	$0°$
$i^{4n+1} =$	i	$90°$
$i^{4n+2} =$	-1	$180°$
$i^{4n+3} =$	$-i$	$270°$

3.5.2. *Komplex számok*

Képzetes (imaginárius) számok

Képzetes egység: az $x^2 = -1$ egyenlet egyik gyöke. Jelölése: i.

A képzetes számok halmaza: $\mathbb{I} = \{bi \mid b \in \mathbb{R} \ \wedge \ i^2 = -1\}$.

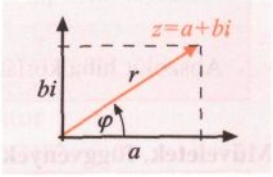
A komplex számok halmaza: $\mathbb{C} = \{z = a + bi \mid a \in \mathbb{R} \wedge bi \in \mathbb{I}\} = \mathbb{R} \times \mathbb{I}$

Aritmetikus alak: $z = a + bi$.

Trigonometrikus alak: $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$.

Exponenciális alak: $z = r \cdot e^{\varphi i}$; (***Euler-féle alak***).

Abszolútérték (modulus): $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

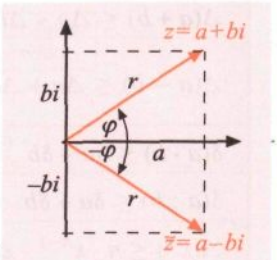


Argumentum: $\varphi = \arg(z)$; $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{b}{a}$, ha $z \neq 0$.

Valós rész: $\mathrm{Re}(z) = \Re(z) = a = r\cos\varphi$.

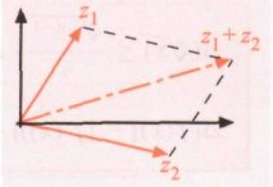
Képzetes rész: $\mathrm{Im}(z) = \Im(z) = bi = ri\sin\varphi$.

Konjugált komplex számok:



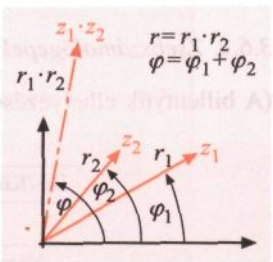
$$\begin{cases} z = a + bi = r[\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)] = re^{\varphi i} \\ \bar{z} = a - bi = r[\cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)] = re^{-\varphi i} \end{cases}.$$

Műveletek:



$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$.

$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$.



$z_1 \cdot z_2 = [r_1 \cdot r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = [r_1 \cdot r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$.

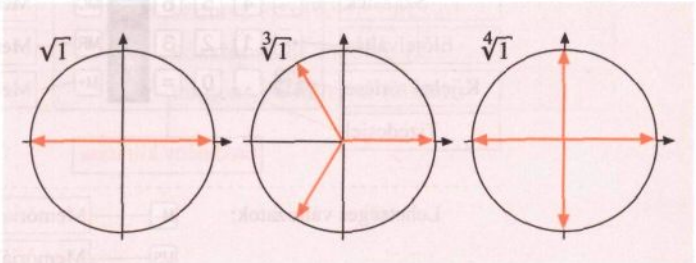
$z_1 : z_2 = [r_1 : r_2] \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = [r_1 : r_2] \cdot e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$.

$z^n = r^n \cdot [\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)] = r^n \cdot e^{in\varphi}$; $n \in \mathbb{Z}$.

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cdot \left[\cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)\right] = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{\varphi + 2k\pi}{n}};.$$

$n \in \mathbb{N}^+$, $k = 0, \ldots, n-1$.

Egységgyökök:



$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$$

$\forall k: k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$.

3.6. Gyakorlati számítások

3.6.1. Hibaszámítás

Jelölés: $a, b, \ldots$ közelítő értékek, $\overline{a}, \overline{b}, \ldots$ pontos értékek.

Hiba, hibakorlát:

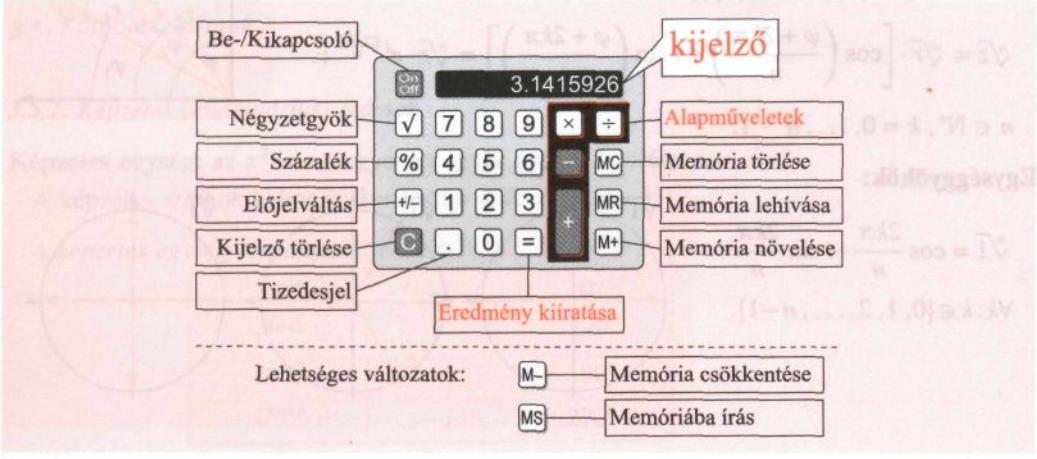
Abszolút hiba: $\lvert a - \overline{a}\rvert$	Relatív hiba: $\dfrac{\lvert a - \overline{a}\rvert}{a}$.
Abszolút hiba korlátja: $\Delta a \geq \lvert a - \overline{a}\rvert$	Relatív hiba korlátja: $\delta a = \dfrac{\Delta a}{a}$.

Műveletek, függvények hibakorlátja:

$\Delta(a+b) \leq \Delta a + \Delta b$	$\delta(a+b) \leq \delta a + \delta b$
$\Delta(a-b) \leq \Delta a + \Delta b$	$\delta(a-b) \leq \dfrac{\Delta a + \Delta b}{\lvert a-b\rvert}$
$\delta(a \cdot b) \leq \delta a + \delta b$	$\delta(a \cdot b) \leq \delta a + \delta b$
$\delta(a : b) \leq \delta a + \delta b$	$\delta(a : b) \leq \delta a + \delta b$
$\Delta(x^n) \leq n \cdot x^{n-1} \cdot \Delta x$	$\delta(x^n) \leq n \cdot \delta x$
$\Delta(\sqrt[n]{x}) \leq \dfrac{\sqrt[n]{x^{n-1}}}{n} \cdot \Delta x$	$\delta(\sqrt[n]{x}) \leq \dfrac{\delta x}{n}$
$\Delta[f(x)] \leq \lvert f'(x)\rvert \cdot \Delta x$	$\delta[f(x)] \leq \left\lvert \dfrac{x \cdot f'(x)}{f(x)} \right\rvert \cdot \delta x$

3.6.2. Zsebszámológépek

(A billentyűk elhelyezése, száma, fajtája típusonként, gyártónként különböző!)



Operandusok: a kijelzőn látható számok.

1. számbillentyűkön beírt adat.
2. memóriából lehívott adat.
3. előző művelet eredménye.

Egyszerű számológép:

Elvégezhető műveletek: alapműveletek, négyzetgyökvonás, százalékszámítás.

Tudományos számológép:

A leggyakoribb beépített függvények:

x^2	négyzet
$\sqrt{x}$, sqrt	négyzetgyök
$1/x$	reciprok
$x\hat{}y$	hatvány: x^y
e^x	exponenciális
$\ln x$	természetes logaritmus
10^x	10 hatványa
$\log x$	10-es alapú logartimus
$\sin x$, $\sin^{-1} x$	szinusz és inverze (arcsin)
$\cos x$, $\cos^{-1} x$	koszinusz és inverze (arccos)
$\tan x$, $\tan^{-1} x$	tangens és inverze (arctan)

4.1. Sorozatok, sorok

4.1.1. Alapfogalmak, tulajdonságok

Jelölések:

a sorozat: $\{a_k\} = a_1, a_2, a_3, \ldots, a_k, \ldots$

kezdő szelete: $\{a_k\}_n = a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

Elnevezések:

a_n, a_k – a sorozat *tagjai*.

n, k – az a_n, a_k tagok *indexe*.

S_n – az első n tag *összege*.

Sor: $\{S_n\} = S_1, S_2, S_3, \ldots$ – a részletösszegek sorozata.

Sorozatok típusai, tulajdonságai:

$\forall k$: $a_k > 0$	pozitív definit,
$\forall k$: $a_k < 0$	negatív definit,
$\forall k$: $a_k \leq a_{k+1}$	monoton növekvő,
$\forall k$: $a_k < a_{k+1}$	szigorúan monoton növekvő,
$\forall k$: $a_k \geq a_{k+1}$	monoton csökkenő,
$\forall k$: $a_k > a_{k+1}$	szigorúan monoton csökkenő,
$(a_k - a_{k-1}) \cdot (a_{k+1} - a_k) < 0$	oszcilláló (váltakozó).

4.1.2. Nevezetes sorozatok

	Számtai sorozat	Mértani sorozat
Általános tag	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
Képzési szabály	$a_n = a_{n-1} + d$	$a_n = a_{n-1} \cdot q$
Első n tag összege	$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$	$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $q \neq 1$ $S_n = n \cdot a_1$, ha $q = 1$
Közepek ($k < n$)	$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$	$\lvert a_n \rvert = \sqrt{a_{n+k} \cdot a_{n-k}}$

d (differencia) a számtani sorozat különbsége, állandó.

q (kvóciens) a mértani sorozat hányadosa, állandó.

A végtelen mértani sor összege:

konvergens és $\lim\limits_{n \to \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$, ha $|q| < 1$, különben S_n nem korlátos.

4.1.3. Középértékek

Aritmetikai közép:	$A = \dfrac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{n}.$
Geometriai közép:	$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i}.$
Harmonikus közép:	$\dfrac{n}{H} = \dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \ldots + \dfrac{1}{a_n} = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{a_i}; \qquad H = \dfrac{n}{\sum \frac{1}{a_i}}.$
Négyzetes közép:	$Q = \sqrt{\dfrac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}{n}}.$

A közepek kapcsolata (pozitív tagú sorokra):

Ha minden tag azonos, akkor $H = G = A = Q$,

különben $H < G < A < Q$.

4.2. Kamatszámítás

4.2.1. Egyszeri kamat

T összeg (tőke, betét, kölcsön) évi $p\%$-os kamata: $k = T \cdot \dfrac{p}{100}$.

Kamatényező $p\%$-os kamatlábnál: $q = \dfrac{100 + p}{100} = 1 + \dfrac{p}{100}$.

T összeg $p\%$-os kamattal felnövekedett értéke: $T + k = T \cdot q$.

4.2.2. Kamatos kamat

A T_0 induló tőke n év alatt felnövekedett értéke: $T_n = T_0 \cdot \left(\dfrac{100 + p}{100}\right)^n$.

A T_0 induló tőke n év alatt amortizálódott értéke: $T_n = T_0 \cdot \left(\dfrac{100 - p}{100}\right)^n$.

A T_n összeg évi $p\%$-kal diszkontált értéke: $T_0 = T_n \cdot \left(\dfrac{100}{100 + p}\right)^n$.

Az a járadék n év alatt felnövekedett értéke: $S_n = \dfrac{100a}{p}(q^n - 1)$.

4.2.3. Járadék, kölcsön

Az a járadéknak az n-edik év végére felnövekedett értéke,

ha a befizetés minden év *elején* esedékes: $S_n = aq \cdot \dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}$.

ha a befizetés minden év *végén* esedékes: $S_n = S_n^* = a\dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}$.

A T hitel törlesztésének évi részlete (annuitás),

ha a törlesztés minden év *végén* esedékes: $A = \dfrac{T}{100} \cdot \dfrac{q^n \cdot p'}{q^n - 1}$.

4.3. Kombinatorika

	Ismétlés nélküli	**Ismétléses**
Permutációk	$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$,	$P_n^{(n_1, n_2, \ldots, n_k)} = \dfrac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!}$.
Kombinációk	$C_n^k = \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$,	$C_n^k(\text{ism}) = \binom{n+k-1}{k} = \dfrac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$.
Variációk	$V_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$,	$V_n^k(\text{ism}) = n^k$.

4.4. Egyenletek

4.4.1. Alapfogalmak, elnevezések

Az egyenletben szereplő kifejezés:

Algebrai, ha az x ismeretlen csak (+, −, ·, /, x^n, $\sqrt[n]{x}$) műveletekben szerepel,

racionális egész: az ismeretlen csak (+, −, ·, x^n) műveletekben szerepel.

racionális tört: az előbbiek mellett az ismeretlennel való osztás is szerepel.

irracionális: az ismeretlen adott törtkitevős hatványa (gyöke) is szerepel.

Transzcendens (nem algebrai), ha logaritmusos, exponenciális, trigonometrikus stb. kifejezésekben is szerepel az ismeretlen.

4.4.2. Algebrai egyenletek

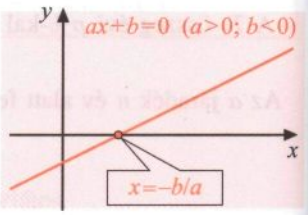
Kanonikus polinomalak: $P^n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$.

Elsőfokú egyenlet

Kanonikus alak: $ax + b = 0$.

Redukált alak: $x + p = 0$, $p = \dfrac{b}{a}$.

Gyöke: $x = -\dfrac{b}{a} = -p$.



Másodfokú egyenlet

Kanonikus alak: $ax^2 + bx + c = 0$.

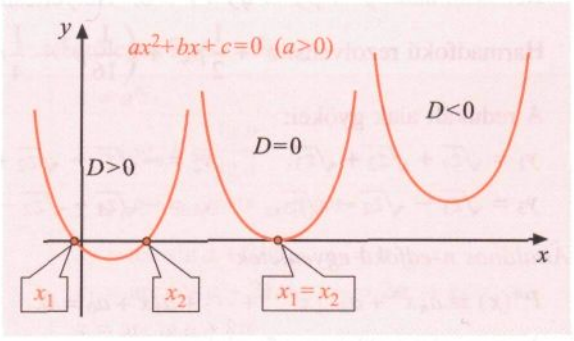
Redukált alak:

$x^2 + px + q = 0, \quad p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}.$

Diszkrimináns:

$D = b^2 - 4ac, \quad D^* = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q.$

Ha $D > 0$: két valós gyök.
Ha $D = 0$: két egyező valós gyök.
Ha $D < 0$: két komplex gyök.



Megoldóképlet:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}.$$

Gyökök: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} + \sqrt{D^*}, \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -\frac{p}{2} - \sqrt{D^*}.$

A gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -p, \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = q, \qquad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c} = -\frac{p}{q}.$$

Harmadfokú egyenlet

Kanonikus alak: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

Redukált alak: $y^3 + 3py + 2q = 0$, az $x = y - \frac{b}{3a}$ helyettesítés után.

Diszkrimináns: $D = q^2 + p^3$.
Ha $D < 0$: három különböző valós gyök (*casus irreducibilis*).
Ha $D = 0$: három valós gyök (egyik kétszeres).
Ha $D > 0$: egy valós és két komplex gyök.

Cardano-formula az u, v segédváltozókra: $u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}}$, $v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}$.
A redukált alak gyökei:

$$y_1 = u + v, \qquad y_2 = \varepsilon_1 u + \varepsilon_2 v, \qquad y_3 = \varepsilon_2 u + \varepsilon_1 v. \qquad \varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i.$$

Gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a}, \qquad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d}.$$

Negyedfokú egyenlet

Kanonikus alak: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$.

Redukált alak: $y^4 + py^2 + qy + r = 0$. Helyettesítés: $x = y - \frac{b}{4a}$.

Harmadfokú rezolvens: $z^3 + \frac{1}{2}pz^2 + \left(\frac{1}{16}p^2 - \frac{1}{4}r\right) - \frac{1}{64}q^2 = 0$, ennek gyökei: z_1, z_2, z_3.

A redukált alak gyökei:

$y_1 = \sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}$, $\quad y_2 = -\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} + \sqrt{z_3}$,

$y_3 = \sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}$, $\quad y_4 = -\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}$.

Általános n-edfokú egyenletek

$P^n(x) \equiv a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$.

Az egyenlet gyöktényezős alakja:

$a_n(x - x_1)^{k_1}(x - x_2)^{k_2} \ldots (x - x_m)^{k_m} = 0, \qquad [k_1 + k_2 + \ldots + k_m = n]$.

A gyökök és együtthatók kapcsolata (***Viète-formulák***):

$$\sum_{1}^{n} x_i = -\frac{a_{n-1}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{n} x_i x_j = \frac{a_{n-2}}{a_n}, \quad \sum_{\substack{i,j,k=1 \\ i<j<k}}^{n} x_i x_j x_k = -\frac{a_{n-3}}{a_n}, \ \ldots, \ \prod_{i=1}^{n} x_i = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}.$$

A gyökök korlátja: $|x_i| < 1 + \operatorname{Max}_{i=0}^{n-1} \left|\frac{a_i}{a_n}\right|$.

Rolle tétele: (egész együtthatós egyenletek racionális gyökeiről)

Ha $x_i = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ az egész együtthatós egyenlet gyöke, akkor $p \mid a_0$ és $q \mid a_m$.

Speciális egyenletek

Tiszta másodfokú egyenlet: $x^2 + q = 0$; $\quad x_{1,2} = \pm\sqrt{-q}$, ha $q \leq 0$.

Hiányos másodfokú egyenlet: $x^2 + px = 0$; $\quad x(x + p) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = -p$.

Tiszta harmadfokú egyenlet: $x^3 + q = 0$; $\quad x_1 = \sqrt[3]{-q}$.

Hiányos harmadfokú egyenlet: $x^3 + px = x(x^2 + p) = 0$; $\quad x_1 = 0$, $x_{2,3} = \pm\sqrt{-p}$, ha $p \leq 0$.

Tiszta $2n$-edfokú egyenlet: $x^{2n} = a$; $\quad x_{1,2} = \pm\sqrt[2n]{a}$, ha $a \geq 0$.

Tiszta $(2n+1)$-edfokú egyenlet: $x^{2n+1} = a$; $\quad x_1 = \sqrt[2n+1]{a}$.

Szimmetrikus harmadfokú egyenlet: $ax^3 + bx^2 + bx + a = 0$.

Átalakítása: $a(x^3 + 1) + bx(x + 1) = (x + 1)[a(x^2 - x + 1) + bx] = 0$.

Szimmetrikus negyedfokú egyenlet: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$.

Átalakítása: $a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0$.

Helyettesítés: $x + \frac{1}{x} = y$, $\quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2 \ \rightarrow \ a(y^2 - 2) + by + c = 0$.

Bi-kvadratikus egyenlet: $ax^4 + bx^2 + c = 0$.

Helyettesítés: $x^2 = y$, $\quad x^4 = y^2 \ \rightarrow \ ay^2 + by + c = 0$.

4.4.3. *Irracionális és transzcendens egyenletek*

[Általános esetben csak a közelítő módszerek valamelyike alkalmas a gyök meghatározására.]
Az alapegyenletek megoldása.
(Az értelmezési tartományt nem jelöltük, a k: tetszőleges egész szám.)

Gyökös egyenlet	$\sqrt[n]{x} = a$	$x = a^n$
Exponenciális egyenlet	$a^x = b$	$x = \log_a b = \dfrac{\lg b}{\lg a}$
Logaritmikus egyenlet	$\log_a x = b$	$x = a^b \quad = e^{b \cdot \ln a} = 10^{b \cdot \lg a}$
Trigonometrikus egyenletek	$\sin x = a$	$x_1 = \arcsin a + 2k\pi, \quad x_2 = \pi - x_1$
	$\cos x = a$	$x_1 = \arccos a + 2k\pi, \quad x_2 = 2\pi - x_1$
	$\operatorname{tg} x = a$	$x = \operatorname{arc\,tg} a + k\pi$
	$\operatorname{ctg} x = a$	$x = \operatorname{arc\,ctg} a + k\pi$

4.4.4. *Közelítő módszerek*

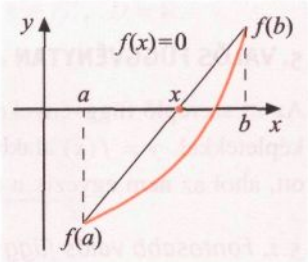
Az $f(x) = 0$ egyenletek gyökeinek közelítő meghatározásához általában egy azt tartalmazó *intervallumot* vagy a gyökhöz közeli *induló értéket* kell keresni. Ezt a becslést kell *ismételten* javítani az alábbi módszerek valamelyikével.

Húrmódszer (regula falsi)

Adott $[a, b]$ intervallumból indulunk, ha: $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Közelítő gyök az $(a, f(a))$ és $(b, f(b))$ pontokat összekötő húr tengelypontja:

$$x = \frac{a \cdot f(b) - b \cdot f(a)}{f(b) - f(a)}.$$



Érintő módszer (Newton-módszer)

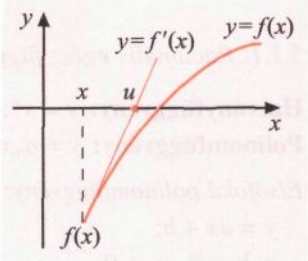
A gyök x_0 közelítő értékéből indulunk.

Szükség van az $f(x)$ deriváltjára: $f'(x) \neq 0$.

Pontosabb gyök az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő tengelypontja:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

(A módszer csak akkor konvergens, ha a zérushelyen a derivált nem 0.)



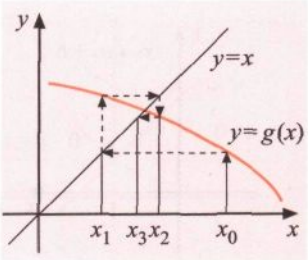
Iteráció

Az $f(x) = 0$ alakú egyenletet $x = g(x)$ alakba írjuk.

A gyök x_0 közelítő értékéből indulunk.

Pontosabb gyök $x_n = g(x_{n-1})$.

(Ha a gyök környezetében $|g'(x)| < 1$ akkor és csak akkor $x_1, x_2, x_3, \ldots$ a gyökhöz tart.)



4.5. Egyenletrendszerek

4.5.1. Lineáris egyenletrendszer (két ismeretlennel)

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Helyettesítő módszer:

$$x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \Rightarrow a_2\frac{c_1 - b_1y}{a_1} + b_2y = c_2.$$

Kiküszöbölés módszere:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{c_1 - b_1y}{a_1} \\ x &= \frac{c_2 - b_2y}{a_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{c_1 - b_1y}{a_1} = \frac{c_2 - b_2y}{a_2}.$$

Egyenlő együtthatók módszere:

$$\left.\begin{aligned} a_1a_2x + b_1a_2y &= c_1a_2 \\ -a_1a_2x - b_2a_1y &= -c_2a_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow (b_1a_2 - b_2a_1)y = (c_1a_2 - c_2a_1).$$

5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN

Az itt szereplő függvényeket a valós számok halmazából a valós számok halmazába leképező képletekkel, $y = f(x)$ alakban adom meg. A D-vel jelölt értelmezési tartományt is megadom ott, ahol az nem egyezik a teljes valós számhalmazzal.

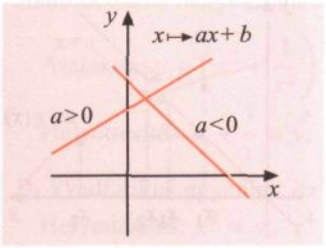
5.1. Fontosabb valós függvények

5.1.1. Racionális egész függvények

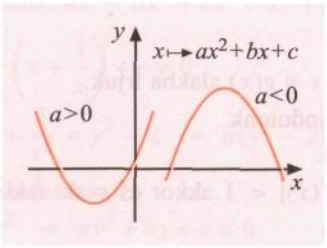
Hatványfüggvény: $y = x^n$; $n \in \mathbb{Z}^+$.

Polinomfüggvény: $y = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$; $\forall i: a_i \in \mathbb{R}$.

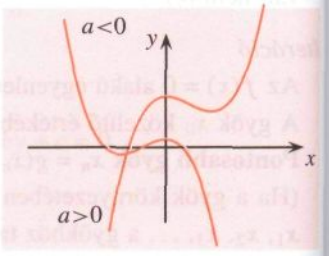
Elsőfokú polinomfüggvény:
$y = ax + b$;
$a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.



Másodfokú polinomfüggvény:
$y = ax^2 + bx + c$;
$a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.



Harmadfokú polinomfüggvény:
$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$;
$a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

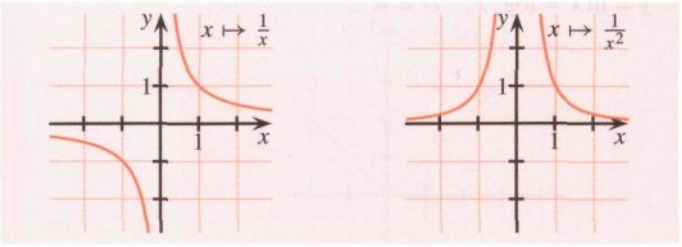


5.1.2. Racionális törtfüggvények

Reciprok hatványfüggvény:

$y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$;

$n \in \mathbb{N}^+$, $D = R \setminus \{0\}$.



Fordított arányosság:

$y = \frac{a}{x}$; $a \in \mathbb{R}$, $D = R \setminus \{0\}$.

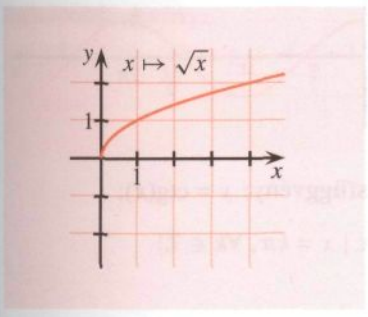
Általános törtfüggvény: $y = \frac{a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \ldots + b_1 x + b_0}$; $\forall i: a_i,\ b_i \in \mathbb{R}$.

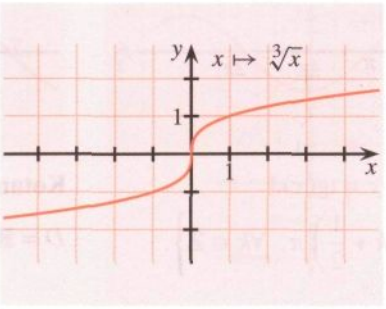
$D = \mathbb{R} \setminus \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. (A nevező gyökei kizárva!)

Lineáris törtfüggvény: $y = \frac{a_1 x + a_0}{b_1 x + b_0}$; $\forall i: a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{-b_0}{b_1}\right\}$, $b_1 \neq 0$.

5.1.3. Irracionális függvények

Gyökfüggvények: $y = \sqrt[2k]{x}$; $k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. $y = \sqrt[2k-1]{x}$; $k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}$.



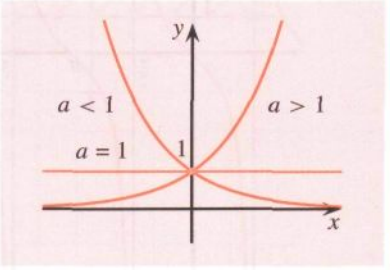


Törtkitevős hatványfüggvény: $y = x^{\pm\frac{n}{k}} = \sqrt[k]{x^{\pm n}}$; $n, k \in \mathbb{N}^+$, $D = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

5.1.4. Exponenciális és logaritmusfüggvények

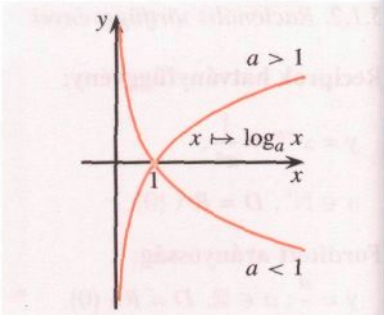
Exponenciális függvény: $y = a^x$; $a \in \mathbb{R}^+$.

$y = e^x = \exp(x)$; $e \approx 2{,}718\ 28\ldots$

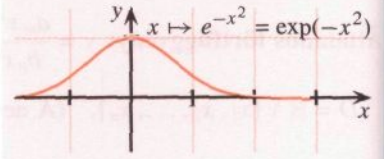


Logaritmusfüggvény: $y = \log_a x$; $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $D = \mathbb{R}^+$.

$y = \ln x = \log_e x$; $D = \mathbb{R}^+$.

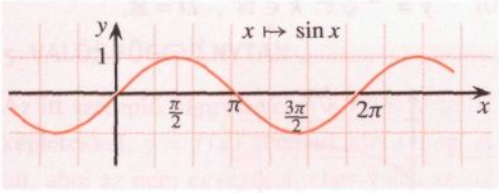


„Haranggörbe": $y = e^{-x^2} = \exp(-x^2)$.

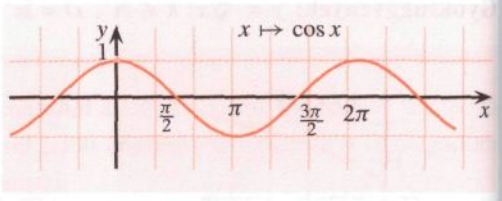


5.1.5. Trigonometrikus függvények

Szinuszfüggvény: $y = \sin(x)$.

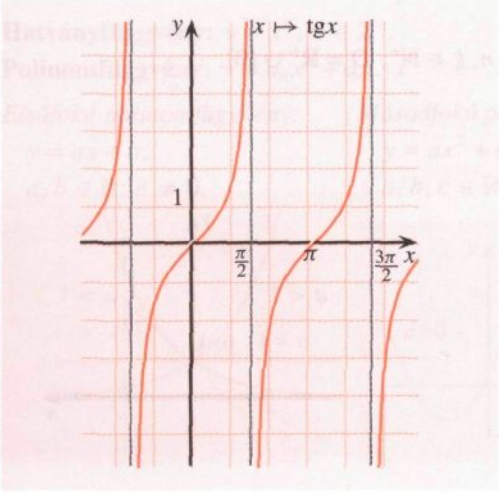


Koszinuszfüggvény: $y = \cos(x)$.



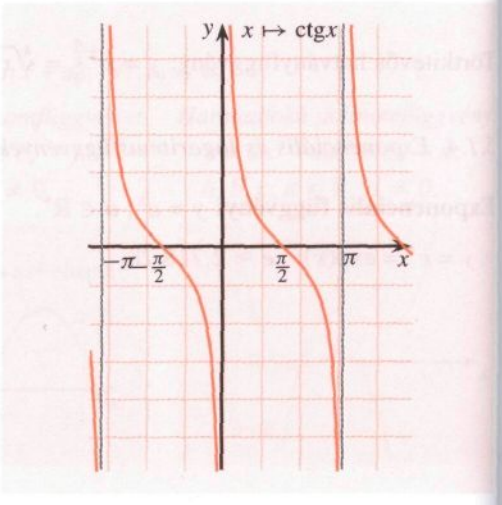
Tangensfüggvény: $y = \mathrm{tg}(x)$;

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ x \mid x = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi,\ \forall k \in \mathbb{Z} \right\}$.



Kotangensfüggvény: $y = \mathrm{ctg}(x)$;

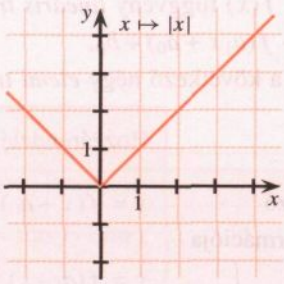
$D = \mathbb{R} \setminus \{x \mid x = k\pi,\ \forall k \in \mathbb{Z}\}$.



5.1.6. Néhány nevezetes függvény

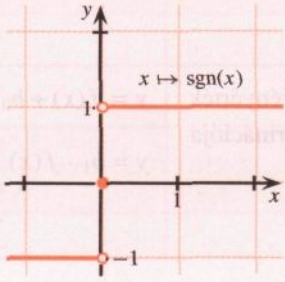
Abszolútértékfüggvény:

$$y = |x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$



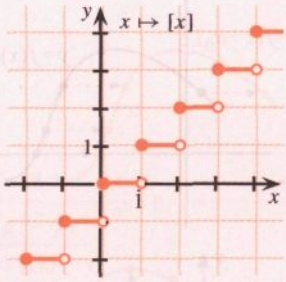
Előjelfüggvény:

$$y = \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ 1, & \text{ha } x > 0 \end{cases}$$



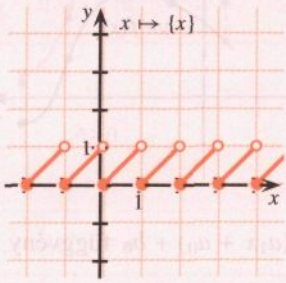
Egészrészfüggvény:

$y = [x] = n, \quad \text{ha } n \leq x < n + 1, \; n \in \mathbb{Z}.$



Törtrészfüggvény:

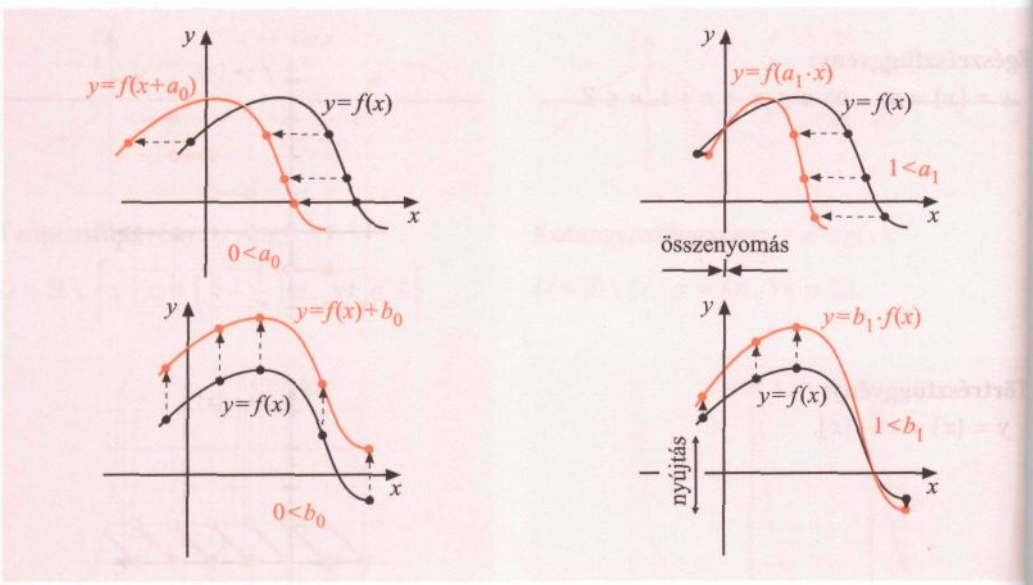
$y = \{x\} = x - [x].$



5.1.7. Függvénytranszformációk

Az $y = f(x)$ függvény *lineáris transzformáltjai:*
$y = b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) + b_0$.
Ezeket a következő négy *elemi transzformáció* kombinálásával kapjuk:

	Hozzárendelés	A grafikon geometriai transzformációja
A változó transzformációja	$y = f(x + a_0)$	Eltolás az x tengely mentén $(-a_0; 0)$ vektorral.
	$y = f(a_1 \cdot x)$	Az y tengelyre merőleges, $\frac{1}{a_1}$ arányú affinitás. (Összenyomás, ha $\lvert a_1\rvert > 1$, nyújtás ha $\lvert a_1\rvert < 1$.) Ha $a_1 = -1$, a függvény képe az y tengelyre tükröződik.
A függvényérték transzformációja	$y = f(x) + b_0$	Eltolás az y tengely mentén $(0; b_0)$ vektorral.
	$y = b_1 \cdot f(x)$	Az x tengelyre merőleges, b_1 arányú affinitás. (Összenyomás, ha $\lvert b_1\rvert < 1$, nyújtás ha $\lvert b_1\rvert > 1$.) Ha $b_1 = -1$, a függvény képe az x tengelyre tükröződik.



A $b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) + b_0$ függvény egy lehetséges ábrázolása az $f(x)$ függvény segítségével lépésről lépésre: $b_1 f(a_1 x + a_0) + b_0 = b_1 f\left[a_1\left(x + \frac{a_0}{a_1}\right)\right] + b_0$, tehát

$$f(x) \to f\left(x + \frac{a_0}{a_1}\right) \to f\left[a_1\left(x + \frac{a_0}{a_1}\right)\right] = f(a_1 x + a_0) \to b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) \to b_1 \cdot f(a_1 x + a_0) + b_0$$

Ettől eltérő sorrendben más meggondolásokat kell alkalmazni.

5.2. Határérték

5.2.1. Határérték-számítási szabályok

(A határérték helye a vagy $\pm\infty$ lehet.)
($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

$\lim c = c$	$\lim(c \cdot f) = c \cdot \lim f$
$\lim(f \pm g) = \lim f \pm \lim g$	$\lim(f \cdot g) = \lim f \cdot \lim g$
$\lim\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\lim f}{\lim g}$, ha $\lim g \neq 0$	

5.2.2. Néhány nevezetes határérték

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	$\lim\limits_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \approx 2{,}712\,818\,28\ldots$

5.3. Differenciálszámítás

5.3.1. Deriválási szabályok

($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

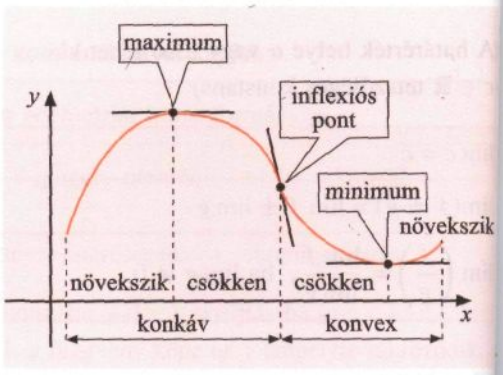
$(c \cdot f)' = c \cdot f'$	
$(f \pm g)' = f' \pm g'$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
$(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$. (Összetett függvény)	$\left(f^{-1}\right)' = \frac{1}{f'}$. (Inverz függvény)

5.3.2. Elemi függvények deriváltja

$c' = 0$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	
$(a^x)' = a^x \ln a$,	$(10^x)' \approx 2{,}3026 \cdot 10^x$,	$(e^x)' = e^x$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$,	$(\lg x)' \approx \frac{0{,}4343}{x}$,	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

5.3.3. A függvény menetének vizsgálata

f	$f'(x)$	$f''(x)$
Növekszik	> 0	
Csökken	< 0	
Helyi minimum	$= 0 \wedge (-) \to (+)$	> 0
Helyi maximum	$= 0 \wedge (+) \to (-)$	< 0
Konvex		> 0
Konkáv		< 0
Inflexiós pont		$= 0 \wedge (\pm) \to (\mp)$



5.4. Integrálszámítás

($c \in \mathbb{R}$ tetszőleges konstans)

5.4.1. Integrálási szabályok

$\int c \cdot f = c \cdot \int f$	$\int (f \pm g) = \int f \pm \int g$	$\int (f \cdot g') = f \cdot g - \int f' g$

5.4.2. Fontosabb integrálok

$\int c\,dx = c \cdot x + C$	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C;\ n \neq -1$	$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + C$
$\int e^x\,dx = e^x + C$	$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int 10^x dx = \lg e \cdot 10^x + C$
$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + C$	$\int \lg x dx = x \cdot (\lg x - \lg e) + C$	$\int \log_a x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + C$
$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$	$\int \cos x\,dx = \sin x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arc\,tg} x + C$

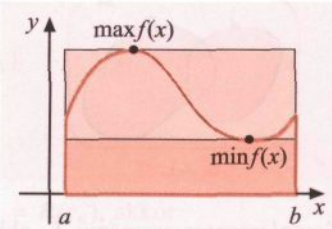
5.4.3. A határozott integrálás szabályai

$\int_a^b (c \cdot f) = c \cdot \int_a^b f$	$\int_a^b f = -\int_b^a f$
$\int_a^b (f \pm g) = \int_a^b f \pm \int_a^b g$	$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$

5.4.4. A határozott integrál kiszámítása

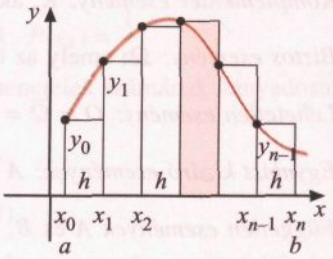
Becslés:

$$(b-a) \cdot \min f(x) \leq \int_a^b f(x)dx \leq (b-a) \cdot \max f(x).$$



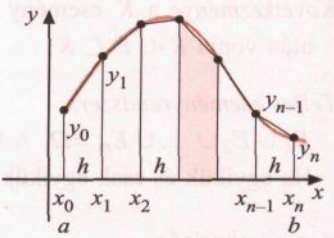
Téglalapformula (egyenletes felosztás melletti közelítés):

$$\int_a^b f \approx h \cdot (y_0 + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1}) \approx h \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_n).$$



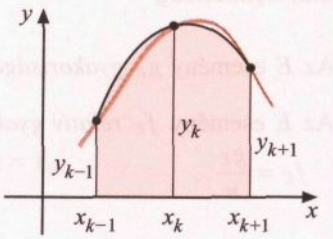
Trapézformula (egyenletes felosztás melletti közelítés):

$$\int_a^b f \approx h \cdot \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right).$$



Simpson-formula ($n = 2k$ egyenlő részintervallum melletti parabolikus közelítés):

$$\int_a^b f \approx \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 \ldots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n).$$



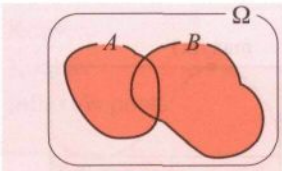
Newton–Leibniz-formula, az integrálszámítás alaptétele:

Ha $[a, b]$-ban f integrálható és $F' = f$, akkor $\int_a^b f = F(b) - F(a)$.

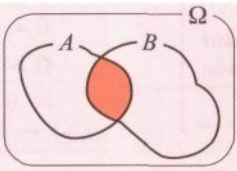
6.1. Események

Elemi esemény: egy kimenetelű, egyféleképpen bekövetkező esemény – $\varepsilon_k = \{\omega_k\}$.

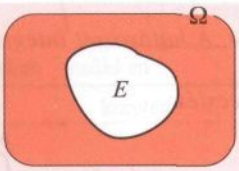
Összetett esemény: két vagy több esemény vagylagos, illetve együttes bekövetkezése.
$A \cup B$:= a két eseményből legalább az egyik bekövetkezik.
$A \cap B$:= mindkét esemény bekövetkezik.



● A∪B



● A∩B



● $\overline{E}$

Komplementer esemény: $\overline{E}$, akkor következik be, ha az E esemény nem.

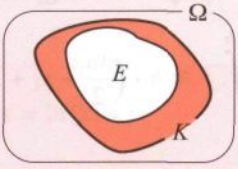
Biztos esemény: Ω, amely az összes lehetséges kimenetelt tartalmazza.

Lehetetlen esemény: $O = \overline{\Omega} = \{\ \}$, amely nem következhet be.

Egymást kizáró események: $A \cap B = O$.

Független események A és B, ha $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Következménye a K esemény az E eseménynek, ha E maga után vonja K-t: $E \subset K$.



Teljes eseményrendszer:
$E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_m = \Omega \ \wedge \forall i \neq k$: $E_i \cap E_k = O$.
Ha egyikük és csak egyikük következik be.

6.2. Gyakoriság

Az E esemény g_E *gyakorisága* az esemény bekövetkezéseinek száma a kísérlet során.

Az E esemény f_E *relatív gyakorisága* a gyakoriság és a kísérletek számának hányadosa:

$$f_E = \frac{g_E}{n}.$$

Feltételes gyakoriság: egy E esemény kísérleti bekövetkezéseiből azoknak a $k_{E|F}$ száma, amelyek egy másik $F \neq O$ esemény (a feltétel) bekövetkezéseivel együtt fordultak elő.

Feltételes relatív gyakoriság: az $E \cap F$ esemény és az F feltétel gyakoriságának hányadosa:

$$f_{E|F} = \frac{g_{E \cap F}}{g_F}.$$

6.3. Valószínűség

6.3.1. Definíciók

Az $E \subseteq \wp(\Omega)$ esemény *valószínűsége* egy olyan $P(E) = p_E \in [0;1] \subseteq \mathbb{R}$ szám, amelyet a nagyszámú kísérletben az esemény f_E relatív gyakorisága megközelít.

Kolmogorov-axiómák:

(I.) – a biztos esemény valószínűsége 1; $P(\Omega) = 1$.

(II.) – az egymást páronként kizáró események valószínűsége összeadódik;

$$\forall i \neq j : E_i \cap E_j = O \Rightarrow P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_m) = \sum_{k=1}^{m} P(E_k).$$

Klasszikus valószínűségi mező:

– ha az Ω eseménytér véges

– és az elemi események valószínűsége egyenlő: $P(\varepsilon_1) = \ldots = P(\varepsilon_n)$, akkor

a) az elemi események valószínűsége a számuk reciproka; $\forall k$: $P(\varepsilon_k) = \frac{1}{n}$.

b) az E esemény valószínűsége a kedvező és a lehetséges kimenetelek számának hányadosa;

$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$.

Függetlenek az A és B események, ha $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Feltételes valószínűség: az E eseménynek az $F \neq O$ eseményre vonatkoztatott feltételes valószínűsége

$$P(E \mid F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}.$$

6.3.2. Alapvető összefüggések

A lehetetlen esemény valószínűsége zérus; $P(O) = 0$.

A komplementer események valószínűségének összege;

$\forall E \in \wp(\Omega)$: $P(E) + P(\overline{E}) = 1$.

Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer, akkor $\sum_{k=1}^{m} P(E_k) = 1$.

Az összes $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ elemi eseményre:

$$\sum_{k=1}^{n} P(\varepsilon_k) = 1.$$

Tetszőleges eseményekre: $P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_m) \leq \sum_{k=1}^{m} P(E_k)$.

Két tetszőleges A, B eseményre:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$.

A feltételes valószínűség összefüggései ($F \neq O$):

$0 \leq P(E \mid F) \leq 1$.

$P(E \mid F) = P(E)$,
ha E és F események függetlenek:

$P(E_1 \mid F \cup E_2 \mid F \cup \ldots \cup E_m \mid F) = \sum P(E_k \mid F)$,
ha egymást páronként kizáró események.

A teljes valószínűség tétele:
Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer és $\forall k$: $E_k \neq O$, akkor tetszőleges A-ra

$$P(A) = \sum_{k=1}^{m} P(A \mid E_k) \cdot P(E_k).$$

Bayes tétele:
Ha $E_1, E_2, \ldots, E_m$ teljes eseményrendszer és $\forall k$: $E_k \neq O$, akkor tetszőleges $A \neq O$-ra

$$P(E_k \mid A) = \frac{P(A \mid E_k) \cdot P(E_k)}{\sum_{j=1}^{m} P(A \mid E_j) \cdot P(E_j)}.$$

6.4. Valószínűség-eloszlások

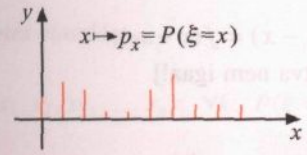
6.4.1. Alapvető összefüggések

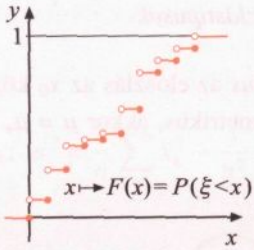
{Az $F(x)$ jelöli az eloszlásfüggvényt, $f(x)$ a sűrűségfüggvényt.}

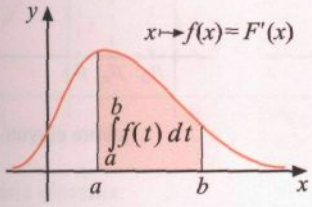
$$F(b) - F(a) = P(a \leq \xi < b) = \begin{cases} \sum\limits_{a \leq x_k < b} p_k \\ \int\limits_a^b f(x)dx \end{cases}$$

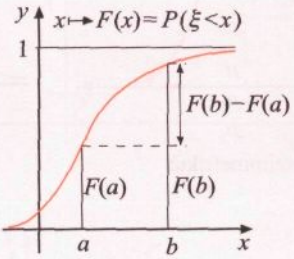
$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt. \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0. \qquad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1.$$









6.4.2. Eloszlások jellemzői

Várható érték: $M(\xi) = \mu$.

Diszkrét: $\mu = \sum_{k=1}^{n} x_k \cdot p_k$.

Folytonos: $\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$, ha az integrál létezik.

Szórás: $D(\xi) = \sigma$;

Variancia (szórásnégyzet): $D^2(\xi) = \sigma^2$.

Diszkrét $\sigma^2 = M[(\xi - \mu)^2] = M(\xi^2) - \mu^2 = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 \cdot p_k - \mu^2$.

Folytonos $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - \mu^2$.

Módus – μ_0: a folytonos sűrűségfüggvény/a diszkrét valószínűségek maximumhelye.

Medián – μ_e: az $F(x) = 0{,}5$ egyenlet gyöke (ha pontosan egy van).

A medián két egyenlő részre osztja az $f(x)$ függvény görbéje alatti területet.

$$\int_{-\infty}^{\mu_e} f(x)dx = \int_{\mu_e}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$

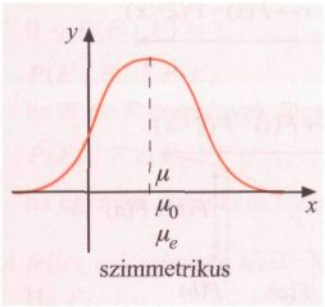
Variációs köz: az a legszűkebb $[A; F]$ intervallum, amelyre $P(A \leq \xi \leq F) = 1$.

A = alsó határ, F = felső határ.

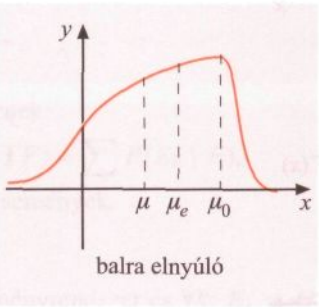
Terjedelem: a variációs köz hossza – $dR = F - A$.

6.4.3. Eloszlástípusok

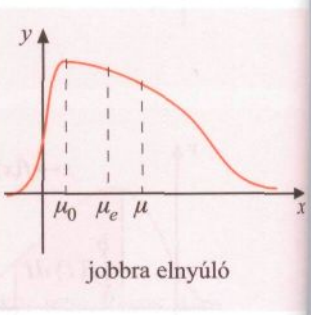
Szimmetrikus az eloszlás az x_0 középpontra, ha $\forall x$: $f(x_0 - x) = f(x + x_0)$;
Ha szimmetrikus, akkor $\mu = \mu_e = \mu_0 = \bar{Q} = x_0$. [Fordítva nem igaz!]



szimmetrikus



balra elnyúló



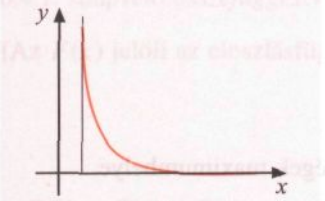
jobbra elnyúló

A *szimmetrikus* eloszlásoknál a közepek tipikus elhelyezkedése [kivétel lehet!]:
$\mu < \mu_e < \mu_0$ – bal oldali aszimmetria,
$\mu_0 < \mu_e < \mu$ – jobb oldali aszimmetria.

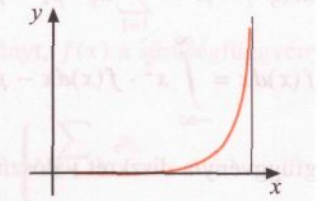
Szimmetrikus az eloszlás az x_0 középpontra, hA *szimmetrikus* eloszlásoknál a közepek tipikus

Egy-, két-, többmódusú az eloszlás, ha a sűrűségfüggvénynek/valószínűségeknek egy, két, több lokális maximuma van. [Unimodális, bimodális, ..., multimodális eloszlások.]

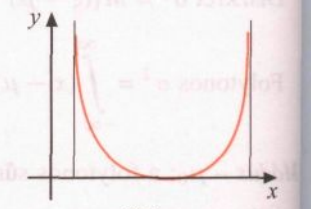
Excentrikus eloszlások: sűrűségfüggvényük/valószínűségeik maximuma a variációs köz szélére esik.



L típus



J típus

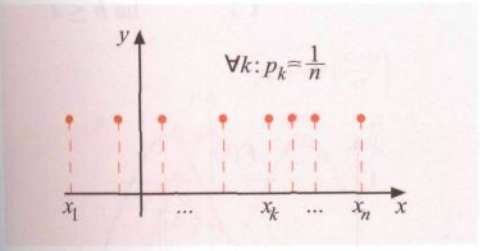


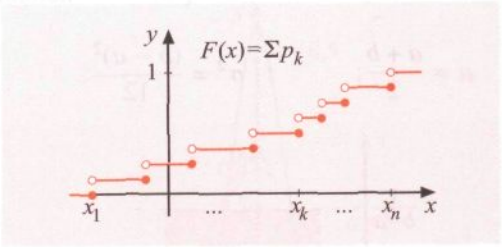
U típus

6.4.4. Nevezetes diszkrét eloszlások

Egyenletes eloszlás:

$$\xi \in \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\};\ \forall k:\ P(\xi = x_k) = \frac{1}{n}.\ \mu = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k;\ \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - \frac{1}{n^2}\left(\sum_{k=1}^{n} x_k\right)^2.$$



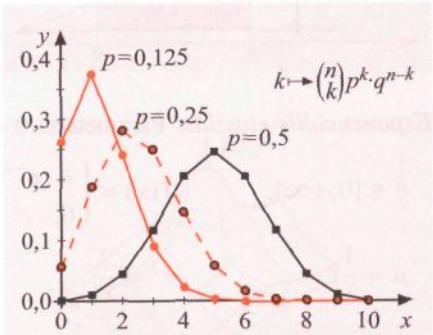


Binomiális eloszlás:

Paraméterek: $n \in \mathbb{N}^+;\ p, q \in]0; 1[\ \wedge\ (p+q = 1)$.

$$\xi \in \{0, 1, 2, \ldots, n\};\quad \forall k:\ P(\xi = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k};$$

$$\mu = np; \qquad \sigma^2 = npq.$$

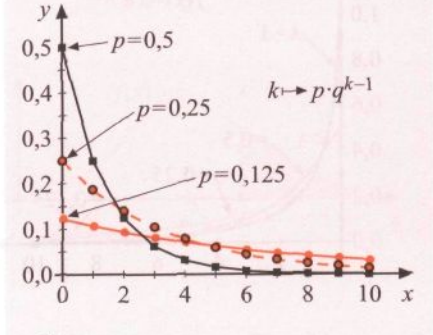


Geometriai eloszlás:

Paraméterek: $p, q \in]0; 1[\ \wedge\ (p + q = 1)$.

$$\xi \in \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\};\ \forall k:\ P(\xi = k) = p \cdot q^{k-1};$$

$$\mu = \frac{1}{p}; \qquad \sigma^2 = \frac{1-p}{p^2}.$$

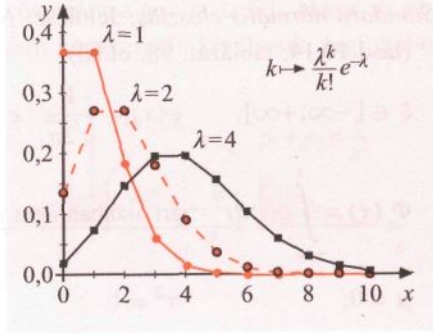


Poisson-eloszlás:

Paraméter: $0 < \lambda \in \mathbb{R}$.

$$\xi \in \{0, 1, 2, \ldots, n, \ldots\};\ \forall k:\ P(\xi = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda};$$

$$\mu = \lambda; \qquad \sigma^2 = \lambda^2.$$

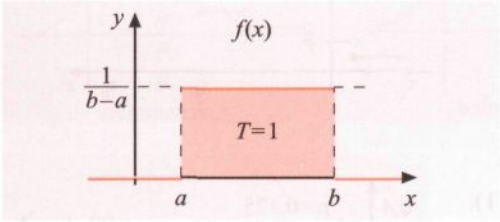


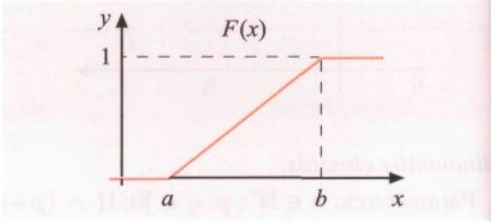
6.4.5. Nevezetes folytonos eloszlások

Egyenletes eloszlás:

$$\xi \in [a;b]; \qquad f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{ha } a < x < b, \\ 1, & \text{ha } b \le x. \end{cases}$$

$$\mu = \frac{a+b}{2}; \qquad \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

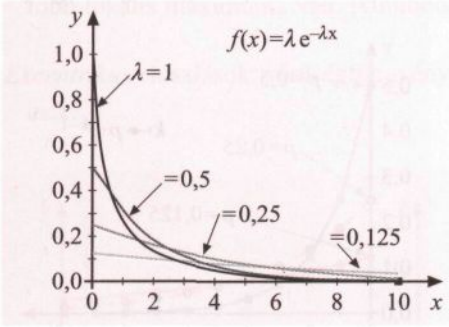


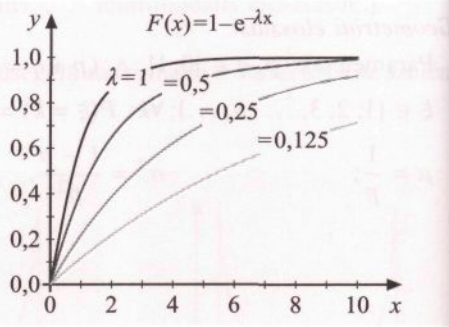


Exponenciális eloszlás: Paramétere: $0 < \lambda \in \mathbb{R}$.

$$\xi \in [0;+\infty]; \qquad f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \le x \\ 0, & \text{különben} \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{ha } 0 \le x \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{1}{\lambda}; \qquad \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}.$$



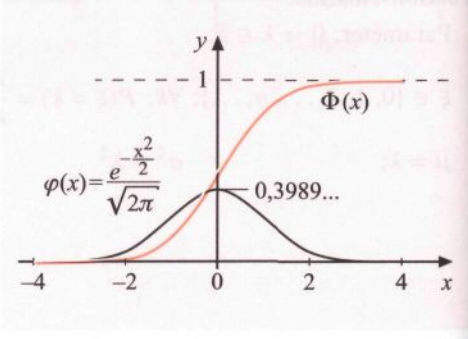


Standard normális eloszlás: Jelölése: $N(0, 1)$.
(lásd 10.14. táblázat, 98. oldal)

$$\xi \in [-\infty;+\infty]; \qquad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)dt \text{ – zárt alakban nem írható fel.}$$

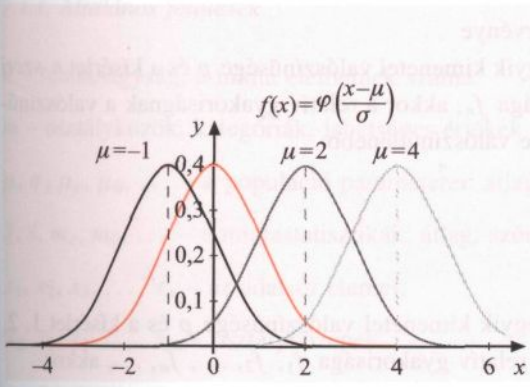
$$\mu = 0; \qquad \sigma^2 = 1.$$

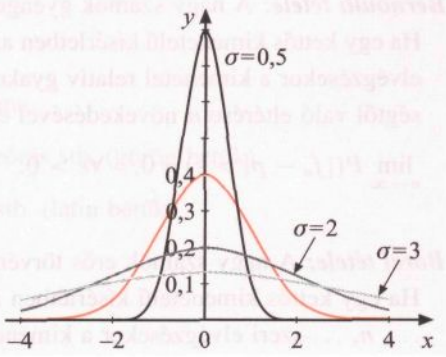


Normális eloszlás: Paraméterei: $\mu, \sigma \in \mathbb{R}$. Jelölése: $N(\mu, \sigma)$.

$\xi \in [-\infty; +\infty]$; $\quad f(x) = \varphi\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$; $\quad F(x)$ zárt alakban nem írható fel.

Standardizálás: $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$ helyettesítéssel.

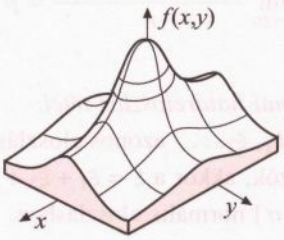




Kétdimenziós standard normális eloszlás:

$\xi, \eta \in [-\infty; +\infty]$;

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}\right].$$

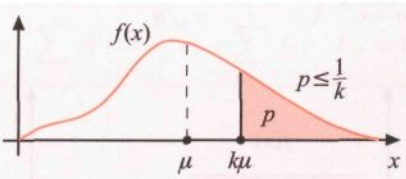


6.4.6. Nevezetes tételek, összefüggések

Markov-féle egyenlőtlenség:

Ha a $0 \leq \xi$ valószínűségi változónak véges a várható értéke ($\mu \in \mathbb{R}$), akkor a változó tetszőleges $0 < k\mu$ számot meghaladó értékeinek valószínűsége k reciprokával arányos:

$$P(k\mu \leq \xi) \leq \frac{1}{k}.$$

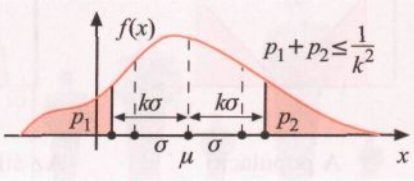


Csebisev-féle egyenlőtlenség:

Ha a ξ valószínűségi változónak van várható értéke és szórása ($\mu, \sigma \in \mathbb{R}$), akkor az eloszlásnak az a része, amely a várható érték $k \cdot \sigma$ sugarú környezetén kívül esik, legfeljebb $\dfrac{1}{k^2}$, ahol $k > 1$: $P(|\xi - \mu| \geq k \cdot \sigma) \leq \dfrac{1}{k^2}$;

azaz a várható érték $k \cdot \sigma$ sugarú környezetébe legalább az eloszlás $1 - \dfrac{1}{k^2}$ része esik:

$$P(|\xi - \mu| \leq k \cdot \sigma) = \int_{\mu - k\sigma}^{\mu + k\sigma} f(x)dx \geq 1 - \frac{1}{k^2}.$$



A *„3-szigma" szabály:* ha ξ normális eloszlású valószínűségi változó, akkor a várható érté
1σ, 2σ, 3σ sugarú környezetébe esik az eloszlás $\approx 68\%$, $\approx 95\%$, $\approx 99{,}7\%$-a; illetve
környezeteken kívül az $\approx \frac{1}{3}$, $\approx \frac{1}{20}$, $\approx \frac{1}{333}$ része.

Bernoulli tétele: A nagy számok gyenge törvénye

Ha egy kettős kimenetelű kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége p és a kísérlet n-szer elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága f_n, akkor a relatív gyakoriságnak a valószínűségtől való eltérése n növekedésével egyre valószínűtlenebb:

$$\lim_{n\to\infty} P(|f_n - p| > \varepsilon) = 0, \quad \forall \varepsilon > 0.$$

Borel tétele: A nagy számok erős törvénye

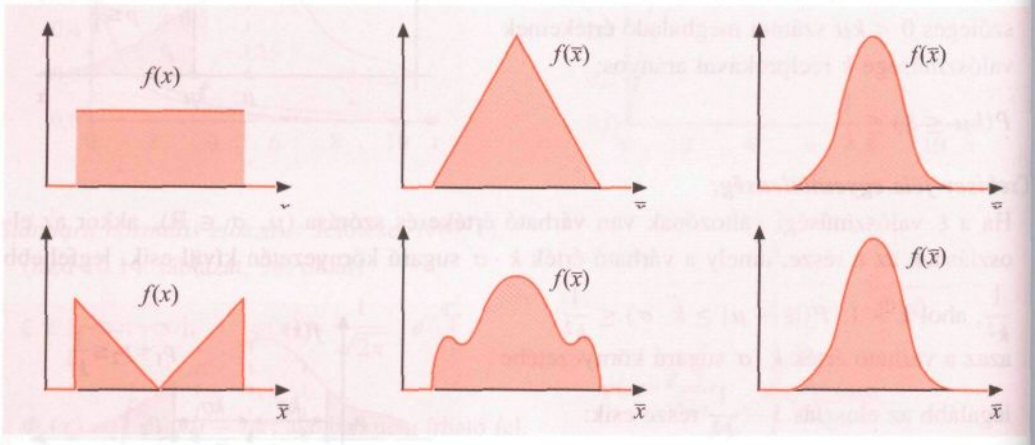
Ha egy kettős kimenetelű kísérletben az egyik kimenetel valószínűsége p és a kísérlet 1, 2 ..., n, ...-szeri elvégzésekor a kimenetel relatív gyakorisága $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$, akkor

$$P\left(\lim_{n\to\infty} \frac{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}{n} = p\right) = 1.$$

A központi határeloszlás-tétel:

Ha a $\xi_1, \xi_2, \ldots$ azonos eloszlású – $\forall i$: $(\mu = \mu_i) \wedge (\sigma = \sigma_i)$ –, független és véges szórású változók, akkor a $\xi = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n$ valószínűségi változó az n növekedésével közelít az $N[\mu, \sigma]$ normális eloszláshoz.

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$



A populáció sűrűségfüggvénye

Az átlag megoszlása $n = 2$ mintából

Az átlag megoszlása $n = 5$ mintából

7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása

7.1.1. Általános jelölések

n – mintanagyság, a minta elemeinek száma.

m – osztályközök, kategóriák, lehetséges értékek száma.

$\mu, \sigma, \mu_e, \mu_0, \ldots$ – a populáció paraméterei: átlag, szórás stb. (görög betűk).

$\bar{x}, s, m_e, m_0, \ldots$ – a mintastatisztikák: átlag, szórás stb. (latin betűk).

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ – az adatsor elemei.

$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots, \bar{x}_m$ – osztályközepek.

$g_1, g_2, g_3, \ldots, g_m$ – a gyakoriságok sora.

$G_1, G_2, G_3, \ldots, G_m$ – a kumulált gyakoriságok sora.

$f_1, f_2, f_3, \ldots, f_m$ – a relatív gyakoriságok sora.

$F_1, F_2, F_3, \ldots, F_m$ – a kumulált relatív gyakoriságok sora.

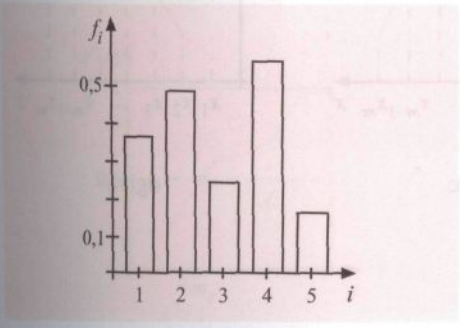
$\sum$ – összegezés jelzése, ha minden elemre vonatkozik.

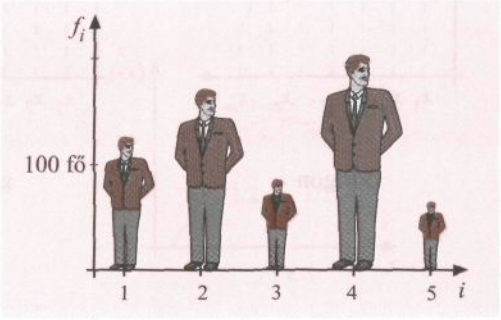
7.1.2. Gyakorisági sorok

$\sum g_i = n$	$G_i = \sum_{k=1}^{i} g_k; \quad G_m = n$	$f_i = \frac{g_i}{\sum g_i} = \frac{g_i}{n}; \quad \sum f_i = 1$	$F_i = \sum_{k=1}^{i} f_k; \quad F_m = 1$

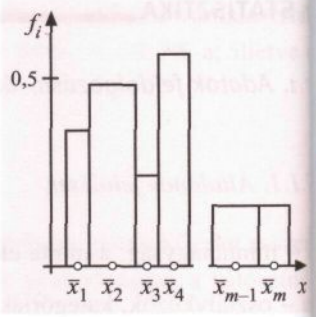
7.1.3. Diagramok

Oszlopdiagram: az abszcisszatengely tetszőleges pontjaiban azonos alapú és a g_i vagy az f_i gyakoriságokkal arányos magasságú téglalapok, 3 dimenziós oszlopok, alakok alkotják.

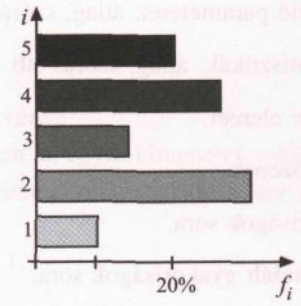


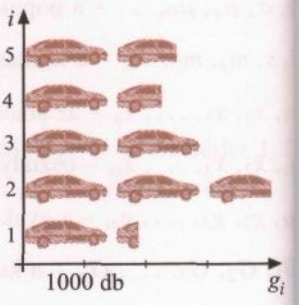


Hisztogram: az osztályközök fölé emelt g_i vagy f_i magasságú téglalapok.



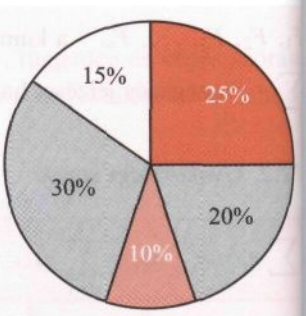
Szalagdiagram – sávdiagram: az oszlopdiagram 90 fokkal elforgatva.



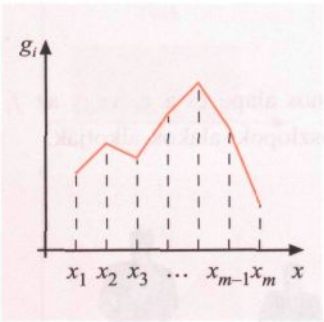


Kördiagram: a g_i vagy az f_i gyakoriságokat c_i szögű körcikkek ábrázolják,

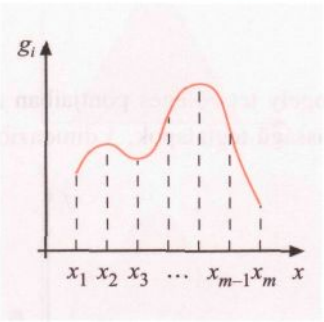
$$\forall i: c_i = \frac{360^\circ}{n} \cdot g_i = 360^\circ \cdot f_i.$$



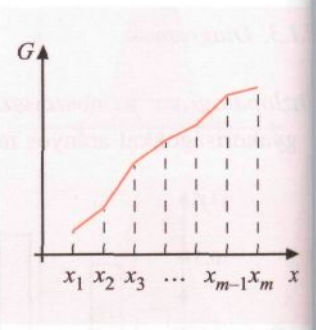
Gyakorisági grafikonok:



poligon



görbe



ogiva

7.2.1. Közepek, átlagok

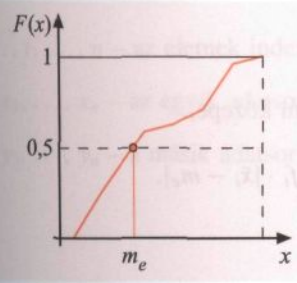
Aritmetikai közép	$\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$
Súlyozott aritmetikai közép	$x' = \dfrac{s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 + \ldots + s_nx_n}{s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} s_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i}.$
Geometriai közép	$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt{\prod_{i=1}^{n} x_i}.$
Harmonikus közép	$H = \dfrac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}; \quad \dfrac{n}{H} = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} + \ldots + \dfrac{1}{x_n} = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{x_i}.$
Négyzetes közép	$Q = \sqrt{\dfrac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}.$

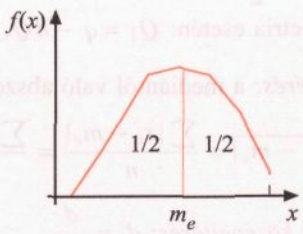
Mintaközép, standard középérték:

az adatsorból számolva: $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$.

a gyakorisági sorokból: $\bar{x} = \dfrac{\sum g_i\bar{x}_i}{\sum g_i} = \sum f_i\bar{x}_i$.

Medián – m_e: a nagyság szerint rendezett adatsor
- középső eleme, ha n páratlan;
- a két középső elem átlaga, ha n páros.

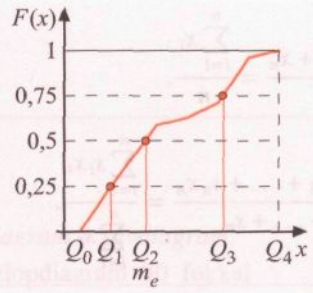


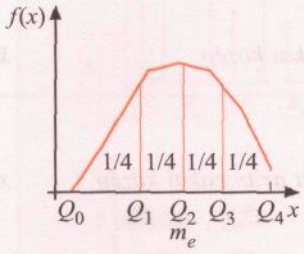


Percentilisek – $P_1, P_2, \ldots, P_{99}$: a rendezett adatsort 100 egyenlő részre tagolják.

Kvartilisek– Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4: a rendezett adatsort 4 egyenlő részre tagolják.

$[\min(x_i) = A = Q_0, \quad Q_4 = F = \max(x_i)$ és $m_e = Q_2]$





Kvartilisközép: $q = \dfrac{Q_1 + Q_3}{2}$.

Módus – m_0: a rendezett gyakorisági sor maximumhelye.

Modális köz: osztályköz/intervallum, amelybe a legnagyobb adat, gyakoriság esik.

Nyersmódus – x_0: a modális köz közepe.

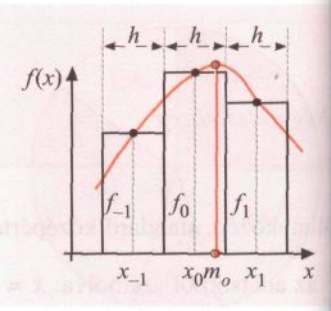
A módus helyesbítése parabolikus interpolációval:

$$m_0 = x_0 - \frac{f_{+1} - f_{-1}}{2(f_{-1} - 2f_0 + f_{+1})} \cdot h,$$

h az osztályközök szélessége,

f_0 a modális köz relatív gyakorisága,

f_{-1} és f_{+1} a két szomszédos köz gyakorisága.



7.3. A szóródás jellemzői

Terjedelem: a legnagyobb és a legkisebb adat különbsége,

$F - A = \max(x_i) - \min(x_i)$.

Kvartiliseltérés: a felső és az alsó kvartilis különbségének fele,

$$dQ = \frac{Q_3 - Q_1}{2}.$$

Szimmetria esetén: $Q_1 = q - dQ, \quad Q_3 = q + dQ$.

Középeltérés: a mediántól való abszolút eltérések számtani közepe,

$$d = \overline{|x_i - m_e|} = \frac{\sum |x_i - m_e|}{n} = \frac{\sum g_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot |\bar{x}_i - m_e|.$$

Relatív középeltérés: $d' = \dfrac{d}{m_e}$.

Variancia (szórásnégyzet), a mintaközéptől való eltérések négyzetes közepe

$$s^2 = \overline{(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum g_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{\sum g_i} = \sum f_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2.$$

$$s^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{\sum g_i \cdot \bar{x}_i^2}{\sum g_i} - (\bar{x})^2 = \sum f_i \cdot \bar{x}_i^2 - (\bar{x})^2.$$

Szórás: a variancia négyzetgyöke

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\overline{(x^2)} - (\bar{x})^2}.$$

Relatív szórás: $s' = \frac{s}{\bar{x}}$.

7.4. Szimmetria és lapultság

A *ferdeség* (aszimmetria) gyakorlatban használt mérőszámai:

$$g = \frac{\bar{x} - m_0}{s} \text{ és } g' = \frac{q - m_e}{dQ}.$$

Negatív értékek jobb oldali, pozitív értékek bal oldali aszimmetriát jeleznek.

A *lapultság* gyakorlatban használt mérőszáma:

$$l = \frac{\overline{(x_i - \bar{x})^4}}{s^4}.$$

A normális eloszlásnál $l = 3$;
az $l > 3$ ennél csúcsosabb,
az $l < 3$ pedig laposabb eloszlást jelez.

7.5. Korreláció, regresszió

A statisztikai modell: az adatsor a minta elemeinek két ismérvét tartalmazza.
Matematikai modell: a mérés a minta i-edik eleméhez hozzárendeli a sík egy pontját –

$\{1, 2, 3, \ldots, n\} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \quad i \mapsto (x_i, y_i)$.

7.5.1. Általános jelölések

$1, 2, \ldots, i, \ldots, n$ – az elemek indexe,

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ – az egyik adatsor elemei,

$y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ – a másik adatsor elemei.

7.5.2. Korreláció

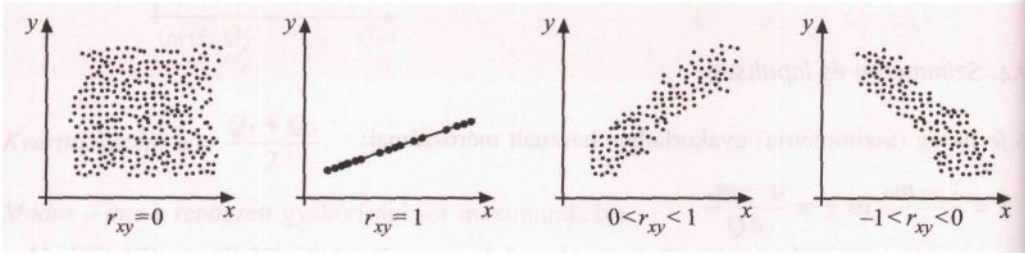
Kovariancia: $\mathrm{Cov}(x, y) = \dfrac{\sum[(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]}{n}$.

$$\mathrm{Cov}(x, y) = \overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{\sum(x_i \cdot y_i)}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \cdot \frac{\sum y_i}{n}.$$

Korrelációs együttható: $r_{xy} = \dfrac{\mathrm{Cov}(x, y)}{s_x \cdot s_y}$, ahol s_x és s_y a két adatsor szórása.

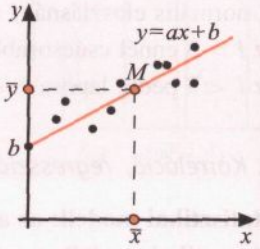
Ha $|r| = 1$ – a két ismérv *szoros* (lineáris) korrelációs kapcsolatban van.

Ha $r = 0$ – x és y *korrelálatlanok* (nem feltétlenül függetlenek!).



7.5.3. Lineáris regresszió

Regressziós egyenes: (az y változónak az x-re vonatkozó regressziós egyenese) az $y = a \cdot x + b$ egyenletű egyenes, amitől a minta ponthalmazának ordinátairányú eltéréseinek négyzetösszege $\sum(a \cdot x_i + b - y_i)^2$ minimális.



Regressziós együttható:

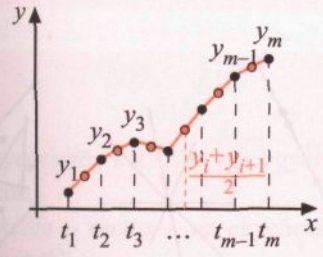
$$a = \frac{\overline{(x \cdot y)} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{(x^2)} - (x)^2} = \frac{n \cdot \sum(x_i \cdot y_i) - \left(\sum x_i\right) \cdot \left(\sum y_i\right)}{n \cdot \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}.$$

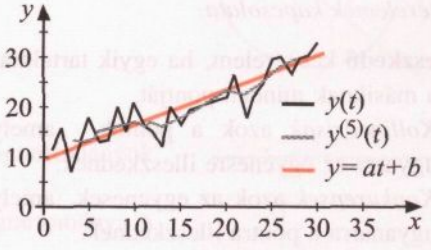
Tengelymetszet: $b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = \dfrac{\sum y_i - a \cdot \sum x_i}{n}$.

[A regressziós egyenes átmegy az $M(\bar{x}, \bar{y})$ ponton.]

Egyenlő időközökben – $t_1, t_2, \ldots, t_n$ – mért $y_1, y_2, \ldots, y_n$ adatsor.

Kronologikus átlag: $\bar{y} = \dfrac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1} = \dfrac{\frac{y_1}{2} + \left(\sum_{i=2}^{n-1} y_i\right) + \frac{y_n}{2}}{n-1}$.





Mozgó átlagok sora:

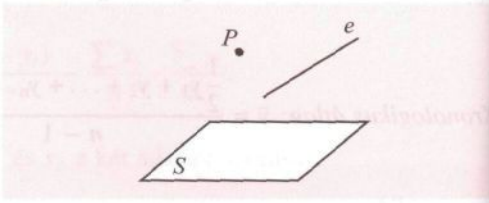
3 tagú mozgó átlagok sora: $y_2^{(3)}, y_3^{(3)}, \ldots, y_{n-1}^{(3)}$; $y_i^{(3)} = \dfrac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3}$.

5 tagú mozgó átlagok sora: $y_3^{(5)}, y_4^{(5)}, \ldots, y_{n-2}^{(5)}$; $y_i^{(5)} = \dfrac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5}$.

Lineáris trend = a regressziós egyenes: $y = a \cdot t + b$.

8.1. Térelemek

a pont, az egyenes, a sík.



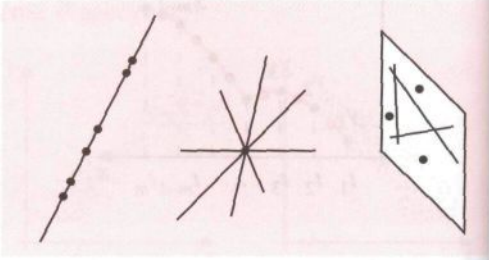
A térelemek kapcsolata

Illeszkedő két térelem, ha egyik tartalmazza a másiknak minden pontját.

Kollineárisak azok a pontok, amelyek ugyarra az egyenesre illeszkednek.

Konkurensek azok az egyenesek, amelyek ugyanarra a pontra illeszkednek.

Komplanárisak azok a pontok/egyenesek, amelyek ugyanarra a síkra illeszkednek.

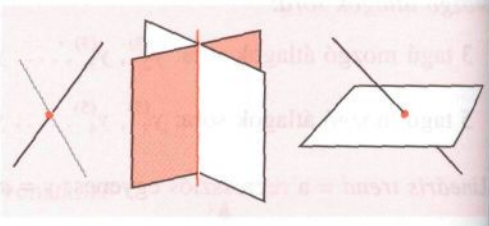


Közös része – metszete – két alakzatnak a közös pontjaik halmaza.

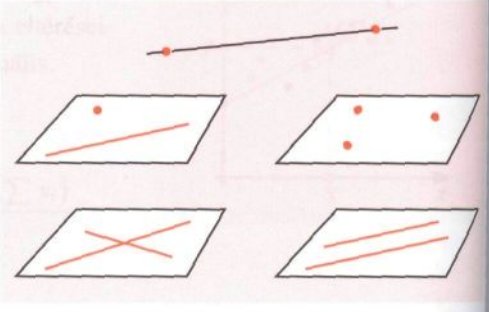
Metszéspont: két egyenes közös pontja.

Metszésvonal: két sík közös egyenese.

Döféspont: egyenes és sík közös pontja.



Összekötője – közös tartója – több térelemnek az, amelyre mind illeszkedik.



8.2. Szögek

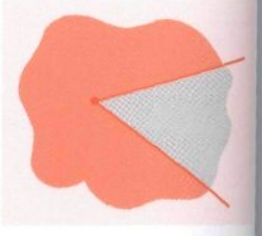
8.2.1. Szög – szögtartomány

Egy pontból induló két félegyenes a síkot két *szögtartományra* bontja.

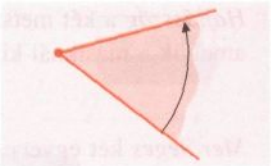
A szög szárai a szögtartományokat határoló félegyenesek.

A szög csúcsa a szárak közös kezdőpontja.

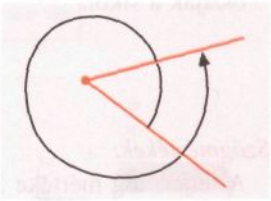
A szögvonalat a szögtartományt kijelölő félegyenesek alkotják.



Irányított szöget – szögtartományt kapunk, ha a szárak sorrendjét is előírjuk.



Forgásszöghöz jutunk, ha egy félegyenest a kezdőpontja körül forgatunk.

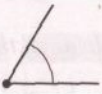


Szögek

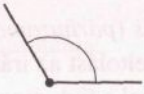
Az egyenesszög két szára egy egyenest alkot, a szögtartományok félsíkok.

Derékszög – rectus – az egyenesszög fele, szögtartománya a „negyedsík".

Hegyesszög [tartománya] kisebb a derékszögnél.

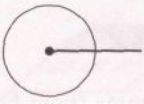


Tompaszög [tartománya] nagyobb a derékszögnél, de kisebb az egyenesszögnél.



Nullszög szárai egybeesnek, a szögtartományt ezeknek a pontjai alkotják.

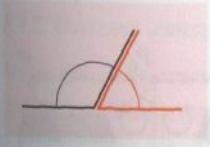
Teljesszög szárai egybeesnek, a szögtartomány a teljes sík.



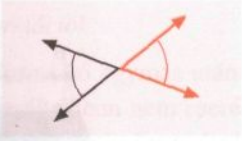
Konvex szög a null-, a hegyes-, a derék-, a tompa- és az egyenesszög.
Konkáv szög [tartománya] nagyobb az egyenesszögnél.

Szögpárok

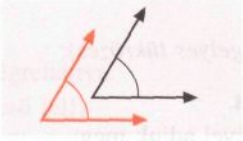
Mellékszögek szögtartományai együtt egy félsíkot alkotnak.
Csúcsszögek szárai páronként egymás meghosszabbításai.
Egyállású szögek szárai azonos irányú párhuzamos félegyenesek.
Váltószögek szárai ellentétes irányú párhuzamos félegyenesek.



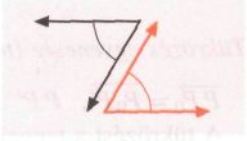
Mellékszögek



Csúcsszögek



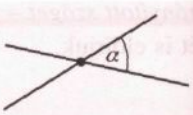
Egyállású szögek



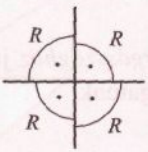
Váltószögek

Pótszögek összege egy derékszöggel egyenlő.
Kiegészítő szögek összege egy egyenesszög = két derékszög.

Hajlásszög a két metsző egyenes által alkotott szögek közül az, amelyik a másiknál kisebb vagy egyenlő (egyenesszögnél).



Merőleges két egyenes, ha négy derékszögre [szögtartományra] osztják a síkot.



Szögmértékek:

A teljesszög mértéke 360° (fok) = 400^g (*gon*, újfok) = 2π (radián) = 6000^v (vonás).

A kisebb egységek: $1° = 60'$, $1' = 60''$, illetve $1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$.

A körben egy szög radiánban vett mértéke a hozzá tartozó ív hossza és a sugár aránya. Az 1 radiánhoz tartozó ív hossza a sugárral egyenlő: 1 rad $\approx 57{,}3°$.

8.3. Geometriai transzformációk

Transzformáció: egyértelmű pont-pont megfeleltetés, leképezés: $P \mapsto P'$.

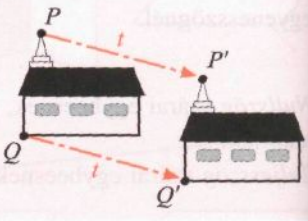
8.3.1. Elemi síktranszformációk

Identitás: bármely pontnak önmaga a képe.

Eltolás (párhuzamos eltolás): $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{QQ'} = \mathbf{t}$.

Az eltolást az irányával és a nagyságával, az *eltolásvektorral* adjuk meg.

Fixelemek: az eltolás irányával párhuzamos egyenesek.

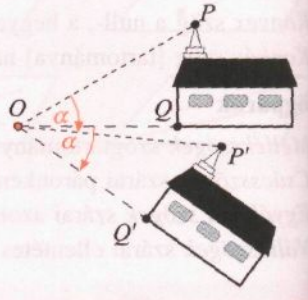


Elforgatás (pont körüli forgatás):

$POP'\sphericalangle = QOQ'\sphericalangle = \alpha$.

Az elforgatást a középponttal, az elforgatás irányával és szögével adjuk meg.

Fixelem: csak a középpont.

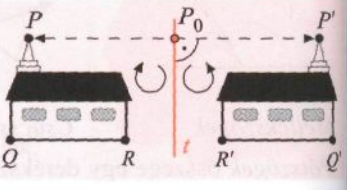


Tükrözés egyenesre (tengelyes tükrözés):

$\overrightarrow{PP_0} = \overrightarrow{P_0P'}$, $PP' \perp \mathbf{t}$.

A tükrözést a tengelyével adjuk meg.

Fixelemek: a tengely pontonként, a tengelyre merőleges egyenesek.

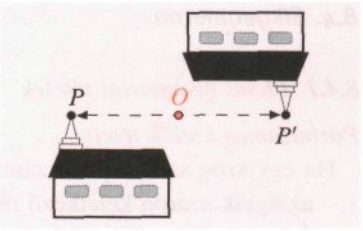


Tükrözés pontra (középpontos tükrözés):

$\overrightarrow{PO} = \overrightarrow{OP'} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP'} : \overrightarrow{OP} = -1.$

A tükrözést a centrumával adjuk meg.

Fixelemek: a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.



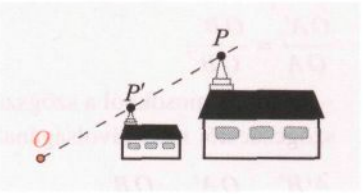
Középpontos hasonlóság (homotécia):

$\overrightarrow{OP'} : \overrightarrow{OP} = k$. A középpontos hasonlóságot a centrumával és a hasonlóság arányával adjuk meg.

Ha $|k| > 1$: nagyítás, ha $|k| < 1$: kicsinyítés, ha $k = 1$: identitás.

Ha $k < 0$: középpontos tükrözés és egy nagyítás/kicsinyítés/identitás egymásutánja.

Fixelemek: a centrum és a centrumra illeszkedő egyenesek.



Merőleges affinitás:

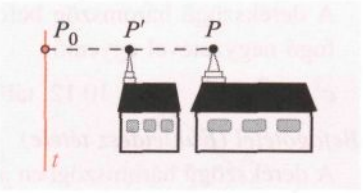
$\overrightarrow{P_0P'} : \overrightarrow{P_0P} = k, \quad PP' \perp \mathbf{t}.$

A merőleges affinitást a tengelyével és az affinitás arányával adjuk meg.

Ha $|k| > 1$: nyújtás, ha $|k| < 1$: összenyomás, ha $k = 1$: identitás.

Ha $k < 0$: tengelyes tükrözés és egy nyújtás/összenyomás/identitás egymásutánja.

Fixelemek: a tengely pontonként és a tengelyre merőleges egyenesek.



Nyírás:

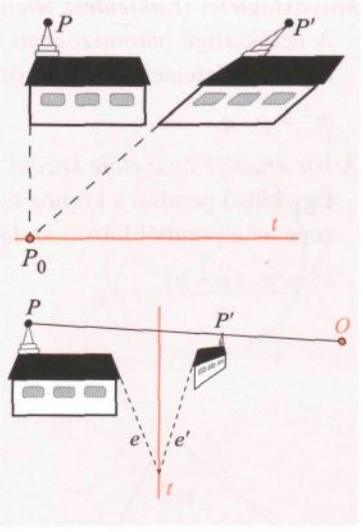
$\overrightarrow{PP'} : |\overrightarrow{P_0P}| = k, \; PP' \| \mathbf{t}.$

Fixelemek: a tengely pontonként és a tengellyel párhuzamos egyenesek.

Centrális-axiális kollineáció:

$PP' \ni O$; $ee' \in t$. (PP' egyenes O-ra, ee' metszéspont t-re illeszkedik.)

Fixelemek: a tengely pontonként, a centrum sugaranként.



8.3.2. Összetett transzformációk:

Véges sok elemi transzformáció egymás után végrehajtva. (Az összetevők sorrendje általában nem cserélhető fel!)

Egybevágóság: identitás, eltolások, forgatások, tükrözések egymásutánja.

Hasonlóság: egybevágóságok és középpontos hasonlóságok egymásutánja.

Affinitás: hasonlóságok és tengelyes affinitások, nyírások egymásutánja.

Projektivitás: affinitások és centrális-axiális kollineációk egymásutánjai.

8.4. Síkgeometria

8.4.1. Elemi geometriai tételek

Párhuzamos szelők tételei:

Ha egy szög szárait párhuzamosokkal metsszük, akkor

– az egyik száron keletkező metszetek aránya megegyezik a másik száron levő megfelelő metszetek arányával:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB};$$

– a párhuzamosokból a szögszárak által kimetszett szakaszok aránya megegyezik végpontjuk szögcsúcstól mért távolságának arányával:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}.$$

Pitagorasz tétele

A derékszögű háromszög befogóinak négyzetösszege az átfogó négyzetével egyenlő:

$c^2 = a^2 + b^2$. (lásd 10.12. táblázat, 96. oldal)

*Befogótétel (**Eukleidész tétele**)*

A derékszögű háromszögben a befogó az átfogóra eső merőleges vetületének és az átfogónak a mértani közepe:

$a^2 = p \cdot c, \qquad b^2 = q \cdot c.$

*Magasságtétel (**Eukleidész tétele**)*

A derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság a befogók átfogóra eső merőleges vetületeinek mértani közepe:

$m^2 = p \cdot q.$

A kör érintője és szelője közötti kapcsolat

Egy külső pontból a körhöz húzott érintő hossza mértani közepe az e pontból húzott szelő két szeletének:

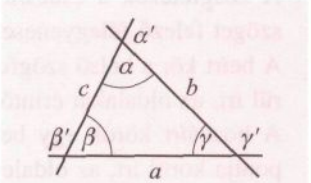
$e^2 = p \cdot (p + h).$

8.4.2. A háromszög nevezetes tulajdonságai

Az oldalak és szögek viszonyai:

Bármelyik két oldal összege nagyobb a harmadiknál:

$a+b>c; \quad a+c>b; \quad b+c>a.$



A nagyobb oldallal szembeni szög nagyobb és a nagyobb szöggel szembeni oldal nagyobb:

$a<b \Leftrightarrow \alpha<\beta.$

A belső szögek összege az egyenesszöggel egyenlő:

$\alpha+\beta+\gamma=\pi=180°.$

A külső szögek összege a teljesszöggel egyenlő:

$\alpha'+\beta'+\gamma'=2\pi=360°.$

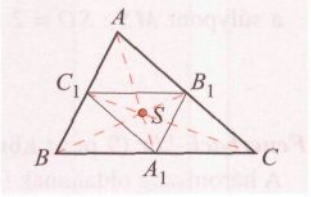
A külső szög a másik két belső szög összegével egyenlő:

$\alpha'=\beta+\gamma; \quad \beta'=\alpha+\gamma; \quad \gamma'=\alpha+\beta.$

Súlyvonal, középvonal, súlypont:

A háromszög súlyvonala a csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő egyenes szakasz: AA_1, BB_1, CC_1.

Az S súlypont a három súlyvonal egyetlen közös pontja. A súlypont mindegyik súlyvonalat 2 : 1 arányban osztja [a csúcshoz közelebbi szakasz a nagyobb].



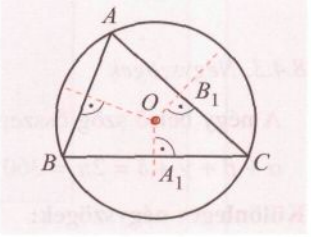
$BA_1=A_1C, \quad AB_1=B_1C, \quad AS:SA_1=2:1.$

A középvonalak az oldalfelezőpontokat összekötő szakaszok: $2\cdot B_1C_1=BC$.

Oldalfelező merőleges, körülírt kör:

Az oldalfelező merőleges a háromszög oldalának felezőpontjában emelt merőleges egyenes: A_1O, B_1O, C_1O.

A háromszög körülírt köre a három csúcsponton megy keresztül, O középpontja az oldalfelező merőlegesek egyetlen közös pontja:



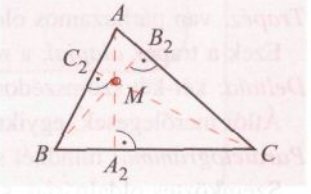
$BA_1=A_1C, \quad AB_1=B_1C,$

$OA_1\perp BC, \quad OB_1\perp AC.$

Magasságvonal, magasságpont:

A magasságvonal a háromszög csúcsából a szemköztes oldalegyenesére bocsátott merőleges szakasz: A_2A, B_2B, C_2C.

Az M magasságpont a három magasságvonal egyetlen közös pontja.



$AA_2\perp BC,$

$BB_2\perp AC.$

Szögfelezők, beírt kör, hozzáírt körök:

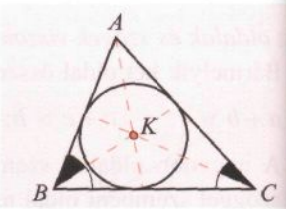
A szögfelezők a csúcsra illeszkedő, a belső vagy a külső szöget felező félegyenesek.

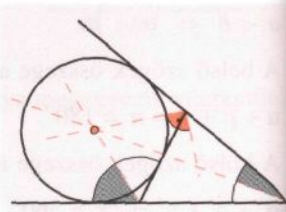
A beírt kör a belső szögfelezők egyetlen közös K pontja körül írt, az oldalakat érintő kör.

A hozzáírt körök egy belső és két külső szögfelező közös pontja körül írt, az oldalegyeneseket érintő körök.

Az egy csúcshoz tartozó belső és külső szögfelezők merőlegesek egymásra.

A belső szögfelező a szemközti oldalt a szomszédos oldalak arányában metszi.



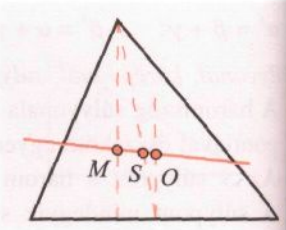


$ABK\sphericalangle = KBC\sphericalangle$,

$CK : KA = CB : AB$.

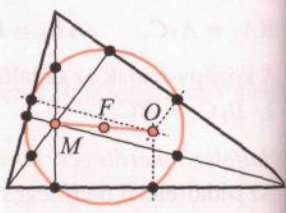
Euler-egyenes:

A háromszög M magasságpontja, S súlypontja és a körülírt kör O középpontja egy egyenesen van, és az MO szakaszt a súlypont $MS : SO = 2 : 1$ arányban osztja.



***Feuerbach-kör* (9 pont köre):**

A háromszög oldalainak felezőpontjai, a magasságainak talppontjai és a magasságpontot a csúcsokkal összekötő szakaszok felezőpontjai egy körön fekszenek. E kör F középpontja felezi az M magasságpontot a körülírt kör O középpontjával összekötő szakaszt: $MF = FO$.



8.4.3. Négyszögek

A négy belső szög összege egy teljesszöggel egyenlő:

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi = 360°$.

Különleges négyszögek:

Konvex: minden szöge konvex ($< 180°$).

Trapéz: van párhuzamos oldalpárja.

Ezek a trapéz *alapjai*, a másik kettő a két *szára*.

Deltoid: két-két szomszédos oldala egyenlő.

Átlói merőlegesek, egyikre szimmetrikus. Ez a másiknak felezőmerőlegese.

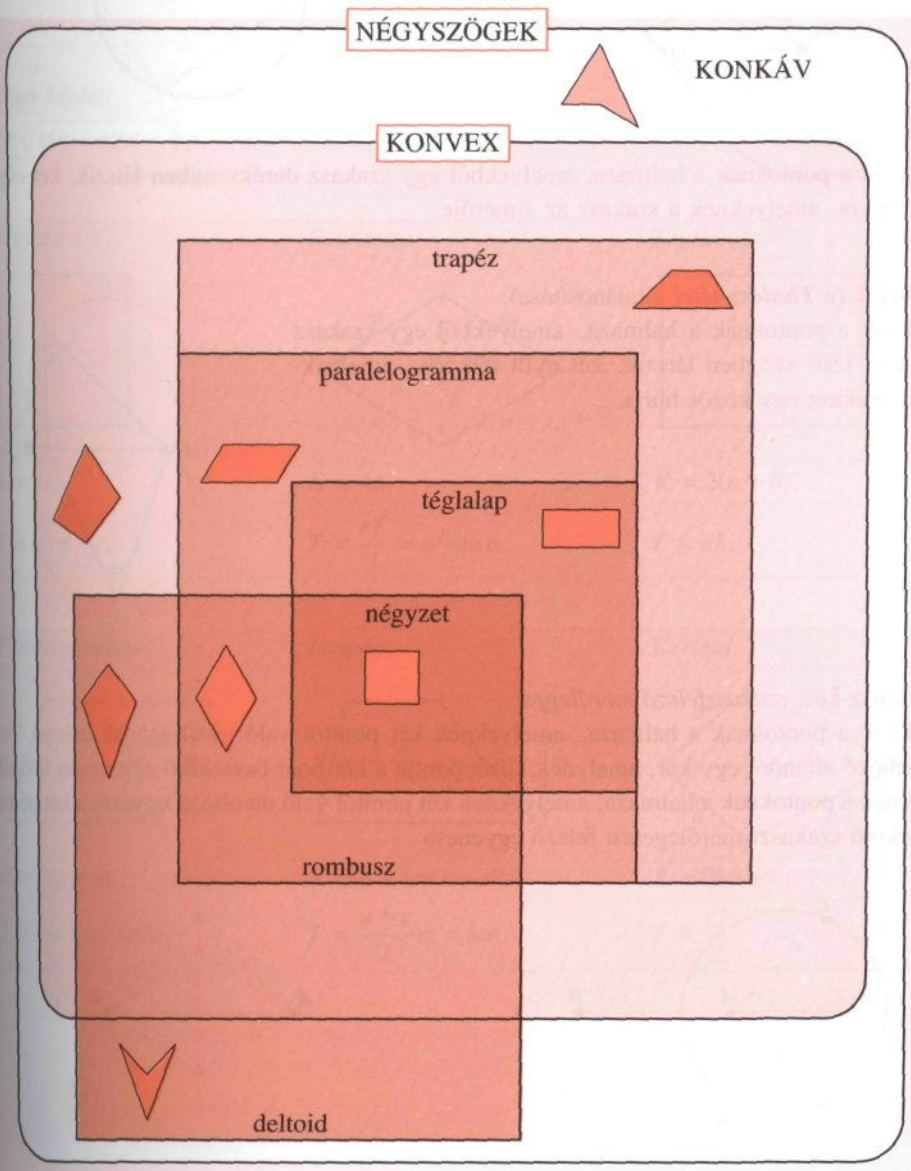
Paralelogramma: mindkét szemköztes oldalpárja párhuzamos.

Szemköztes oldalpárjai, szögpárjai egyenlők, középpontosan szimmetrikus.

Téglalap: derékszögű paralelogramma.

Átlói egyenlők, két tengelyre szimmetrikus.

Rombusz: egyenlő oldalú paralelogramma.
Átlói merőlegesek, ezekre szimmetrikus.
Négyzet: egyenlő oldalú és egyenlő szögű paralelogramma.
Négy szimmetriatengelye van.
Húrnégyszög: csúcsai egy körre illeszkednek.
Szemköztes szögpárjainak összege: $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$.
Érintőnégyszög: oldalai egy kört érintenek.
Szemköztes oldalpárjainak összege megegyezik: $a + c = b + d$.

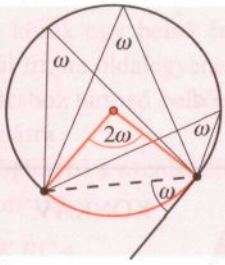


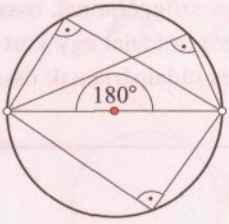
8.4.4. A kör néhány nevezetes tétele

Kerületi és középponti szögek:

A kör egy ívéhez (és a vele egyenlő ívekhez) tartozó kerületi szögek egyenlők.

Az ívhez tartozó középponti szög a megfelelő kerületi szögeknek a kétszerese.



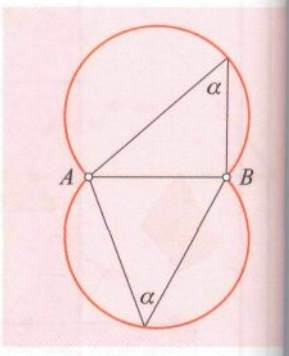


Thalész tétele:

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz derékszögben látszik, két olya nyílt félkör, amelyeknek a szakasz az átmérője.

Látókörívek (a ***Thalész-tétel*** általánosítása):

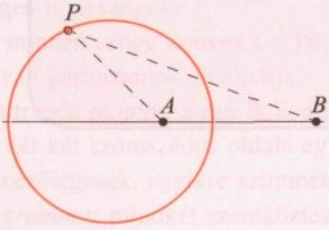
Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyekből egy szakasz $0 < \alpha < 180°$ szögben látszik, két nyílt félkörív, amelyeknek a szakasz egy közös húrja.

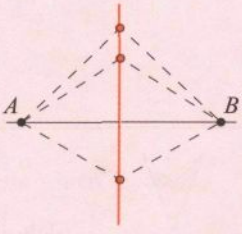


Apollóniusz-kör, *szakaszfelező merőleges:*

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolságának aránya 1-tő különböző állandó, egy kör, amelynek középpontja a két pont összekötő egyenesén fekszik.

Azoknak a pontoknak a halmaza, amelyeknek két ponttól való távolsága egyező, a két pont összekötő szakaszt merőlegesen felező egyenes.





8.4.5. *Síkidomok kerülete (K), területe (T)*

A képletekben az a, b, c, ... változók az idomok oldalainak, m a magasságnak, r a beírt, R a körülírt kör sugarának, az α, β, γ, ... a szögeknek a mérőszámát jelölik. A fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget. A képletekben $\widehat{\alpha}$, illetve α° az α szög radiánban, illetve fokban mért értékét jelöli.

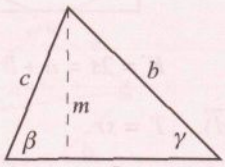
Háromszög:

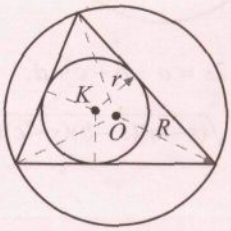
$K = 2s = a + b + c,$

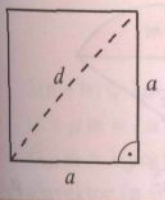
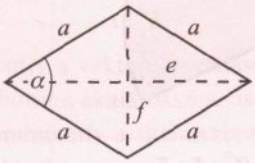
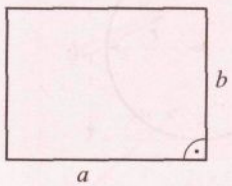
$$T = \frac{am}{2} = \frac{ab\sin\gamma}{2} = \frac{abc}{4R} = sr.$$

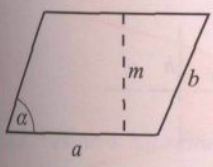
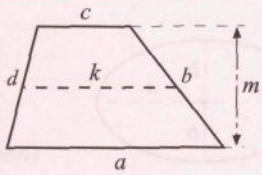
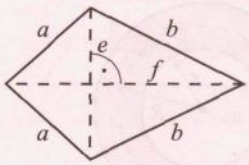
Héron-képlet:

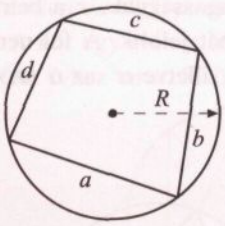
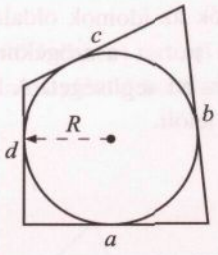
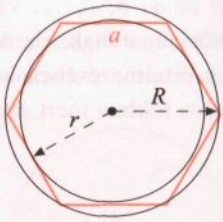
$$T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

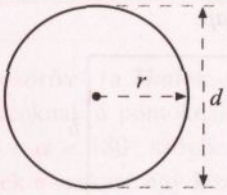
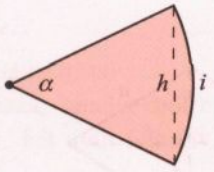
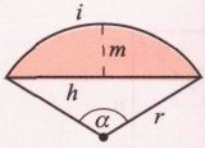


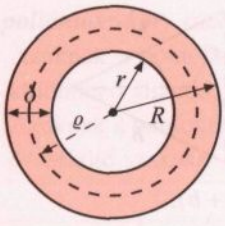
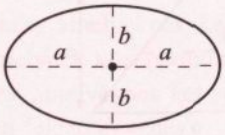
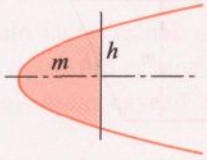


Négyzet:	*Rombusz:*	*Téglalap:*
		
$K = 4a,$	$K = 4a,$	$K = 2(a+b),$
$T = a^2 = \frac{d^2}{2}.$	$T = \frac{ef}{2} = a^2\sin\alpha.$	$T = ab.$

Paralelogramma:	*Trapéz:*	*Deltoid:*
		
$K = 2(a+b),$	$K = a+b+c+d,$	$K = 2(a+b),$
$T = am = ab\sin\alpha.$	$T = \frac{a+c}{2}m = km.$	$T = \frac{ef}{2}.$

Húrnégyszög:	*Érintőnégyszög:*	*Szabályos n-szög:*
		
$K = 2s = a + b + c + d,$	$K = 2s = a + b + c + d,$	$K = na,$
$T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}.$	$T = sr.$	$T = \frac{nR^2 \sin\alpha}{2} = \frac{nar}{2};\ \alpha = \frac{360^\circ}{n}.$

Kör:	*Körcikk:*	*Körszelet:*
		
$K = 2\pi r = \pi d,$	$i = \widehat{\alpha} \cdot r = \frac{\alpha^\circ \cdot r \cdot \pi}{180^\circ},$	$m = r - \frac{\sqrt{4r^2 - h^2}}{2} = r - r \cdot \cos\frac{\alpha}{2}$
$T = \pi r^2 = \frac{d^2\pi}{4}.$	$T = \frac{1}{2}ir = \frac{\widehat{\alpha} r^2}{2} = \frac{\pi\alpha^\circ}{360^\circ}r^2.$	$T = \frac{ir - h(r-m)}{2}.$

Körgyűrű:	*Ellipszis:*	*Parabolaszelet:*
		
$K = 2\pi(R + r),$		
$T = \pi(R^2 - r^2) = 2\pi\varrho\delta.$ $\delta = R - r,\ \varrho = \frac{R+r}{2}$	$T = \pi ab.$	$T = \frac{2}{3}hm.$

8.5.1. Műveletek vektorokkal

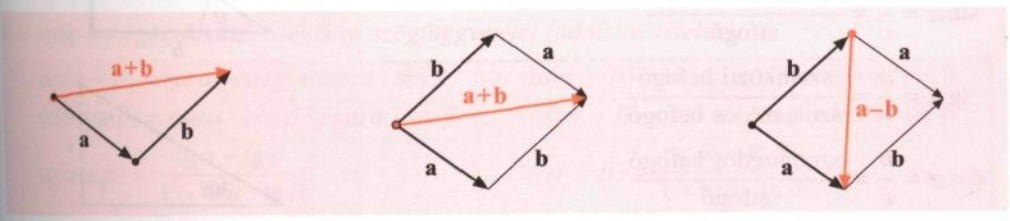
Összeadás-kivonás:

$\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{b}+\mathbf{a}$, kommutatív.

$(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mathbf{c}=\mathbf{a}+(\mathbf{b}+\mathbf{c})$, asszociatív.

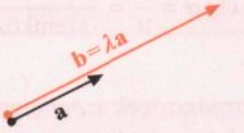
$|\mathbf{a}+\mathbf{b}| \le |\mathbf{a}|+|\mathbf{b}|$.

$\mathbf{a}-\mathbf{b}=\mathbf{c} \Leftrightarrow \mathbf{a}=\mathbf{b}+\mathbf{c}$.



Szorzás skalárral:

$\mathbf{b}=\lambda\mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{b}|=|\lambda|\cdot|\mathbf{a}| \wedge \mathbf{b} \parallel \mathbf{a}$.



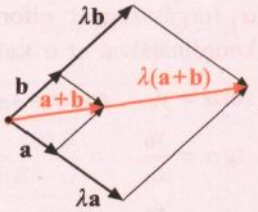
$\lambda(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\lambda\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}$, disztributív a vektorösszeadásra.

$(\lambda+\mu)\mathbf{a}=\lambda\mathbf{a}+\mu\mathbf{a}$, disztributív a skalárösszeadásra.

$(\lambda\mu)\mathbf{a}=\lambda(\mu\mathbf{a})=\mu(\lambda\mathbf{a})$, kommutatív a skalárszorzásra.

Egységvektor ($\mathbf{a}$ irányú egységvektor):

$$\mathbf{a}^0=\frac{1}{|\mathbf{a}|}\cdot\mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{a}^0|=1.$$

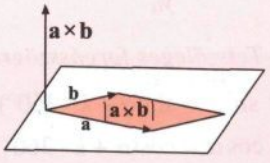


Skaláris szorzat: $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\cos(\mathbf{a};\mathbf{b})_{\sphericalangle}$.

Vektoriális szorzat (csak térben!):

$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\sin(\mathbf{a};\mathbf{b})_{\sphericalangle}$;

$\mathbf{a}\perp(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\perp\mathbf{b}$.



8.5.2. Vektorok koordinátái (síkban)

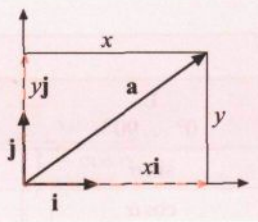
$\mathbf{a}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j} \Rightarrow \mathbf{a}=a(x;y),\ (x;y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

Műveletek

$\mathbf{a}_1+\mathbf{a}_2=(x_1+x_2)\mathbf{i}+(y_1+y_2)\mathbf{j}$.

$\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2=(x_1-x_2)\mathbf{i}+(y_1-y_2)\mathbf{j}$.

$\lambda\mathbf{a}=\lambda x\mathbf{i}+\lambda y\mathbf{j}$.



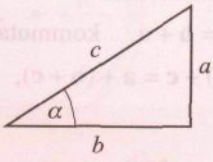
Abszolútérték: $|a|=\sqrt{x^2+y^2}$.

Egységvektor: $\mathbf{a}^0=\dfrac{\mathbf{a}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Skaláris szorzat: $\mathbf{a}_1\cdot\mathbf{a}_2=x_1x_2+y_1y_2$.

8.6.1. *Szögfüggvények* (lásd 10.5. táblázat, 88. oldal, 10.6., 10.7. táblázatok, 90. oldal)

A derékszögű háromszögben az α hegyesszög szögfüggvényei:

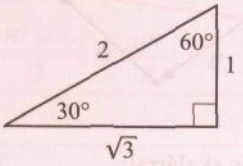


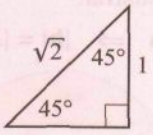
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{átfogó}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{szemközti befogó}}{\text{szomszédos befogó}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{átfogó}}$$

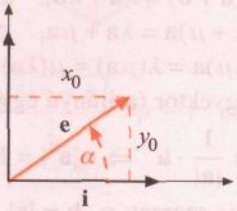
$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{szomszédos befogó}}{\text{szemközti befogó}}$$





Forgásszögek szögfüggvényei:

A koordináta-rendszer **i** egységvektorából tetszőleges α forgásszöggel elforgatott $\mathbf{e}(x_0; y_0)$ egységvektor koordinátáival az α szögfüggvényei:



$$\sin\alpha = y_0, \quad \cos\alpha = x_0,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_0}{x_0}, \qquad \text{ha } x_0 \neq 0$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{x_0}{y_0}, \qquad \text{ha } y_0 \neq 0$$

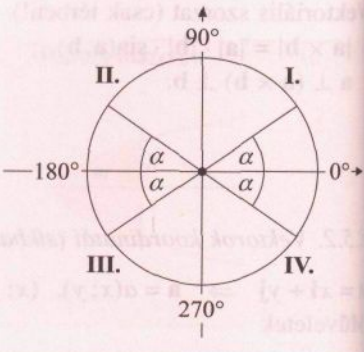
Tetszőleges forgásszögre:

$$\sin\alpha = \sin(\alpha + k \cdot 360°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\alpha = \cos(\alpha + k \cdot 360°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180°), \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$



I. 0° ... 90°	II. 90° ... 180°	III. 180° ... 270°	IV. 270° ... 360°
$\sin\alpha$	$\sin(180° - \alpha)$	$-\sin(\alpha - 180°)$	$-\sin(360° - \alpha)$
$\cos\alpha$	$-\cos(180° - \alpha)$	$-\cos(\alpha - 180°)$	$\cos(360° - \alpha)$
$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}(180° - \alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha - 180°)$	$-\operatorname{tg}(360° - \alpha)$
$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}(180° - \alpha)$	$\operatorname{ctg}(\alpha - 180°)$	$-\operatorname{ctg}(360° - \alpha)$

8.6.2. Trigonometriai összefüggések

Összefüggések egy szög különböző szögfüggvényei között:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
$\cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$	$\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$
$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Két szög összegének/különbségének szögfüggvényei (addíciós tételek):

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$	$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$
$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$	$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$
$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$	$\operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$
$\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = \dfrac{\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha - 1}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha}$	$\operatorname{ctg}(\alpha-\beta) = \dfrac{\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha + 1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\alpha}$

Két szögfüggvény összegének/különbségének szorzattá alakítása:

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$	$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$
$\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$	$\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = \dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$

Kétszeres szögek szögfüggvényei:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \dfrac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$
$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$	$\operatorname{ctg} 2\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$

Félszögek szögfüggvényei:

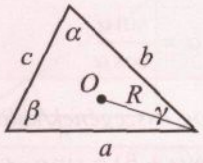
$\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 - \cos\alpha}{2}$	$\cos^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 + \cos\alpha}{2}$
$\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$	$\operatorname{ctg}^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}$

8.6.3. A háromszögek tételei

Szinusztétel: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, ahol R a körülírt kör sugara.

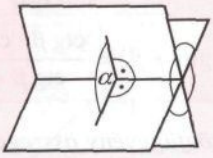
Koszinusztétel: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$.

Tangenstétel: $\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}$.



8.7. Térgeometria

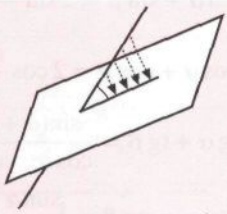
8.7.1. Alapfogalmak, tételek



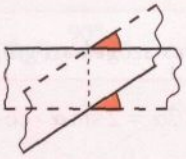
Lapszög: két metsző sík a teret négy tartományra bontja. Egy ilyen tartomány a határoló félsíkokkal alkotja a lapszöget.

Két sík hajlásszöge a metszésvonalukra emelt merőlegesek hajlásszöge.

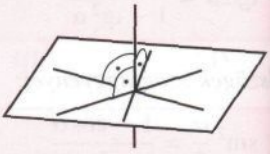
Egyenes és sík hajlásszöge az egyenes és síkra merőleges vetületének hajlásszöge.



Kitérő egyenesek hajlásszöge a velük párhuzamos metszők hajlásszöge.



Síkra merőleges egyenes tétele:
Ha egy egyenes merőleges a sík két metsző egyenesére, akkor a síkra (annak minden egyenesére) merőleges.



8.7.2. Testek felszíne (A), térfogata (V)

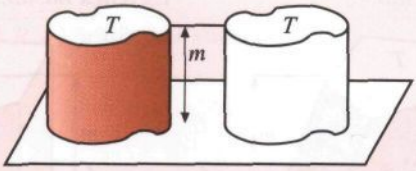
A képletekben az a, b, c, ... változók a testek oldaléleinek vagy alkotóinak, m a test magasságának, T az alaplap területének, P a palást felszínének a mérőszámát jelölik. Az itt fel nem sorolt jelölések értelmezésében az ábra ad segítséget.

Hengerek

Egyenes henger:

$A = 2T + km,$

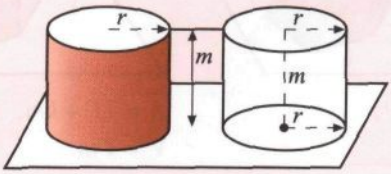
$V = Tm.$



Forgáshenger:

$A = 2\pi r(r + m),$

$V = \pi r^2 m.$

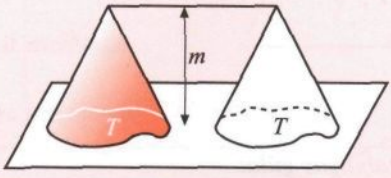


Kúpok

Egyenes kúp:

$A = T + P,$

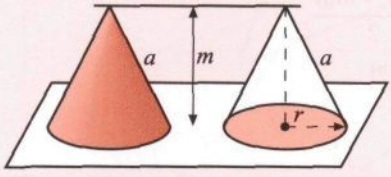
$V = \frac{Tm}{3}.$



Forgáskúp:

$A = \pi r(r + a),$

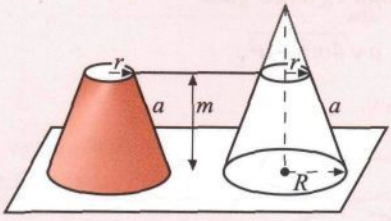
$V = \frac{\pi r^2 m}{3}.$



Csonkakúp:

$A = \pi[R^2 + r^2 + a(R + r)],$

$V = \frac{\pi m}{3}(R^2 + r^2 + Rr).$

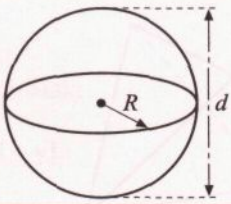


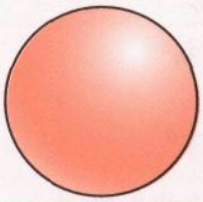
Gömb és részei

Gömb:

$$A = 4\pi R^2 = \pi d^2,$$

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{\pi}{6} d^3.$$



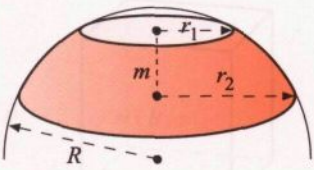


Gömböv, -réteg:

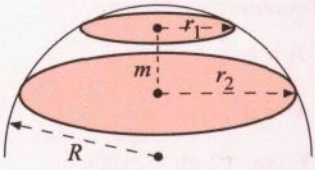
$$A = 2\pi Rm,$$

$$V = \frac{\pi m}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + m^2).$$

Gömböv



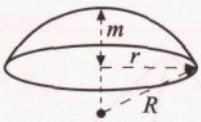
Gömbréteg

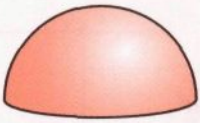


Gömbsüveg, -szelet:

$$A = 2\pi Rm + \pi r^2,$$

$$V = \frac{\pi}{3} m^2(3R - m).$$

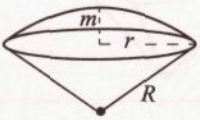


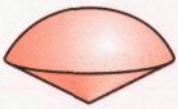


Gömbcikk:

$$A = \pi R(2m + r),$$

$$V = \frac{2\pi}{3} R^2 m.$$

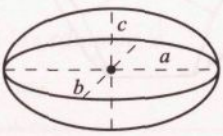


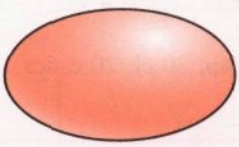


Ellipszoid

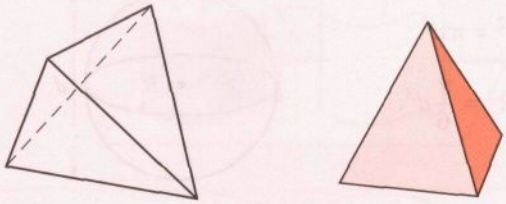
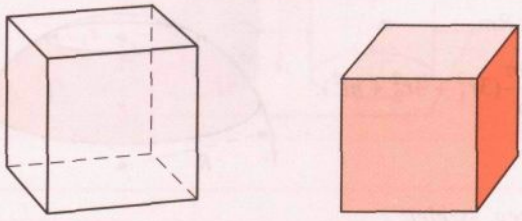
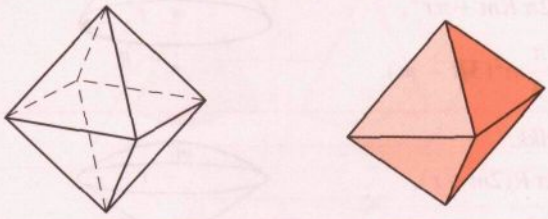
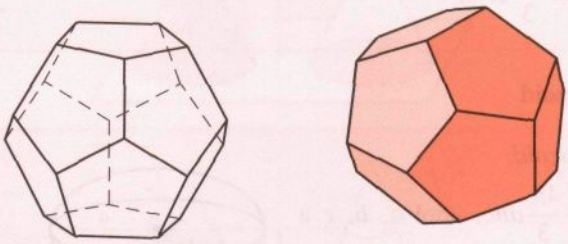
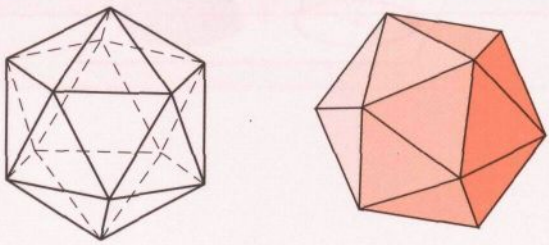
Ellipszoid:

$V = \frac{4\pi}{3} abc$, ahol a, b, c a három féltengely hossza.





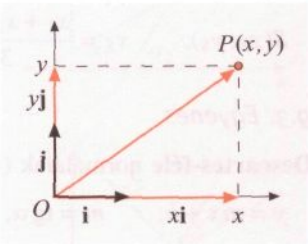
Szabályos testek:

Tetraéder: $A = \sqrt{3}a^2$, $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$, 4 lap; 6 él; 4 csúcs	
Hexaéder: $A = 6a^2$, $V = a^3$, 6 lap; 12 él; 8 csúcs	
Oktaéder: $A = 2\sqrt{3}a^2$, $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$, 8 lap; 12 él; 6 csúcs	
Dodekaéder: $A = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}a^2$, $V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}a^3$, 12 lap; 30 él; 20 csúcs	
Ikozaéder: $A = 5\sqrt{3}a^2$, $V = \frac{15 + 5\sqrt{5}}{12}a^3$, 20 lap; 30 él; 12 csúcs	

9.1. Koordináta-rendszerek

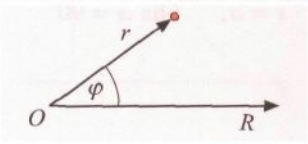
Descartes-féle derékszögű koordináták:

$P = P(x, y); \qquad \overrightarrow{OP} = \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}.$



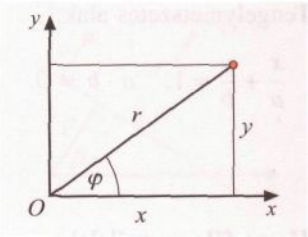
Polárkoordináták:

$P = P(r, \varphi); \qquad r = |\mathbf{r}| = |\overline{OP}|; \qquad \varphi = (R, \mathbf{r})_{\sphericalangle}.$



A két koordináta-rendszer kapcsolata:

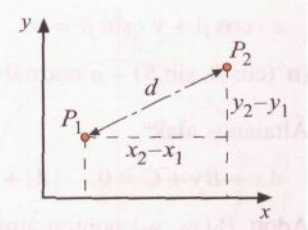
$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\varphi \\ y = r \cdot \sin\varphi \end{cases}, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$



9.2. Pont

Két pont távolsága:

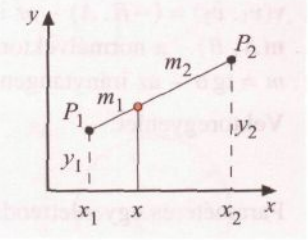
$$d = |\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$



Az $m_1 : m_2$ arányban osztó pont koordinátái:

$$P(x; y) = |\overline{P_1P}| : |\overline{PP_2}| = m_1 : m_2,$$

$$x = \frac{m_2x_1 + m_1x_2}{m_1 + m_2}, \qquad y = \frac{m_2y_1 + m_1y_2}{m_1 + m_2}.$$



A felezőpont koordinátái:

$$F(x_f; y_f): \qquad x_f = \frac{x_1 + x_2}{2}, \qquad y_f = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Pontrendszer súlypontja (egyenlő súlyozás esetén):

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}, \qquad \overline{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n}.$$

A háromszög súlypontjának koordinátái:

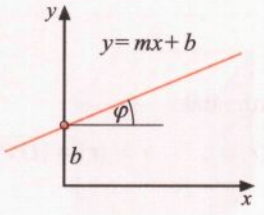
$$S(x_S; y_S): \qquad x_S = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \qquad y_S = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

9.3. Egyenes

Descartes-féle normálalak (irányténye zős egyenlet):

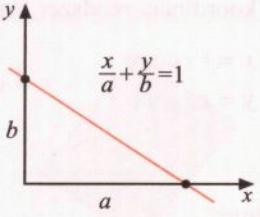
$y = mx + b; \qquad m = \operatorname{tg}\alpha, \qquad$ ha $0° \leq \alpha < 90°.$

$x = a, \qquad$ ha $\alpha = 90°.$



Tengelymetszetes alak:

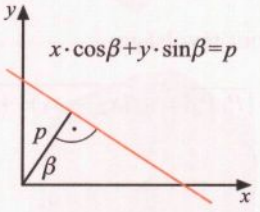
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \quad a \cdot b \neq 0.$$



Hesse-féle normálalak:

$x \cdot \cos\beta + y \cdot \sin\beta = p.$

($\mathbf{n}°(\cos\beta, \sin\beta)$ – a normálvektor.)



Általános alak:

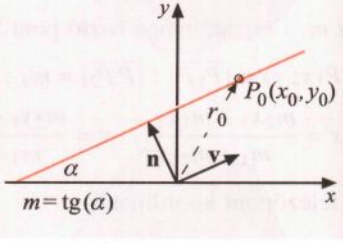
$$Ax + By + C = 0, \quad |A| + |B| > 0.$$

Adott $P_0(x_0, y_0)$ ponton átmenő egyenes egyenletei:

$\mathbf{v}(v_1, v_2) = (-B, A)$ – az irányvektor;

$\mathbf{n}(A, B)$ – a normálvektor;

$m = \operatorname{tg}\alpha$ – az iránytangens.



Vektoregyenlet: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v} \cdot t.$

Paraméteres egyenletrendszer: $\begin{cases} x = x_0 + v_1 \cdot t \\ y = y_0 + v_2 \cdot t \end{cases}.$

Irányvektoros egyenlet: $v_2(x - x_0) = v_1(y - y_0).$

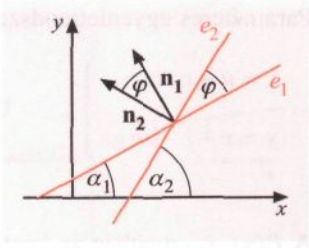
Normálvektoros egyenlet: $Ax + By = Ax_0 + By_0.$

Irányténye zős egyenlet: $y = m(x - x_0) + y_0.$

Normálalak: $$\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}y + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0.$$

Két ponton ($P_1(x_1; y_1)$, $P_2(x_2; y_2)$) átmenő egyenes egyenlete:

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1).$$



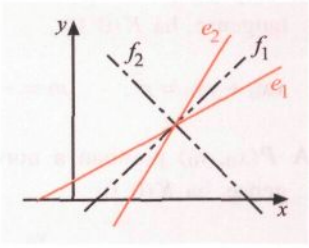
Két egyenes hajlásszöge:

$$\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2}\right| = \left|\frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}\right|.$$

Két egyenes szögfelezőinek egyenlete:

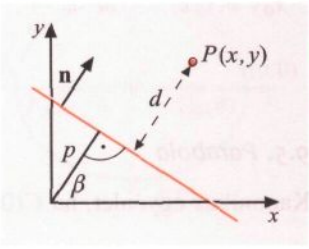
$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \pm \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = 0.$$

$$x(\cos\beta_1 \pm \cos\beta_2) + y(\sin\beta_1 \pm \sin\beta_2) = \beta_1 \pm \beta_2.$$



Pont távolsága egyenestől:

$$d = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{y_1 - mx_1 - b}{\sqrt{m^2 + 1}} = x_1\cos\beta + y_1\sin\beta - p.$$

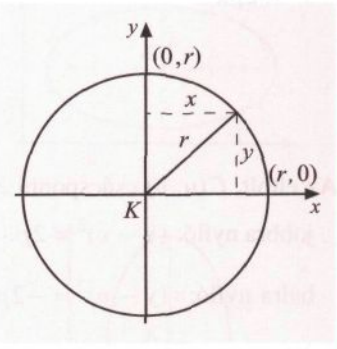


Két egyenes párhuzamos, ha $A_1 \cdot B_2 = A_2 \cdot B_1$; $\quad m_1 = m_2$.
Két egyenes merőleges, ha $A_1 \cdot A_2 = -B_1 \cdot B_2$; $\quad m_1 \cdot m_2 = -1$.

9.4. Kör

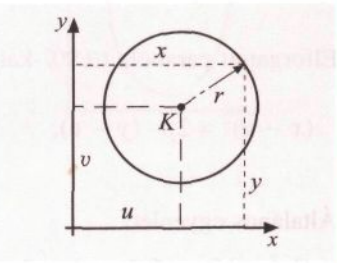
Kanonikus egyenlete, $K(0, 0)$:

$$x^2 + y^2 = r^2.$$



A $K(u, v)$ középpontú egyenlet:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2.$$



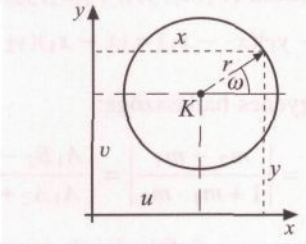
Általános egyenlet ($A > 0$):

$$Ax^2 + Ay^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$r = \sqrt{\frac{D^2 + E^2 - AF}{A^2}}, \qquad K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{A}\right).$$

Paraméteres egyenletrendszer, ha $K(u, v)$:

$$\left.\begin{aligned} x &= u + r \cdot \cos\omega \\ y &= v + r \cdot \sin\omega \end{aligned}\right\}, \qquad 0 \le \omega < 2\pi.$$

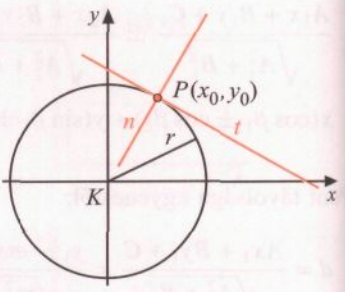


A $P(x_0, y_0)$ pontban az érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$:

$$xx_0 + yy_0 = r^2, \qquad m = -\frac{x_0}{y_0}.$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban a normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$:

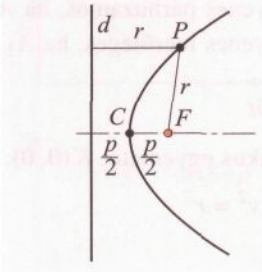
$$x_0 y = y_0 x, \qquad m^* = \frac{y_0}{x_0}.$$



9.5. *Parabola*

Kanonikus egyenlet, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:

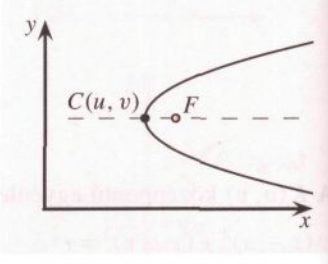
$$y^2 = 2px.$$



Az eltolt, $C(u, v)$ csúcspontú egyenlet,

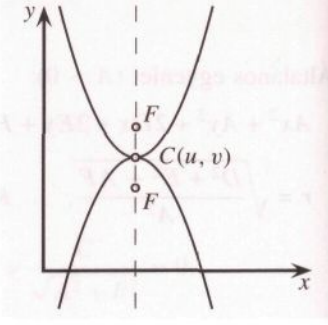
jobbra nyíló: $(y - v)^2 = 2p \cdot (x - u)$;

balra nyíló: $(y - v)^2 = -2p \cdot (x - u)$;



Elforgatott parabola ($\pm 90°$-kal), ha $C(u, v)$, $F\left(u, v, \pm\frac{p}{2}\right)$:

$$(x - u)^2 = 2p \cdot (y - v), \qquad (x - u)^2 = -2p \cdot (y - v).$$



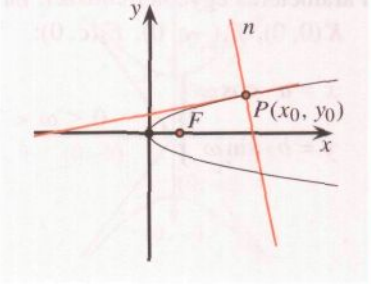
Általános egyenlet:

$$Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$p = -\frac{D}{C}, \qquad K\left(-\frac{E^2 - CF}{2CD}, -\frac{E}{C}\right).$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:

$$y \cdot y_0 = p \cdot (x - x_0), \qquad m = \frac{p}{y_0}.$$



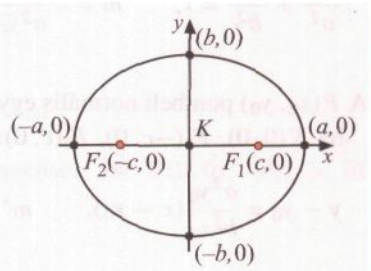
A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $C(0, 0)$, $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$:

$$p \cdot (y - y_0) = y_0 \cdot (x - x_0), \qquad m^* = -\frac{y_0}{p_0}.$$

9.6. Ellipszis

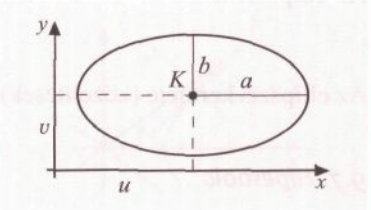
Kanonikus egyenlet, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$



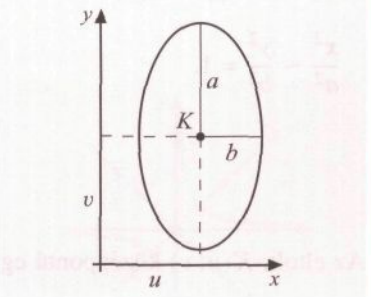
Az eltolt, $K(u, v)$ középpontú egyenlet:

$$\frac{(x-u)^2}{a^2} + \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$



Elforgatott ellipszis (90°-kal), ha $K(u, v)$, $F_1(u, v - c)$, $F_2(u, v + c)$:

$$\frac{(x-u)^2}{b^2} + \frac{(y-v)^2}{a^2} = 1.$$



Általános egyenlet:

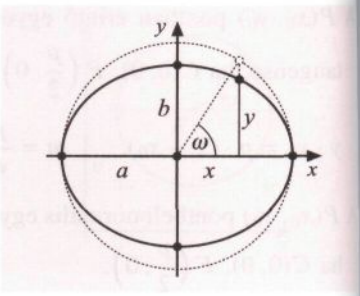
$$Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

$$a = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{A^2C}}, \qquad b = \sqrt{\frac{CD^2 + AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

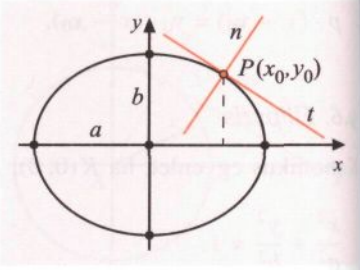
Paraméteres egyenletrendszer, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\left.\begin{aligned} x &= a \cdot \cos\omega \\ y &= b \cdot \sin\omega \end{aligned}\right\}, \qquad 0 \le \omega < 2\pi.$$



A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1; \qquad m = -\frac{b^2x_0}{a^2y_0}.$$



A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$y - y_0 = \frac{a^2y_0}{b^2x_0}(x - x_0), \qquad m^* = \frac{a^2y_0}{b^2x_0}.$$

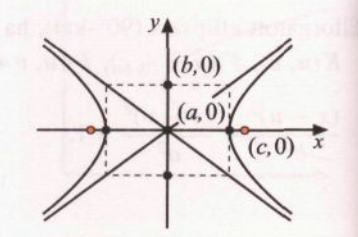
Az ellipszis területe: $\quad T = \pi ab = \dfrac{\pi p^2}{\sqrt{(1-e^2)^3}}.$

Az ellipszis kerülete (közelítések): $\quad K \approx \pi\left[\dfrac{3(a+b)}{2} - \sqrt{ab}\right], \qquad K \approx 4\dfrac{ab\pi + (a-b)^2}{a+b}.$

9.7. *Hiperbola*

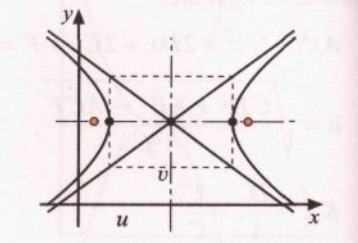
Kanonikus egyenlet, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$



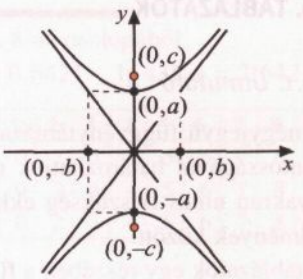
Az eltolt, $K(u, v)$ középpontú egyenlet:

$$\frac{(x-u)^2}{a^2} - \frac{(y-v)^2}{b^2} = 1.$$



Elforgatott hiperbola (90°-kal), ha $K(0, 0)$, $F_1(0, -c)$, $F_2(0, c)$:

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1.$$



Eltolva $K(u, v)$ középpontba:

$$\frac{(x-u)^2}{b^2} - \frac{(y-v)^2}{a^2} = 1.$$

Általános egyenlet:

$$Ax^2 - Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0,$$

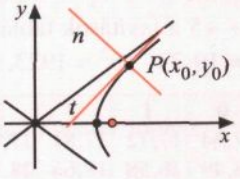
$$a = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{A^2C}}, \qquad b = \sqrt{\frac{CD^2 - AE^2 - ACF}{AC^2}},$$

$$K\left(-\frac{D}{A}, -\frac{E}{C}\right).$$

A $P(x_0, y_0)$ pontban érintő egyenes egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1, \qquad m = \frac{b^2x_0}{a^2y_0}.$$

A $P(x_0, y_0)$ pontbeli normális egyenlete és iránytangense, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

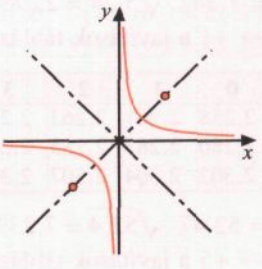


$$y - y_0 = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}(x - x_0), \qquad m^* = -\frac{a^2y_0}{b^2x_0}.$$

Az aszimptoták egyenlete, ha $K(0, 0)$, $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$:

$$\frac{x}{a} \pm \frac{y}{b} = 0.$$

Az egyenlő szárú hiperbola az aszimptoták rendszerében:



$$x \cdot y = \left(\frac{c}{2}\right)^2.$$

10.1. Útmutató

A négyjegyű függvénytáblázatokból az egyes függvények értékét általában négy értékes jegy pontosságával határozhatjuk meg. Ez a gyakorlati számítások igényeit legtöbbször kielégíti. Gyakran nincs is szükség ekkora pontosságra, sőt nem is értelmezhető az adott műszaki körülmények között.

A táblázatok egy részében a függvény megfelelő pontosságú értékét közvetlenül kiolvashatjuk, másoknál a táblabeli értékekből *interpolálással* kaphatjuk meg. Ahol erre szükség van, ott a táblázatok szélén megadom a *javítások* megfelelő értékét, amelyeket a táblázatból kinézett függvényérték *utolsó számjegyéhez kell hozzáadni – kivonni*. Ahol nincs segédtáblázat, ott nem kell vagy értelmetlen interpolálni.

A logaritmus és a trigonometrikus függvények *inverzének* helyettesítési értékét a táblázat segítségével *visszakereséssel* (*belülről kifelé keresés*) határozhatjuk meg.

A függvények táblázata csak a változó egy tartományára adja meg a helyettesítési értéket. Ezen a tartományon kívüli értékeket és a táblázatból kikeresett függvényértéket megfelelően transzformálni kell.

Példák:

1. Adott szám négyzetének meghatározása:

$x = 43{,}86$ $\quad N^2 = 4{,}38^2 = 19{,}18$ a táblázat 4,3-as sorának 8-as oszlopából.

$6 \rightarrow +5$ a javítások táblázatának 6-os oszlopából $\quad 4{,}386^2 = 19{,}23$

$x^2 = 19{,}23 \cdot 10^2 = 1923.$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16	1	2	3	4	4	5	6	7	8

2. Adott szám négyzetgyökének meghatározása:

$x = 5{,}247$ $\quad \sqrt{5{,}24} = 2{,}289$ a táblázat *első* részéből $(1{,}00 \leq x \leq < 9{,}99)$

$7 \rightarrow +1$ a javítások táblázatának 7-es oszlopából $\quad \sqrt{5{,}247} = 2{,}290$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,1	2,258	2,261	2,263	2,265	2,267	2,269	2,272	2,274	2,276	2,278	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,2	2,280	2,283	2,285	2,287	2,289	2,291	2,293	2,296	2,298	2,300	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,3	2,302	2,304	2,307	2,309	2,311	2,313	2,315	2,317	2,319	2,322	0	0	1	1	1	1	1	2	2

$x = 52{,}47$ $\quad \sqrt{52{,}4} = 7{,}239$ a táblázat *második* részéből $(10{,}0 \leq x \leq 99{,}9)$

$7 \rightarrow +5$ a javítások táblázatának 7-es oszlopából $\quad \sqrt{52{,}47} = 7{,}244$

$10N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204	1	1	2	3	3	4	5	6	6
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273	1	1	2	3	3	4	5	5	6
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342	1	1	2	3	3	4	5	5	6

3. Adott szám logaritmusának meghatározása:

$x = 438{,}6$ $\lg N = \lg 4{,}38 = 0{,}6415$ a táblázat 4,3-as sorának 8-as oszlopából.

$6 \rightarrow +6$ a javítások táblázatának 6-os oszlopából $\lg 4{,}398 = 0{,}6421$ $\lg 438{,}6 = 2{,}6421$

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,3	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,4	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	0	2	3	4	5	6	7	8	9

4. Adott szög szinuszának és koszinuszának meghatározása:

$\alpha = 27° 46'$ $\sin 27° 40' = 0{,}4643$ a táblázat 27°-os sorának 40'-es oszlopából.

$6' \rightarrow 15$ a javítások táblázatának 6-os oszlopából $\sin 27° 46' = 0{,}4658$

sin 0°–45° →

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63	3	5	8	10	13	16	18	21	23
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62	3	5	8	10	13	15	18	21	23
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61	3	5	8	10	13	15	18	20	23

$\alpha = 27° 46'$ $\cos 27° 40' = 0{,}8857$ a *jobb oldali* 27°-os sor *alsó* 40'-es oszlopából.

$6' \rightarrow -8$ a javítások táblázatának 6-os oszlopából $\cos 27° 46' = 0{,}8849$

61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

← **cos 0°–45°**

5. Adott tangens értékéből a szög meghatározása (visszakeresés):

$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}2720$ $\operatorname{tg} 15°10' \equiv 0{,}2711$ a táblázat 15°-os sorában a 10'-es oszlopban

9 a különbség, ami a javítások 3'-es oszlopában áll. $\alpha = 15° 10' + 3' = 15° 13'$

tg 0°–30° →

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75°	3	6	9	12	16	19	22	25	28
15°	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	3	6	9	13	16	19	22	25	28
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	3	6	9	13	16	19	22	25	28

10.2. Számok négyzete/1

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$ $\qquad$ **1,00 – 5,49**

N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1,0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	2	4	6	8	11	13	15	17	19
1,1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,323	1,346	1,369	1,392	1,416	2	5	7	9	12	14	16	18	21
1,2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,563	1,588	1,613	1,638	1,664	3	5	8	10	13	15	18	20	23
1,3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,823	1,850	1,877	1,904	1,932	3	5	8	11	14	16	19	22	24
1,4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,103	2,132	2,161	2,190	2,220	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1,5	2,250	2,280	2,310	2,341	2,372	2,403	2,434	2,465	2,496	2,528	3	6	9	12	16	19	22	25	28
1,6	2,560	2,592	2,624	2,657	2,690	2,723	2,756	2,789	2,822	2,856	3	7	10	13	17	20	23	26	30
1,7	2,890	2,924	2,958	2,993	3,028	3,063	3,098	3,133	3,168	3,204	4	7	11	14	18	21	25	28	32
1,8	3,240	3,276	3,312	3,349	3,386	3,423	3,460	3,497	3,534	3,572	4	7	11	15	19	22	26	30	33
1,9	3,610	3,648	3,686	3,725	3,764	3,803	3,842	3,881	3,920	3,960	4	8	12	16	20	23	27	31	35
2,0	4,000	4,040	4,080	4,121	4,162	4,203	4,244	4,285	4,326	4,368	4	8	12	16	21	25	29	33	37
2,1	4,410	4,452	4,494	4,537	4,580	4,623	4,666	4,709	4,752	4,796	4	9	13	17	22	26	30	34	39
2,2	4,840	4,884	4,928	4,973	5,018	5,063	5,108	5,153	5,198	5,244	4	9	14	18	22	27	31	36	40
2,3	5,290	5,336	5,382	5,429	5,476	5,523	5,570	5,617	5,664	5,712	5	9	14	19	24	28	33	38	42
2,4	5,760	5,808	5,856	5,905	5,954	6,003	6,052	6,101	6,150	6,200	5	10	15	20	25	29	34	39	44
2,5	6,250	6,300	6,350	6,401	6,452	6,503	6,554	6,605	6,656	6,708	5	10	15	20	26	31	36	41	46
2,6	6,760	6,812	6,864	6,917	6,970	7,023	7,076	7,129	7,182	7,236	5	11	16	21	27	32	37	42	48
2,7	7,290	7,344	7,398	7,453	7,508	7,563	7,618	7,673	7,728	7,784	5	11	16	22	27	33	38	44	49
2,8	7,840	7,896	7,952	8,009	8,066	8,123	8,180	8,237	8,294	8,352	6	11	17	23	29	34	40	46	51
2,9	8,410	8,468	8,526	8,585	8,644	8,703	8,762	8,821	8,880	8,940	6	12	18	24	30	35	41	47	53
3,0	9,000	9,060	9,120	9,181	9,242	9,303	9,364	9,425	9,486	9,548	6	12	18	24	31	37	43	49	55
3,1	9,610	9,672	9,734	9,797	9,860	9,923	9,986	10,049	10,112	10,176	6	13	19	25	32	38	44	50	57
3,2	10,24	10,30	10,37	10,43	10,50	10,56	10,63	10,69	10,76	10,82	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3,3	10,89	10,96	11,02	11,09	11,16	11,22	11,29	11,36	11,42	11,49	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3,4	11,56	11,63	11,70	11,76	11,83	11,90	11,97	12,04	12,11	12,18	1	1	2	3	3	4	5	6	6
3,5	12,25	12,32	12,39	12,46	12,53	12,60	12,67	12,74	12,82	12,89	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3,6	12,96	13,03	13,10	13,18	13,25	13,32	13,40	13,47	13,54	13,62	1	1	2	3	4	4	5	6	7
3,7	13,69	13,76	13,84	13,91	13,99	14,06	14,14	14,21	14,29	14,36	1	2	2	3	4	4	5	6	7
3,8	14,44	14,52	14,59	14,67	14,75	14,82	14,90	14,98	15,05	15,13	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3,9	15,21	15,29	15,37	15,44	15,52	15,60	15,68	15,76	15,84	15,92	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4,0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73	1	2	2	3	4	5	6	6	7
4,1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56	1	2	2	3	4	5	6	7	7
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27	1	2	3	3	4	5	6	7	8
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4,5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4,6	21,16	21,25	21,34	21,44	21,53	21,62	21,72	21,81	21,90	22,00	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4,7	22,09	22,18	22,28	22,37	22,47	22,56	22,66	22,75	22,85	22,94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,8	23,04	23,14	23,23	23,33	23,43	23,52	23,62	23,72	23,81	23,91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,9	24,01	24,11	24,21	24,30	24,40	24,50	24,60	24,70	24,80	24,90	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,0	25,00	25,10	25,20	25,30	25,40	25,50	25,60	25,70	25,81	25,91	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,1	26,01	26,11	26,21	26,32	26,42	26,52	26,63	26,73	26,83	26,94	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,2	27,04	27,14	27,25	27,35	27,46	27,56	27,67	27,77	27,88	27,98	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,3	28,09	28,20	28,30	28,41	28,52	28,62	28,73	28,84	28,94	29,05	1	2	3	4	5	6	7	9	10
5,4	29,16	29,27	29,38	29,48	29,59	29,70	29,81	29,92	30,03	30,14	1	2	3	4	5	7	8	9	10
N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad x^2 = N^2 \cdot 10^{2k}$ $\qquad$ **5,50 – 9,99**

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	30,25	30,36	30,47	30,58	30,69	30,80	30,91	31,02	31,14	31,25	1	2	3	4	6	7	8	9	10
5,6	31,36	31,47	31,58	31,70	31,81	31,92	32,04	32,15	32,26	32,38	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5,7	32,49	32,60	32,72	32,83	32,95	33,06	33,18	33,29	33,41	33,52	1	2	3	5	6	7	8	9	10
5,8	33,64	33,76	33,87	33,99	34,11	34,22	34,34	34,46	34,57	34,69	1	2	4	5	6	7	8	9	11
5,9	34,81	34,93	35,05	35,16	35,28	35,40	35,52	35,64	35,76	35,88	1	2	4	5	6	7	8	10	11
6,0	36,00	36,12	36,24	36,36	36,48	36,60	36,72	36,84	36,97	37,09	1	2	4	5	6	7	8	10	11
6,1	37,21	37,33	37,45	37,58	37,70	37,82	37,95	38,07	38,19	38,32	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6,2	38,44	38,56	38,69	38,81	38,94	39,06	39,19	39,31	39,44	39,56	1	2	4	5	6	7	9	10	11
6,3	39,69	39,82	39,94	40,07	40,20	40,32	40,45	40,58	40,70	40,83	1	3	4	5	6	8	9	10	11
6,4	40,96	41,09	41,22	41,34	41,47	41,60	41,73	41,86	41,99	42,12	1	3	4	5	6	8	9	10	12
6,5	42,25	42,38	42,51	42,64	42,77	42,90	43,03	43,16	43,30	43,43	1	3	4	5	7	8	9	10	12
6,6	43,56	43,69	43,82	43,96	44,09	44,22	44,36	44,49	44,62	44,76	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6,7	44,89	45,02	45,16	45,29	45,43	45,56	45,70	45,83	45,97	46,10	1	3	4	5	7	8	9	11	12
6,8	46,24	46,38	46,51	46,65	46,79	46,92	47,06	47,20	47,33	47,47	1	3	4	5	7	8	10	11	12
6,9	47,61	47,75	47,89	48,02	48,16	48,30	48,44	48,58	48,72	48,86	1	3	4	6	7	8	10	11	13
7,0	49,00	49,14	49,28	49,42	49,56	49,70	49,84	49,98	50,13	50,27	1	3	4	6	7	8	10	11	13
7,1	50,41	50,55	50,69	50,84	50,98	51,12	51,27	51,41	51,55	51,70	1	3	4	6	7	9	10	11	13
7,2	51,84	51,98	52,13	52,27	52,42	52,56	52,71	52,85	53,00	53,14	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,3	53,29	53,44	53,58	53,73	53,88	54,02	54,17	54,32	54,46	54,61	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,4	54,76	54,91	55,06	55,20	55,35	55,50	55,65	55,80	55,95	56,10	1	3	4	6	7	9	10	12	13
7,5	56,25	56,40	56,55	56,70	56,85	57,00	57,15	57,30	57,46	57,61	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,6	57,76	57,91	58,06	58,22	58,37	58,52	58,68	58,83	58,98	59,14	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,7	59,29	59,44	59,60	59,75	59,91	60,06	60,22	60,37	60,53	60,68	2	3	5	6	8	9	11	12	14
7,8	60,84	61,00	61,15	61,31	61,47	61,62	61,78	61,94	62,09	62,25	2	3	5	6	8	9	11	13	14
7,9	62,41	62,57	62,73	62,88	63,04	63,20	63,36	63,52	63,68	63,84	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8,0	64,00	64,16	64,32	64,48	64,64	64,80	64,96	65,12	65,29	65,45	2	3	5	6	8	10	11	13	14
8,1	65,61	65,77	65,93	66,10	66,26	66,42	66,59	66,75	66,91	67,08	2	3	5	7	8	10	11	13	15
8,2	67,24	67,40	67,57	67,73	67,90	68,06	68,23	68,39	68,56	68,72	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8,3	68,89	69,06	69,22	69,39	69,56	69,72	69,89	70,06	70,22	70,39	2	3	5	7	8	10	12	13	15
8,4	70,56	70,73	70,90	71,06	71,23	71,40	71,57	71,74	71,91	72,08	2	3	5	7	8	10	12	14	15
8,5	72,25	72,42	72,59	72,76	72,93	73,10	73,27	73,44	73,62	73,79	2	3	5	7	9	10	12	14	15
8,6	73,96	74,13	74,30	74,48	74,65	74,82	75,00	75,17	75,34	75,52	2	3	5	7	9	10	12	14	16
8,7	75,69	75,86	76,04	76,21	76,39	76,56	76,74	76,91	77,09	77,26	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8,8	77,44	77,62	77,79	77,97	78,15	78,32	78,50	78,68	78,85	79,03	2	4	5	7	9	11	12	14	16
8,9	79,21	79,39	79,57	79,74	79,92	80,10	80,28	80,46	80,64	80,82	2	4	5	7	9	11	13	14	16
9,0	81,00	81,18	81,36	81,54	81,72	81,90	82,08	82,26	82,45	82,63	2	4	5	7	9	11	13	14	16
9,1	82,81	82,99	83,17	83,36	83,54	83,72	83,91	84,09	84,27	84,46	2	4	5	7	9	11	13	15	16
9,2	84,64	84,82	85,01	85,19	85,38	85,56	85,75	85,93	86,12	86,30	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9,3	86,49	86,68	86,86	87,05	87,24	87,42	87,61	87,80	87,98	88,17	2	4	6	7	9	11	13	15	17
9,4	88,36	88,55	88,74	88,92	89,11	89,30	89,49	89,68	89,87	90,06	2	4	6	8	9	11	13	15	17
9,5	90,25	90,44	90,63	90,82	91,01	91,20	91,39	91,58	91,78	91,97	2	4	6	8	10	11	13	15	17
9,6	92,16	92,35	92,54	92,74	92,93	93,12	93,32	93,51	93,70	93,90	2	4	6	8	10	12	14	15	17
9,7	94,09	94,28	94,48	94,67	94,87	95,06	95,26	95,45	95,65	95,84	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9,8	96,04	96,24	96,43	96,63	96,83	97,02	97,22	97,42	97,61	97,81	2	4	6	8	10	12	14	16	18
9,9	98,01	98,21	98,41	98,60	98,80	99,00	99,20	99,40	99,60	99,80	2	4	6	8	10	12	14	16	18
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/1

$x = N \cdot 10^{2k}$ $\qquad \sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^{k}$ $\qquad$ **1,00 – 5,49**

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,034	1,039	1,044	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1,1	1,049	1,054	1,058	1,063	1,068	1,072	1,077	1,082	1,086	1,091	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1,2	1,095	1,100	1,105	1,109	1,114	1,118	1,122	1,127	1,131	1,136	0	1	1	2	2	3	3	4	4
1,3	1,140	1,145	1,149	1,153	1,158	1,162	1,166	1,170	1,175	1,179	0	1	1	2	2	3	3	3	4
1,4	1,183	1,187	1,192	1,196	1,200	1,204	1,208	1,212	1,217	1,221	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1,5	1,225	1,229	1,233	1,237	1,241	1,245	1,249	1,253	1,257	1,261	0	1	1	2	2	2	3	3	4
1,6	1,265	1,269	1,273	1,277	1,281	1,285	1,288	1,292	1,296	1,300	0	1	1	2	2	2	3	3	3
1,7	1,304	1,308	1,311	1,315	1,319	1,323	1,327	1,330	1,334	1,338	0	1	1	1	2	2	3	3	3
1,8	1,342	1,345	1,349	1,353	1,356	1,360	1,364	1,367	1,371	1,375	0	1	1	1	2	2	3	3	3
1,9	1,378	1,382	1,386	1,389	1,393	1,396	1,400	1,404	1,407	1,411	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,0	1,414	1,418	1,421	1,425	1,428	1,432	1,435	1,439	1,442	1,446	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,1	1,449	1,453	1,456	1,459	1,463	1,466	1,470	1,473	1,476	1,480	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,2	1,483	1,487	1,490	1,493	1,497	1,500	1,503	1,507	1,510	1,513	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,3	1,517	1,520	1,523	1,526	1,530	1,533	1,536	1,539	1,543	1,546	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,4	1,549	1,552	1,556	1,559	1,562	1,565	1,568	1,572	1,575	1,578	0	1	1	1	2	2	2	3	3
2,5	1,581	1,584	1,587	1,591	1,594	1,597	1,600	1,603	1,606	1,609	0	1	1	1	2	2	2	2	3
2,6	1,612	1,616	1,619	1,622	1,625	1,628	1,631	1,634	1,637	1,640	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2,7	1,643	1,646	1,649	1,652	1,655	1,658	1,661	1,664	1,667	1,670	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2,8	1,673	1,676	1,679	1,682	1,685	1,688	1,691	1,694	1,697	1,700	0	1	1	1	1	2	2	2	3
2,9	1,703	1,706	1,709	1,712	1,715	1,718	1,720	1,723	1,726	1,729	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3,0	1,732	1,735	1,738	1,741	1,744	1,746	1,749	1,752	1,755	1,758	0	1	1	1	1	2	2	2	3
3,1	1,761	1,764	1,766	1,769	1,772	1,775	1,778	1,780	1,783	1,786	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3,2	1,789	1,792	1,794	1,797	1,800	1,803	1,806	1,808	1,811	1,814	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3,3	1,817	1,819	1,822	1,825	1,828	1,830	1,833	1,836	1,838	1,841	0	0	1	1	1	2	2	2	2
3,4	1,844	1,847	1,849	1,852	1,855	1,857	1,860	1,863	1,865	1,868	0	0	1	1	1	2	2	2	2
3,5	1,871	1,873	1,876	1,879	1,881	1,884	1,887	1,889	1,892	1,895	0	0	1	1	1	2	2	2	2
3,6	1,897	1,900	1,903	1,905	1,908	1,910	1,913	1,916	1,918	1,921	0	0	1	1	1	2	2	2	2
3,7	1,924	1,926	1,929	1,931	1,934	1,936	1,939	1,942	1,944	1,947	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3,8	1,949	1,952	1,954	1,957	1,960	1,962	1,965	1,967	1,970	1,972	0	0	1	1	1	1	2	2	2
3,9	1,975	1,977	1,980	1,982	1,985	1,987	1,990	1,992	1,995	1,997	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,0	2,000	2,002	2,005	2,007	2,010	2,012	2,015	2,017	2,020	2,022	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,1	2,025	2,027	2,030	2,032	2,035	2,037	2,040	2,042	2,045	2,047	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,2	2,049	2,052	2,054	2,057	2,059	2,062	2,064	2,066	2,069	2,071	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,3	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,086	2,088	2,090	2,093	2,095	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,4	2,098	2,100	2,102	2,105	2,107	2,110	2,112	2,114	2,117	2,119	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,5	2,121	2,124	2,126	2,128	2,131	2,133	2,135	2,138	2,140	2,142	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,6	2,145	2,147	2,149	2,152	2,154	2,156	2,159	2,161	2,163	2,166	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,7	2,168	2,170	2,173	2,175	2,177	2,179	2,182	2,184	2,186	2,189	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,8	2,191	2,193	2,195	2,198	2,200	2,202	2,205	2,207	2,209	2,211	0	0	1	1	1	1	2	2	2
4,9	2,214	2,216	2,218	2,220	2,223	2,225	2,227	2,229	2,232	2,234	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5,0	2,236	2,238	2,241	2,243	2,245	2,247	2,249	2,252	2,254	2,256	0	0	1	1	1	1	2	2	2
5,1	2,258	2,261	2,263	2,265	2,267	2,269	2,272	2,274	2,276	2,278	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,2	2,280	2,283	2,285	2,287	2,289	2,291	2,293	2,296	2,298	2,300	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,3	2,302	2,304	2,307	2,309	2,311	2,313	2,315	2,317	2,319	2,322	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,4	2,324	2,326	2,328	2,330	2,332	2,335	2,337	2,339	2,341	2,343	0	0	1	1	1	1	1	2	2
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$x = N \cdot 10^{2k}$ $\sqrt{x} = \sqrt{N} \cdot 10^{k}$ **5,50 – 9,99**

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	2,345	2,347	2,349	2,352	2,354	2,356	2,358	2,360	2,362	2,364	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,6	2,366	2,369	2,371	2,373	2,375	2,377	2,379	2,381	2,383	2,385	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,7	2,387	2,390	2,392	2,394	2,396	2,398	2,400	2,402	2,404	2,406	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,8	2,408	2,410	2,412	2,415	2,417	2,419	2,421	2,423	2,425	2,427	0	0	1	1	1	1	1	2	2
5,9	2,429	2,431	2,433	2,435	2,437	2,439	2,441	2,443	2,445	2,447	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,0	2,449	2,452	2,454	2,456	2,458	2,460	2,462	2,464	2,466	2,468	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,1	2,470	2,472	2,474	2,476	2,478	2,480	2,482	2,484	2,486	2,488	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,2	2,490	2,492	2,494	2,496	2,498	2,500	2,502	2,504	2,506	2,508	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,3	2,510	2,512	2,514	2,516	2,518	2,520	2,522	2,524	2,526	2,528	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,4	2,530	2,532	2,534	2,536	2,538	2,540	2,542	2,544	2,546	2,548	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,5	2,550	2,551	2,553	2,555	2,557	2,559	2,561	2,563	2,565	2,567	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,6	2,569	2,571	2,573	2,575	2,577	2,579	2,581	2,583	2,585	2,587	0	0	1	1	1	1	1	2	2
6,7	2,588	2,590	2,592	2,594	2,596	2,598	2,600	2,602	2,604	2,606	0	0	1	1	1	1	1	1	2
6,8	2,608	2,610	2,612	2,613	2,615	2,617	2,619	2,621	2,623	2,625	0	0	1	1	1	1	1	1	2
6,9	2,627	2,629	2,631	2,632	2,634	2,636	2,638	2,640	2,642	2,644	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7,0	2,646	2,648	2,650	2,651	2,653	2,655	2,657	2,659	2,661	2,663	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7,1	2,665	2,666	2,668	2,670	2,672	2,674	2,676	2,678	2,680	2,681	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7,2	2,683	2,685	2,687	2,689	2,691	2,693	2,694	2,696	2,698	2,700	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7,3	2,702	2,704	2,706	2,707	2,709	2,711	2,713	2,715	2,717	2,718	0	0	1	1	1	1	1	1	2
7,4	2,720	2,722	2,724	2,726	2,728	2,729	2,731	2,733	2,735	2,737	0	0	0	1	1	1	1	1	2
7,5	2,739	2,740	2,742	2,744	2,746	2,748	2,750	2,751	2,753	2,755	0	0	0	1	1	1	1	1	2
7,6	2,757	2,759	2,760	2,762	2,764	2,766	2,768	2,769	2,771	2,773	0	0	0	1	1	1	1	1	2
7,7	2,775	2,777	2,778	2,780	2,782	2,784	2,786	2,787	2,789	2,791	0	0	0	1	1	1	1	1	2
7,8	2,793	2,795	2,796	2,798	2,800	2,802	2,804	2,805	2,807	2,809	0	0	0	1	1	1	1	1	2
7,9	2,811	2,812	2,814	2,816	2,818	2,820	2,821	2,823	2,825	2,827	0	0	0	1	1	1	1	1	2
8,0	2,828	2,830	2,832	2,834	2,835	2,837	2,839	2,841	2,843	2,844	0	0	0	1	1	1	1	1	2
8,1	2,846	2,848	2,850	2,851	2,853	2,855	2,857	2,858	2,860	2,862	0	0	0	1	1	1	1	1	2
8,2	2,864	2,865	2,867	2,869	2,871	2,872	2,874	2,876	2,877	2,879	0	0	0	1	1	1	1	1	2
8,3	2,881	2,883	2,884	2,886	2,888	2,890	2,891	2,893	2,895	2,897	0	0	0	1	1	1	1	1	2
8,4	2,898	2,900	2,902	2,903	2,905	2,907	2,909	2,910	2,912	2,914	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8,5	2,915	2,917	2,919	2,921	2,922	2,924	2,926	2,927	2,929	2,931	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8,6	2,933	2,934	2,936	2,938	2,939	2,941	2,943	2,944	2,946	2,948	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8,7	2,950	2,951	2,953	2,955	2,956	2,958	2,960	2,961	2,963	2,965	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8,8	2,966	2,968	2,970	2,972	2,973	2,975	2,977	2,978	2,980	2,982	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8,9	2,983	2,985	2,987	2,988	2,990	2,992	2,993	2,995	2,997	2,998	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,0	3,000	3,002	3,003	3,005	3,007	3,008	3,010	3,012	3,013	3,015	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,1	3,017	3,018	3,020	3,022	3,023	3,025	3,027	3,028	3,030	3,032	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,2	3,033	3,035	3,036	3,038	3,040	3,041	3,043	3,045	3,046	3,048	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,3	3,050	3,051	3,053	3,055	3,056	3,058	3,059	3,061	3,063	3,064	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,4	3,066	3,068	3,069	3,071	3,072	3,074	3,076	3,077	3,079	3,081	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,5	3,082	3,084	3,085	3,087	3,089	3,090	3,092	3,094	3,095	3,097	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,6	3,098	3,100	3,102	3,103	3,105	3,106	3,108	3,110	3,111	3,113	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,7	3,114	3,116	3,118	3,119	3,121	3,122	3,124	3,126	3,127	3,129	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,8	3,130	3,132	3,134	3,135	3,137	3,138	3,140	3,142	3,143	3,145	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9,9	3,146	3,148	3,150	3,151	3,153	3,154	3,156	3,158	3,159	3,161	0	0	0	1	1	1	1	1	1
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/3

$x = N \cdot 10^{2k+1}$ $\sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^{k}$ **10,0 – 54,9**

10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10,	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302	1	3	5	6	8	9	11	12	14
11,	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450	1	3	4	6	7	9	10	12	13
12,	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592	1	3	4	6	7	8	10	11	13
13,	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728	1	3	4	5	7	8	9	11	12
14,	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860	1	3	4	5	7	8	9	10	12
15,	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987	1	2	4	5	6	8	9	10	11
16,	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111	1	2	4	5	6	7	9	10	11
17,	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231	1	2	4	5	6	7	8	10	11
18,	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347	1	2	3	5	6	7	8	9	10
19,	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461	1	2	3	4	6	7	8	9	10
20,	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572	1	2	3	4	5	7	8	9	10
21,	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680	1	2	3	4	5	6	7	9	10
22,	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23,	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889	1	2	3	4	5	6	7	8	9
24,	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25,	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089	1	2	3	4	5	6	7	8	9
26,	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187	1	2	3	4	5	6	7	8	9
27,	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28,	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376	1	2	3	4	5	6	7	7	8
29,	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468	1	2	3	4	5	5	6	7	8
30,	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559	1	2	3	4	4	5	6	7	8
31,	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648	1	2	3	4	4	5	6	7	8
32,	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736	1	2	3	3	4	5	6	7	8
33,	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822	1	2	3	3	4	5	6	7	8
34,	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908	1	2	3	3	4	5	6	7	8
35,	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992	1	2	2	3	4	5	6	7	8
36,	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075	1	2	2	3	4	5	6	7	7
37,	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156	1	2	2	3	4	5	6	6	7
38,	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237	1	2	2	3	4	5	6	6	7
39,	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317	1	2	2	3	4	5	6	6	7
40,	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395	1	2	2	3	4	5	5	6	7
41,	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473	1	2	2	3	4	5	5	6	7
42,	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550	1	1	2	3	4	5	5	6	7
43,	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626	1	1	2	3	4	4	5	6	7
44,	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
45,	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775	1	1	2	3	4	4	5	6	7
46,	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848	1	1	2	3	4	4	5	6	7
47,	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921	1	1	2	3	4	4	5	6	6
48,	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993	1	1	2	3	4	4	5	6	6
49,	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50,	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134	1	1	2	3	3	4	5	6	6
51,	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204	1	1	2	3	3	4	5	6	6
52,	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273	1	1	2	3	3	4	5	5	6
53,	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342	1	1	2	3	3	4	5	5	6
54,	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409	1	1	2	3	3	4	5	5	6
10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.3. Számok négyzetgyöke/4

$x = N \cdot 10^{2k+1}$ $\qquad \sqrt{x} = \sqrt{10N} \cdot 10^{k}$ $\qquad$ **55,0 – 99,9**

10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55,	7,416	7,423	7,430	7,436	7,443	7,450	7,457	7,463	7,470	7,477	1	1	2	3	3	4	5	5	6
56,	7,483	7,490	7,497	7,503	7,510	7,517	7,523	7,530	7,537	7,543	1	1	2	3	3	4	5	5	6
57,	7,550	7,556	7,563	7,570	7,576	7,583	7,589	7,596	7,603	7,609	1	1	2	3	3	4	5	5	6
58,	7,616	7,622	7,629	7,635	7,642	7,649	7,655	7,662	7,668	7,675	1	1	2	3	3	4	5	5	6
59,	7,681	7,688	7,694	7,701	7,707	7,714	7,720	7,727	7,733	7,740	1	1	2	3	3	4	4	5	6
60,	7,746	7,752	7,759	7,765	7,772	7,778	7,785	7,791	7,797	7,804	1	1	2	3	3	4	4	5	6
61,	7,810	7,817	7,823	7,829	7,836	7,842	7,849	7,855	7,861	7,868	1	1	2	3	3	4	4	5	6
62,	7,874	7,880	7,887	7,893	7,899	7,906	7,912	7,918	7,925	7,931	1	1	2	2	3	4	4	5	6
63,	7,937	7,944	7,950	7,956	7,962	7,969	7,975	7,981	7,987	7,994	1	1	2	2	3	4	4	5	6
64,	8,000	8,006	8,012	8,019	8,025	8,031	8,037	8,044	8,050	8,056	1	1	2	2	3	4	4	5	6
65,	8,062	8,068	8,075	8,081	8,087	8,093	8,099	8,106	8,112	8,118	1	1	2	2	3	4	4	5	6
66,	8,124	8,130	8,136	8,142	8,149	8,155	8,161	8,167	8,173	8,179	1	1	2	2	3	4	4	5	5
67,	8,185	8,191	8,198	8,204	8,210	8,216	8,222	8,228	8,234	8,240	1	1	2	2	3	4	4	5	5
68,	8,246	8,252	8,258	8,264	8,270	8,276	8,283	8,289	8,295	8,301	1	1	2	2	3	4	4	5	5
69,	8,307	8,313	8,319	8,325	8,331	8,337	8,343	8,349	8,355	8,361	1	1	2	2	3	4	4	5	5
70,	8,367	8,373	8,379	8,385	8,390	8,396	8,402	8,408	8,414	8,420	1	1	2	2	3	4	4	5	5
71,	8,426	8,432	8,438	8,444	8,450	8,456	8,462	8,468	8,473	8,479	1	1	2	2	3	3	4	5	5
72,	8,485	8,491	8,497	8,503	8,509	8,515	8,521	8,526	8,532	8,538	1	1	2	2	3	3	4	5	5
73,	8,544	8,550	8,556	8,562	8,567	8,573	8,579	8,585	8,591	8,597	1	1	2	2	3	3	4	5	5
74,	8,602	8,608	8,614	8,620	8,626	8,631	8,637	8,643	8,649	8,654	1	1	2	2	3	3	4	5	5
75,	8,660	8,666	8,672	8,678	8,683	8,689	8,695	8,701	8,706	8,712	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76,	8,718	8,724	8,729	8,735	8,741	8,746	8,752	8,758	8,764	8,769	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77,	8,775	8,781	8,786	8,792	8,798	8,803	8,809	8,815	8,820	8,826	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78,	8,832	8,837	8,843	8,849	8,854	8,860	8,866	8,871	8,877	8,883	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79,	8,888	8,894	8,899	8,905	8,911	8,916	8,922	8,927	8,933	8,939	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80,	8,944	8,950	8,955	8,961	8,967	8,972	8,978	8,983	8,989	8,994	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81,	9,000	9,006	9,011	9,017	9,022	9,028	9,033	9,039	9,044	9,050	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82,	9,055	9,061	9,066	9,072	9,077	9,083	9,088	9,094	9,099	9,105	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83,	9,110	9,116	9,121	9,127	9,132	9,138	9,143	9,149	9,154	9,160	0	1	2	2	3	3	4	4	5
84,	9,165	9,171	9,176	9,182	9,187	9,192	9,198	9,203	9,209	9,214	0	1	2	2	3	3	4	4	5
85,	9,220	9,225	9,230	9,236	9,241	9,247	9,252	9,257	9,263	9,268	0	1	2	2	3	3	4	4	5
86,	9,274	9,279	9,284	9,290	9,295	9,301	9,306	9,311	9,317	9,322	0	1	2	2	3	3	4	4	5
87,	9,327	9,333	9,338	9,343	9,349	9,354	9,359	9,365	9,370	9,375	0	1	2	2	3	3	4	4	5
88,	9,381	9,386	9,391	9,397	9,402	9,407	9,413	9,418	9,423	9,429	0	1	2	2	3	3	4	4	5
89,	9,434	9,439	9,445	9,450	9,455	9,460	9,466	9,471	9,476	9,482	0	1	2	2	3	3	4	4	5
90,	9,487	9,492	9,497	9,503	9,508	9,513	9,518	9,524	9,529	9,534	0	1	2	2	3	3	4	4	5
91,	9,539	9,545	9,550	9,555	9,560	9,566	9,571	9,576	9,581	9,586	0	1	2	2	3	3	4	4	5
92,	9,592	9,597	9,602	9,607	9,612	9,618	9,623	9,628	9,633	9,638	0	1	2	2	3	3	4	4	5
93,	9,644	9,649	9,654	9,659	9,664	9,670	9,675	9,680	9,685	9,690	0	1	2	2	3	3	4	4	5
94,	9,695	9,701	9,706	9,711	9,716	9,721	9,726	9,731	9,737	9,742	0	1	1	2	3	3	4	4	5
95,	9,747	9,752	9,757	9,762	9,767	9,772	9,778	9,783	9,788	9,793	0	1	1	2	3	3	4	4	5
96,	9,798	9,803	9,808	9,813	9,818	9,823	9,829	9,834	9,839	9,844	0	1	1	2	2	3	4	4	5
97,	9,849	9,854	9,859	9,864	9,869	9,874	9,879	9,884	9,889	9,894	0	1	1	2	2	3	3	4	5
98,	9,899	9,905	9,910	9,915	9,920	9,925	9,930	9,935	9,940	9,945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99,	9,950	9,955	9,960	9,965	9,970	9,975	9,980	9,985	9,990	9,995	0	1	1	2	2	3	3	4	4
10N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

10.4. Számok 10 alapú logaritmusa/1

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad$ $\lg x = \lg N + k$ $\qquad$ **1,000 – 1,499**

N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1,00	0,0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039
1,01	0043	0048	0052	0056	0060	0065	0069	0073	0077	0082
1,02	0086	0090	0095	0099	0103	0107	0111	0116	0120	0124
1,03	0128	0133	0137	0141	0145	0149	0154	0158	0162	0166
1,04	0170	0175	0179	0183	0187	0191	0195	0199	0204	0208
1,05	0,0212	0216	0220	0224	0228	0233	0237	0241	0245	0249
1,06	0253	0257	0261	0265	0269	0273	0278	0282	0286	0290
1,07	0294	0298	0302	0306	0310	0314	0318	0322	0326	0330
1,08	0334	0338	0342	0346	0350	0354	0358	0362	0366	0370
1,09	0374	0378	0382	0386	0390	0394	0398	0402	0406	0410
1,10	0,0414	0418	0422	0426	0430	0434	0438	0441	0445	0449
1,11	0453	0457	0461	0465	0469	0473	0477	0481	0484	0488
1,12	0492	0496	0500	0504	0508	0512	0515	0519	0523	0527
1,13	0531	0535	0538	0542	0546	0550	0554	0558	0561	0565
1,14	0569	0573	0577	0580	0584	0588	0592	0596	0599	0603
1,15	0,0607	0611	0615	0618	0622	0626	0630	0633	0637	0641
1,16	0645	0648	0652	0656	0660	0663	0667	0671	0674	0678
1,17	0682	0686	0689	0693	0697	0700	0704	0708	0711	0715
1,18	0719	0722	0726	0730	0734	0737	0741	0745	0748	0752
1,19	0755	0759	0763	0766	0770	0774	0777	0781	0785	0788
1,20	0,0792	0795	0799	0803	0806	0810	0813	0817	0821	0824
1,21	0828	0831	0835	0839	0842	0846	0849	0853	0856	0860
1,22	0864	0867	0871	0874	0878	0881	0885	0888	0892	0896
1,23	0899	0903	0906	0910	0913	0917	0920	0924	0927	0931
1,24	0934	0938	0941	0945	0948	0952	0955	0959	0962	0966
1,25	0,0969	0973	0976	0980	0983	0986	0990	0993	0997	1000
1,26	1004	1007	1011	1014	1017	1021	1024	1028	1031	1035
1,27	1038	1041	1045	1048	1052	1055	1059	1062	1065	1069
1,28	1072	1075	1079	1082	1086	1089	1092	1096	1099	1103
1,29	1106	1109	1113	1116	1119	1123	1126	1129	1133	1136
1,30	0,1139	1143	1146	1149	1153	1156	1159	1163	1166	1169
1,31	1173	1176	1179	1183	1186	1189	1193	1196	1199	1202
1,32	1206	1209	1212	1216	1219	1222	1225	1229	1232	1235
1,33	1239	1242	1245	1248	1252	1255	1258	1261	1265	1268
1,34	1271	1274	1278	1281	1284	1287	1290	1294	1297	1300
1,35	0,1303	1307	1310	1313	1316	1319	1323	1326	1329	1332
1,36	1335	1339	1342	1345	1348	1351	1355	1358	1361	1364
1,37	1367	1370	1374	1377	1380	1383	1386	1389	1392	1396
1,38	1399	1402	1405	1408	1411	1414	1418	1421	1424	1427
1,39	1430	1433	1436	1440	1443	1446	1449	1452	1455	1458
1,40	0,1461	1464	1467	1471	1474	1477	1480	1483	1486	1489
1,41	1492	1495	1498	1501	1504	1508	1511	1514	1517	1520
1,42	1523	1526	1529	1532	1535	1538	1541	1544	1547	1550
1,43	1553	1556	1559	1562	1565	1569	1572	1575	1578	1581
1,44	1584	1587	1590	1593	1596	1599	1602	1605	1608	1611
1,45	0,1614	1617	1620	1623	1626	1629	1632	1635	1638	1641
1,46	1644	1647	1649	1652	1655	1658	1661	1664	1667	1670
1,47	1673	1676	1679	1682	1685	1688	1691	1694	1697	1700
1,48	1703	1706	1708	1711	1714	1717	1720	1723	1726	1729
1,49	1732	1735	1738	1741	1744	1746	1749	1752	1755	1758
N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

$x = N \cdot 10^k$ $\lg x = \lg N + k$ **1,500 – 1,999**

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,50	0,1761	1764	1767	1770	1772	1775	1778	1781	1784	1787
1,51	1790	1793	1796	1798	1801	1804	1807	1810	1813	1816
1,52	1818	1821	1824	1827	1830	1833	1836	1838	1841	1844
1,53	1847	1850	1853	1855	1858	1861	1864	1867	1870	1872
1,54	1875	1878	1881	1884	1886	1889	1892	1895	1898	1901
1,55	0,1903	1906	1909	1912	1915	1917	1920	1923	1926	1928
1,56	1931	1934	1937	1940	1942	1945	1948	1951	1953	1956
1,57	1959	1962	1965	1967	1970	1973	1976	1978	1981	1984
1,58	1987	1989	1992	1995	1998	2000	2003	2006	2009	2011
1,59	2014	2017	2019	2022	2025	2028	2030	2033	2036	2038
1,60	0,2041	2044	2047	2049	2052	2055	2057	2060	2063	2066
1,61	2068	2071	2074	2076	2079	2082	2084	2087	2090	2092
1,62	2095	2098	2101	2103	2106	2109	2111	2114	2117	2119
1,63	2122	2125	2127	2130	2133	2135	2138	2140	2143	2146
1,64	2148	2151	2154	2156	2159	2162	2164	2167	2170	2172
1,65	0,2175	2177	2180	2183	2185	2188	2191	2193	2196	2198
1,66	2201	2204	2206	2209	2212	2214	2217	2219	2222	2225
1,67	2227	2230	2232	2235	2238	2240	2243	2245	2248	2251
1,68	2253	2256	2258	2261	2263	2266	2269	2271	2274	2276
1,69	2279	2281	2284	2287	2289	2292	2294	2297	2299	2302
1,70	0,2304	2307	2310	2312	2315	2317	2320	2322	2325	2327
1,71	2330	2333	2335	2338	2340	2343	2345	2348	2350	2353
1,72	2355	2358	2360	2363	2365	2368	2370	2373	2375	2378
1,73	2380	2383	2385	2388	2390	2393	2395	2398	2400	2403
1,74	2405	2408	2410	2413	2415	2418	2420	2423	2425	2428
1,75	0,2430	2433	2435	2438	2440	2443	2445	2448	2450	2453
1,76	2455	2458	2460	2463	2465	2467	2470	2472	2475	2477
1,77	2480	2482	2485	2487	2490	2492	2494	2497	2499	2502
1,78	2504	2507	2509	2512	2514	2516	2519	2521	2524	2526
1,79	2529	2531	2533	2536	2538	2541	2543	2545	2548	2550
1,80	0,2553	2555	2558	2560	2562	2565	2567	2570	2572	2574
1,81	2577	2579	2582	2584	2586	2589	2591	2594	2596	2598
1,82	2601	2603	2605	2608	2610	2613	2615	2617	2620	2622
1,83	2625	2627	2629	2632	2634	2636	2639	2641	2643	2646
1,84	2648	2651	2653	2655	2658	2660	2662	2665	2667	2669
1,85	0,2672	2674	2676	2679	2681	2683	2686	2688	2690	2693
1,86	2695	2697	2700	2702	2704	2707	2709	2711	2714	2716
1,87	2718	2721	2723	2725	2728	2730	2732	2735	2737	2739
1,88	2742	2744	2746	2749	2751	2753	2755	2758	2760	2762
1,89	2765	2767	2769	2772	2774	2776	2778	2781	2783	2785
1,90	0,2788	2790	2792	2794	2797	2799	2801	2804	2806	2808
1,91	2810	2813	2815	2817	2819	2822	2824	2826	2828	2831
1,92	2833	2835	2838	2840	2842	2844	2847	2849	2851	2853
1,93	2856	2858	2860	2862	2865	2867	2869	2871	2874	2876
1,94	2878	2880	2882	2885	2887	2889	2891	2894	2896	2898
1,95	0,2900	2903	2905	2907	2909	2911	2914	2916	2918	2920
1,96	2923	2925	2927	2929	2931	2934	2936	2938	2940	2942
1,97	2945	2947	2949	2951	2953	2956	2958	2960	2962	2964
1,98	2967	2969	2971	2973	2975	2978	2980	2982	2984	2986
1,99	2989	2991	2993	2995	2997	2999	3002	3004	3006	3008
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$x = N \cdot 10^k$ $\lg x = \lg N + k$ **2,00 – 5,99**

N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
2,0	0,3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	0	4	6	8	11	13	15	17	19
2,1	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	0	4	6	8	10	12	14	16	18
2,2	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	0	4	6	8	10	12	14	15	17
2,3	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	0	4	6	7	9	11	13	15	17
2,4	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	0	4	5	7	9	11	12	14	16
2,5	0,3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	0	3	5	7	9	10	12	14	15
2,6	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	0	3	5	7	8	10	11	13	15
2,7	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	0	3	5	6	8	9	11	13	14
2,8	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	0	3	5	6	8	9	11	12	14
2,9	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	0	3	4	6	7	9	10	12	13
3,0	0,4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	0	3	4	6	7	9	10	11	13
3,1	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	0	3	4	6	7	8	10	11	12
3,2	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	0	3	4	5	7	8	9	11	12
3,3	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	0	3	4	5	6	8	9	10	12
3,4	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	0	3	4	5	6	8	9	10	11
3,5	0,5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	0	2	4	5	6	7	9	10	11
3,6	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	0	2	4	5	6	7	8	10	11
3,7	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	0	2	3	5	6	7	8	9	10
3,8	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	0	2	3	5	6	7	8	9	10
3,9	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	0	2	3	4	6	7	8	9	10
4,0	0,6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	0	2	3	4	5	6	8	9	10
4,1	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,2	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,3	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,4	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,5	0,6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	0	2	3	4	5	6	7	8	9
4,6	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	0	2	3	4	5	6	7	7	8
4,7	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	0	2	3	4	5	5	6	7	8
4,8	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	0	2	3	4	4	5	6	7	8
4,9	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	0	2	3	4	4	5	6	7	8
5,0	0,6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	0	2	3	3	4	5	6	7	8
5,1	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	0	2	3	3	4	5	6	7	8
5,2	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	0	2	2	3	4	5	6	7	7
5,3	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	0	2	2	3	4	5	6	7	7
5,4	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	0	2	2	3	4	5	6	6	7
5,5	0,7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,6	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,7	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	0	2	2	3	4	5	5	6	7
5,8	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	0	1	2	3	4	4	5	6	7
5,9	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	0	1	2	3	4	4	5	6	7
N	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

$x = N \cdot 10^k$ $\qquad$ $\lg x = \lg N + k$ $\qquad$ **6,00 – 9,99**

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6,0	0,7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	0	1	2	3	4	4	5	6	6
6,1	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	0	1	2	3	4	4	5	6	6
6,2	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	0	1	2	3	3	4	5	6	6
6,3	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6,4	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6,5	0,8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6,6	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6,7	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	0	1	2	3	3	4	5	5	6
6,8	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	0	1	2	3	3	4	4	5	6
6,9	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	0	1	2	3	3	4	4	5	6
7,0	0,8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	0	1	2	2	3	4	4	5	6
7,1	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7,2	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7,3	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7,4	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	0	1	2	2	3	4	4	5	5
7,5	0,8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	0	1	2	2	3	3	4	5	5
7,6	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	0	1	2	2	3	3	4	5	5
7,7	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	0	1	2	2	3	3	4	4	5
7,8	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	0	1	2	2	3	3	4	4	5
7,9	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,0	0,9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,1	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,2	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,3	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,4	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,5	0,9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,6	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	0	1	2	2	3	3	4	4	5
8,7	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8,8	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8,9	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,0	0,9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,1	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,2	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,3	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,4	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,5	0,9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,6	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,7	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,8	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9,9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

sin 0°–45°

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	0,0000	0029	0058	0087	0116	0145	0175	89
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88
2	0349	0378	0407	0436	0465	0494	0523	87
3	0523	0552	0581	0610	0640	0669	0698	86
4	0698	0727	0756	0785	0814	0843	0872	85°
5°	0,0872	0901	0929	0958	0987	1016	1045	84
6	1045	1074	1103	1132	1161	1190	1219	83
7	1219	1248	1276	1305	1334	1363	1392	82
8	1392	1421	1449	1478	1507	1536	1564	81
9	1564	1593	1622	1650	1679	1708	1736	**80°**
10°	0,1736	1765	1794	1822	1851	1880	1908	79
11	1908	1937	1965	1994	2022	2051	2079	78
12	2079	2108	2136	2164	2193	2221	2250	77
13	2250	2278	2306	2334	2363	2391	2419	76
14	2419	2447	2476	2504	2532	2560	2588	75°
15°	0,2588	2616	2644	2672	2700	2728	2756	74
16	2756	2784	2812	2840	2868	2896	2924	73
17	2924	2952	2979	3007	3035	3062	3090	72
18	3090	3118	3145	3173	3201	3228	3256	71
19	3256	3283	3311	3338	3365	3393	3420	**70°**
20°	0,3420	3448	3475	3502	3529	3557	3584	69
21	3584	3611	3638	3665	3692	3719	3746	68
22	3746	3773	3800	3827	3854	3881	3907	67
23	3907	3934	3961	3987	4014	4041	4067	66
24	4067	4094	4120	4147	4173	4200	4226	65°
25°	0,4226	4253	4279	4305	4331	4358	4384	64
26	4384	4410	4436	4462	4488	4514	4540	63
27	4540	4566	4592	4617	4643	4669	4695	62
28	4695	4720	4746	4772	4797	4823	4848	61
29	4848	4874	4899	4924	4950	4975	5000	**60°**
30°	0,5000	5025	5050	5075	5100	5125	5150	59
31	5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58
32	5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57
33	5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56
34	5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55°
35°	0,5736	5760	5783	5807	5831	5854	5878	54
36	5878	5901	5925	5948	5972	5995	6018	53
37	6018	6041	6065	6088	6111	6134	6157	52
38	6157	6180	6202	6225	6248	6271	6293	51
39	6293	6316	6338	6361	6383	6406	6428	**50°**
40°	0,6428	6450	6472	6494	6517	6539	6561	49
41	6561	6583	6604	6626	6648	6670	6691	48
42	6691	6713	6734	6756	6777	6799	6820	47
43	6820	6841	6862	6884	6905	6926	6947	46
44	6947	6967	6988	7009	7030	7050	7071	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	6	9	12	14	17	20	23	26
3	6	9	12	14	17	20	23	26
3	6	9	12	14	17	20	23	26
3	6	9	12	14	17	20	23	26
3	6	9	12	14	17	20	23	26
3	6	9	11	14	17	20	23	26
3	6	9	11	14	17	20	23	26
3	6	9	11	14	17	20	23	26
3	6	9	11	14	17	20	23	26
3	6	8	11	14	17	20	23	25
3	6	8	11	14	17	20	23	25
3	6	8	11	14	17	20	22	25
3	6	8	11	14	17	20	22	25
3	6	8	11	14	17	19	22	25
3	6	8	11	14	17	19	22	25
3	5	8	11	14	16	19	22	25
3	5	8	11	14	16	19	22	25
3	5	8	11	14	16	19	22	24
3	5	8	11	13	16	19	21	24
3	5	8	11	13	16	19	21	24
3	5	8	11	13	16	19	21	24
3	5	8	11	13	16	18	21	24
3	5	8	10	13	16	18	21	23
3	5	8	10	13	15	18	21	23
3	5	8	10	13	15	18	20	23
3	5	8	10	13	15	18	20	23
3	5	8	10	13	15	18	20	23
2	5	7	10	12	15	17	20	22
2	5	7	10	12	15	17	20	22
2	5	7	10	12	15	17	19	22
2	5	7	10	12	14	17	19	22
2	5	7	9	12	14	17	19	21
2	5	7	9	12	14	16	19	21
2	5	7	9	12	14	16	18	21
2	5	7	9	11	14	16	18	20
2	4	7	9	11	13	16	18	20
2	4	7	9	11	13	15	18	20
2	4	7	9	11	13	15	17	20
2	4	6	9	11	13	15	17	19
2	4	6	8	11	13	15	17	19
2	4	6	8	10	12	15	17	19
1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

cos 45°–90°

sin 45°–90°

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
45°	0,7071	7092	7112	7133	7153	7173	7193	44	2	4	6	8	10	12	14	16	18
46	7193	7214	7234	7254	7274	7294	7314	43	2	4	6	8	10	12	14	16	18
47	7314	7333	7353	7373	7392	7412	7431	42	2	4	6	8	10	12	14	16	18
48	7431	7451	7470	7490	7509	7528	7547	41	2	4	6	8	10	12	13	15	17
49	7547	7566	7585	7604	7623	7642	7660	**40°**	2	4	6	8	9	11	13	15	17
50°	0,7660	7679	7698	7716	7735	7753	7771	39	2	4	6	7	9	11	13	15	17
51	7771	7790	7808	7826	7844	7862	7880	38	2	4	5	7	9	11	13	14	16
52	7880	7898	7916	7934	7951	7969	7986	37	2	4	5	7	9	11	12	14	16
53	7986	8004	8021	8039	8056	8073	8090	36	2	3	5	7	9	10	12	14	16
54	8090	8107	8124	8141	8158	8175	8192	35°	2	3	5	7	8	10	12	14	15
55°	0,8192	8208	8225	8241	8258	8274	8290	34	2	3	5	7	8	10	12	13	15
56	8290	8307	8323	8339	8355	8371	8387	33	2	3	5	6	8	10	11	13	14
57	8387	8403	8418	8434	8450	8465	8480	32	2	3	5	6	8	9	11	13	14
58	8480	8496	8511	8526	8542	8557	8572	31	2	3	5	6	8	9	11	12	14
59	8572	8587	8601	8616	8631	8646	8660	**30°**	1	3	4	6	7	9	10	12	13
60°	0,8660	8675	8689	8704	8718	8732	8746	29	1	3	4	6	7	9	10	11	13
61	8746	8760	8774	8788	8802	8816	8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	8829	8843	8857	8870	8884	8897	8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	8910	8923	8936	8949	8962	8975	8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
64	8988	9001	9013	9026	9038	9051	9063	25°	1	3	4	5	6	8	9	10	11
65°	0,9063	9075	9088	9100	9112	9124	9135	24	1	2	4	5	6	7	8	10	11
66	9135	9147	9159	9171	9182	9194	9205	23	1	2	3	5	6	7	8	9	10
67	9205	9216	9228	9239	9250	9261	9272	22	1	2	3	4	6	7	8	9	10
68	9272	9283	9293	9304	9315	9325	9336	21	1	2	3	4	5	6	7	9	10
69	9336	9346	9356	9367	9377	9387	9397	**20°**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70°	0,9397	9407	9417	9426	9436	9446	9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	9455	9465	9474	9483	9492	9502	9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	9511	9520	9528	9537	9546	9555	9563	17	1	2	3	3	4	5	6	7	8
73	9563	9572	9580	9588	9596	9605	9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
74	9613	9621	9628	9636	9644	9652	9659	15°	1	2	2	3	4	5	5	6	7
75	0,9659	9667	9674	9681	9689	9696	9703	14	1	1	2	3	4	4	5	6	7
76	9703	9710	9717	9724	9730	9737	9744	13	1	1	2	3	3	4	5	5	6
77	9744	9750	9757	9763	9769	9775	9781	12	1	1	2	3	3	4	4	5	6
78	9781	9787	9793	9799	9805	9811	9816	11	1	1	2	2	3	3	4	5	5
79	9816	9822	9827	9833	9838	9843	9848	**10°**	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80°	0,9848	9853	9858	9863	9868	9872	9877	9	0	1	1	2	2	3	3	4	4
81	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	8	0	1	1	2	2	3	3	3	4
82	9903	9907	9911	9914	9918	9922	9925	7	0	1	1	2	2	2	3	3	3
83	9925	9929	9932	9936	9939	9942	9945	6	0	1	1	1	2	2	2	3	3
84	9945	9948	9951	9954	9957	9959	9962	5°	0	1	1	1	1	2	2	2	3
85°	0,9962	9964	9967	9969	9971	9974	9976	4	0	0	1	1	1	1	2	2	2
86	9976	9978	9980	9981	9983	9985	9986	3	0	0	1	1	1	1	1	2	2
87	9986	9988	9989	9990	9992	9993	9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	2
88	9994	9995	9996	9997	9997	9998	9998	1									
89	9998	9999	9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	**0°**									
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

cos 0°–45°

10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0
ctg	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–	0	–

10.7. Szögek tangense és kotangense/1

tg 0°–30°

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0°	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	0175	0204	0233	0262	0291	0320	0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	0349	0378	0407	0437	0466	0495	0524	87	3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	0524	0553	0582	0612	0641	0670	0699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
4	0699	0729	0758	0787	0816	0846	0875	85°	3	6	9	12	15	18	20	23	26
5°	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84	3	6	9	12	15	18	21	23	26
6	1051	1080	1110	1139	1169	1198	1228	83	3	6	9	12	15	18	21	24	27
7	1228	1257	1287	1317	1346	1376	1405	82	3	6	9	12	15	18	21	24	27
8	1405	1435	1465	1495	1524	1554	1584	81	3	6	9	12	15	18	21	24	27
9	1584	1614	1644	1673	1703	1733	1763	**80°**	3	6	9	12	15	18	21	24	27
10°	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79	3	6	9	12	15	18	21	24	27
11	1944	1974	2004	2035	2065	2095	2126	78	3	6	9	12	15	18	21	24	27
12	2126	2156	2186	2217	2247	2278	2309	77	3	6	9	12	15	18	21	24	27
13	2309	2339	2370	2401	2432	2462	2493	76	3	6	9	12	15	18	22	25	28
14	2493	2524	2555	2586	2617	2648	2679	75°	3	6	9	12	16	19	22	25	28
15°	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74	3	6	9	13	16	19	22	25	28
16	2867	2899	2931	2962	2994	3026	3057	73	3	6	9	13	16	19	22	25	28
17	3057	3089	3121	3153	3185	3217	3249	72	3	6	10	13	16	19	22	26	29
18	3249	3281	3314	3346	3378	3411	3443	71	3	6	10	13	16	19	23	26	29
19	3443	3476	3508	3541	3574	3607	3640	**70°**	3	7	10	13	16	20	23	26	29
20°	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30
21	3839	3872	3906	3939	3973	4006	4040	68	3	7	10	13	17	20	24	27	30
22	4040	4074	4108	4142	4176	4210	4245	67	3	7	10	14	17	20	24	27	31
23	4245	4279	4314	4348	4383	4417	4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	4452	4487	4522	4557	4592	4628	4663	65°	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25°	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64	4	7	11	14	18	21	25	29	32
26	4877	4913	4950	4986	5022	5059	5095	63	4	7	11	15	18	22	25	29	33
27	5095	5132	5169	5206	5243	5280	5317	62	4	7	11	15	18	22	26	30	33
28	5317	5354	5392	5430	5467	5505	5543	61	4	8	11	15	19	23	26	30	34
29	5543	5581	5619	5658	5696	5735	5774	**60°**	4	8	12	15	19	23	27	31	35
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

ctg 60°–90°

tg 30°–75°

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
30°	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59	4	8	12	16	20	24	27	31	35
31	6009	6048	6088	6128	6168	6208	6249	58	4	8	12	16	20	24	28	32	36
32	6249	6289	6330	6371	6412	6453	6494	57	4	8	12	16	20	25	29	33	37
33	6494	6536	6577	6619	6661	6703	6745	56	4	8	13	17	21	25	29	33	38
34	6745	6787	6830	6873	6916	6959	7002	55°	4	9	13	17	21	26	30	34	39
35°	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54	4	9	13	18	22	26	31	35	40
36	7265	7310	7355	7400	7445	7490	7536	53	5	9	14	18	23	27	32	36	41
37	7536	7581	7627	7673	7720	7766	7813	52	5	9	14	18	23	28	32	37	42
38	7813	7860	7907	7954	8002	8050	8098	51	5	9	14	19	24	28	33	38	43
39	8098	8146	8195	8243	8292	8342	8391	**50°**	5	10	15	20	24	29	34	39	44
40°	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49	5	10	15	20	25	30	35	40	45
41	8693	8744	8796	8847	8899	8952	9004	48	5	10	16	21	26	31	36	41	47
42	9004	9057	9110	9163	9217	9271	9325	47	5	11	16	21	27	32	37	43	48
43	9325	9380	9435	9490	9545	9601	9657	46	6	11	17	22	28	33	39	44	50
44	9657	9713	9770	9827	9884	9942	1,0000	45°	6	11	17	23	29	34	40	46	51
45°	1,0000	1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	44	1	1	2	2	3	4	4	5	5
46	036	042	048	054	060	066	072	43	1	1	2	2	3	4	4	5	5
47	072	079	085	091	098	104	111	42	1	1	2	3	3	4	5	5	6
48	111	117	124	130	137	144	150	41	1	1	2	3	3	4	5	5	6
49	150	157	164	171	178	185	192	**40°**	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50°	1,192	1,199	1,206	1,213	1,220	1,228	1,235	39	1	1	2	3	4	4	5	6	6
51	235	242	250	257	265	272	280	38	1	2	2	3	4	5	5	6	7
52	280	288	295	303	311	319	327	37	1	2	2	3	4	5	5	6	7
53	327	335	343	351	360	368	376	36	1	2	2	3	4	5	6	7	7
54	376	385	393	402	411	419	428	35°	1	2	3	3	4	5	6	7	8
55°	1,428	1,437	1,446	1,455	1,464	1,473	1,483	34	1	2	3	4	5	5	6	7	8
56	483	492	501	511	520	530	540	33	1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	540	550	560	570	580	590	600	32	1	2	3	4	5	6	7	8	9
58	600	611	621	632	643	653	664	31	1	2	3	4	5	6	7	9	10
59	664	675	686	698	709	720	732	**30°**	1	2	3	5	6	7	8	9	10
60°	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29	1	2	4	5	6	7	8	10	11
61	804	816	829	842	855	868	881	28	1	3	4	5	6	8	9	10	12
62	881	894	907	921	935	949	963	27	1	3	4	5	7	8	10	11	12
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26	1	3	4	6	7	9	10	12	13
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25°	2	3	5	6	8	9	11	13	14
65°	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24	2	3	5	7	8	10	12	14	15
66	246	264	282	300	318	337	356	23	2	4	6	7	9	11	13	15	16
67	356	375	394	414	434	455	475	22	2	4	6	8	10	12	14	16	18
68	475	496	517	539	560	583	605	21	2	4	7	9	11	13	15	17	20
69	605	628	651	675	699	723	747	**20°**	2	5	7	9	12	14	17	19	21
70°	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	19	3	5	8	10	13	16	18	21	23
71	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	18	3	6	9	12	15	17	20	23	26
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	17	3	6	10	13	16	19	23	26	29
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	16	4	7	11	14	18	22	25	29	32
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	15°	4	8	12	16	20	25	29	33	37
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

ctg 15°–60°

tg 75°–82°

	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	
75°0′	3,732	3,736	3,741	3,745	3,749	3,754	3,758	3,763	3,767	3,772	3,776	50′
10′	3,776	3,780	3,785	3,789	3,794	3,798	3,803	3,807	3,812	3,816	3,821	40′
20′	3,821	3,825	3,830	3,834	3,839	3,844	3,848	3,853	3,857	3,862	3,867	30′
30′	3,867	3,871	3,876	3,881	3,885	3,890	3,895	3,899	3,904	3,909	3,914	20′
40′	3,914	3,918	3,923	3,928	3,933	3,938	3,942	3,947	3,952	3,957	3,962	10′
50′	3,962	3,967	3,971	3,976	3,981	3,986	3,991	3,996	4,001	4,006	4,011	**14°0′**
76°0′	4,011	4,016	4,021	4,026	4,031	4,036	4,041	4,046	4,051	4,056	4,061	50′
10′	4,061	4,066	4,071	4,076	4,082	4,087	4,092	4,097	4,102	4,107	4,113	40′
20′	4,113	4,118	4,123	4,128	4,134	4,139	4,144	4,149	4,155	4,160	4,165	30′
30′	4,165	4,171	4,176	4,181	4,187	4,192	4,198	4,203	4,208	4,214	4,219	20′
40′	4,219	4,225	4,230	4,236	4,241	4,247	4,252	4,258	4,264	4,269	4,275	10′
50′	4,275	4,280	4,286	4,292	4,297	4,303	4,309	4,314	4,320	4,326	4,331	**13°0′**
77°0′	4,331	4,337	4,343	4,349	4,355	4,360	4,366	4,372	4,378	4,384	4,390	50′
10′	4,390	4,396	4,402	4,407	4,413	4,419	4,425	4,431	4,437	4,443	4,449	40′
20′	4,449	4,455	4,462	4,468	4,474	4,480	4,486	4,492	4,498	4,505	4,511	30′
30′	4,511	4,517	4,523	4,529	4,536	4,542	4,548	4,555	4,561	4,567	4,574	20′
40′	4,574	4,580	4,586	4,593	4,599	4,606	4,612	4,619	4,625	4,632	4,638	10′
50′	4,638	4,645	4,651	4,658	4,665	4,671	4,678	4,685	4,691	4,698	4,705	**12°0′**
78°0′	4,705	4,711	4,718	4,725	4,732	4,739	4,745	4,752	4,759	4,766	4,773	50′
10′	4,773	4,780	4,787	4,794	4,801	4,808	4,815	4,822	4,829	4,836	4,843	40′
20′	4,843	4,850	4,857	4,864	4,872	4,879	4,886	4,893	4,901	4,908	4,915	30′
30′	4,915	4,922	4,930	4,937	4,945	4,952	4,959	4,967	4,974	4,982	4,989	20′
40′	4,989	4,997	5,005	5,012	5,020	5,027	5,035	5,043	5,050	5,058	5,066	10′
50′	5,066	5,074	5,081	5,089	5,097	5,105	5,113	5,121	5,129	5,137	5,145	**11°0′**
79°0′	5,145	5,153	5,161	5,169	5,177	5,185	5,193	5,201	5,209	5,217	5,226	50′
10′	5,226	5,234	5,242	5,250	5,259	5,267	5,276	5,284	5,292	5,301	5,309	40′
20′	5,309	5,318	5,326	5,335	5,343	5,352	5,361	5,369	5,378	5,387	5,396	30′
30′	5,396	5,404	5,413	5,422	5,431	5,440	5,449	5,458	5,466	5,475	5,485	20′
40′	5,485	5,494	5,503	5,512	5,521	5,530	5,539	5,549	5,558	5,567	5,576	10′
50′	5,576	5,586	5,595	5,605	5,614	5,623	5,633	5,642	5,652	5,662	5,671	**10°0′**
80°0′	5,671	5,681	5,691	5,700	5,710	5,720	5,730	5,740	5,749	5,759	5,769	50′
10′	5,769	5,779	5,789	5,799	5,810	5,820	5,830	5,840	5,850	5,861	5,871	40′
20′	5,871	5,881	5,892	5,902	5,912	5,923	5,933	5,944	5,954	5,965	5,976	30′
30′	5,976	5,986	5,997	6,008	6,019	6,030	6,041	6,051	6,062	6,073	6,084	20′
40′	6,084	6,096	6,107	6,118	6,129	6,140	6,152	6,163	6,174	6,186	6,197	10′
50′	6,197	6,209	6,220	6,232	6,243	6,255	6,267	6,278	6,290	6,302	6,314	**9°0′**
81°0′	6,314	6,326	6,338	6,350	6,362	6,374	6,386	6,398	6,410	6,423	6,435	50′
10′	6,435	6,447	6,460	6,472	6,485	6,497	6,510	6,522	6,535	6,548	6,561	40′
20′	6,561	6,573	6,586	6,599	6,612	6,625	6,638	6,651	6,665	6,678	6,691	30′
30′	6,691	6,704	6,718	6,731	6,745	6,758	6,772	6,786	6,799	6,813	6,827	20′
40′	6,827	6,841	6,855	6,869	6,883	6,897	6,911	6,925	6,940	6,954	6,968	10′
50′	6,968	6,983	6,997	7,012	7,026	7,041	7,056	7,071	7,085	7,100	7,115	**8°0′**
82°0′	7,115	7,130	7,146	7,161	7,176	7,191	7,207	7,222	7,238	7,253	7,269	50′
10′	7,269	7,284	7,300	7,316	7,332	7,348	7,364	7,380	7,396	7,412	7,429	40′
20′	7,429	7,445	7,462	7,478	7,495	7,511	7,528	7,545	7,562	7,579	7,596	30′
30′	7,596	7,613	7,630	7,647	7,665	7,682	7,700	7,717	7,735	7,753	7,770	20′
40′	7,770	7,788	7,806	7,824	7,842	7,861	7,879	7,897	7,916	7,934	7,953	10′
50′	7,953	7,972	7,991	8,009	8,028	8,048	8,067	8,086	8,105	8,125	8,144	**7°0′**
	10′	9′	8′	7′	6′	5′	4′	3′	2′	1′	0′	

ctg 8°–15°

0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	
8, 144	8, 164	8, 184	8, 204	8, 223	8, 243	8, 264	8, 284	8, 304	8, 324	8, 345	50′
8, 345	8, 366	8, 386	8, 407	8, 428	8, 449	8, 470	8, 491	8, 513	8, 534	8, 556	40′
8, 556	8, 577	8, 599	8, 621	8, 643	8, 665	8, 687	8, 709	8, 732	8, 754	8, 777	30′
8, 777	8, 800	8, 823	8, 846	8, 869	8, 892	8, 915	8, 939	8, 962	8, 986	9, 010	10′
9, 010	9, 034	9, 058	9, 082	9, 106	9, 131	9, 156	9, 180	9, 205	9, 230	9, 255	10′
9, 255	9, 281	9, 306	9, 332	9, 357	9, 383	9, 409	9, 435	9, 461	9, 488	9, 514	**6°0′**
9, 514	9, 541	9, 568	9, 595	9, 622	9, 649	9, 677	9, 704	9, 732	9, 760	9, 788	50′
9, 788	9, 816	9, 845	9, 873	9, 902	9, 931	9, 960	9, 989	10, 019	10, 048	10, 078	40′
10, 08	10, 11	10, 14	10, 17	10, 20	10, 23	10, 26	10, 29	10, 32	10, 35	10, 39	30′
10, 39	10, 42	10, 45	10, 48	10, 51	10, 55	10, 58	10, 61	10, 64	10, 68	10, 71	20′
10, 71	10, 75	10, 78	10, 81	10, 85	10, 88	10, 92	10, 95	10, 99	11, 02	11, 06	10′
11, 06	11, 10	11, 13	11, 17	11, 20	11, 24	11, 28	11, 32	11, 35	11, 39	11, 43	**5°0′**
11, 43	11, 47	11, 51	11, 55	11, 59	11, 62	11, 66	11, 70	11, 74	11, 79	11, 83	50′
11, 83	11, 87	11, 91	11, 95	11, 99	12, 03	12, 08	12, 12	12, 16	12, 21	12, 25	40′
12, 25	12, 29	12, 34	12, 38	12, 43	12, 47	12, 52	12, 57	12, 61	12, 66	12, 71	30′
12, 71	12, 75	12, 80	12, 85	12, 90	12, 95	13, 00	13, 05	13, 10	13, 15	13, 20	20′
13, 20	13, 25	13, 30	13, 35	13, 40	13, 46	13, 51	13, 56	13, 62	13, 67	13, 73	10′
13, 73	13, 78	13, 84	13, 89	13, 95	14, 01	14, 07	14, 12	14, 18	14, 24	14, 30	**4°0′**
14, 30	14, 36	14, 42	14, 48	14, 54	14, 61	14, 67	14, 73	14, 80	14, 86	14, 92	50′
14, 92	14, 99	15, 06	15, 12	15, 19	15, 26	15, 33	15, 39	15, 46	15, 53	15, 60	40′
15, 60	15, 68	15, 75	15, 82	15, 89	15, 97	16, 04	16, 12	16, 20	16, 27	16, 35	30′
16, 35	16, 43	16, 51	16, 59	16, 67	16, 75	16, 83	16, 92	17, 00	17, 08	17, 17	20′
17, 17	17, 26	17, 34	17, 43	17, 52	17, 61	17, 70	17, 79	17, 89	17, 98	18, 07	10′
18, 07	18, 17	18, 27	18, 37	18, 46	18, 56	18, 67	18, 77	18, 87	18, 98	19, 08	**3°0′**
19, 08	19, 19	19, 30	19, 41	19, 52	19, 63	19, 74	19, 85	19, 97	20, 09	20, 21	50′
20, 21	20, 33	20, 45	20, 57	20, 69	20, 82	20, 95	21, 07	21, 20	21, 34	21, 47	40′
21, 47	21, 61	21, 74	21, 88	22, 02	22, 16	22, 31	22, 45	22, 60	22, 75	22, 90	30′
22, 90	23, 06	23, 21	23, 37	23, 53	23, 69	23, 86	24, 03	24, 20	24, 37	24, 54	20′
24, 54	24, 72	24, 90	25, 08	25, 26	25, 45	25, 64	25, 83	26, 03	26, 23	26, 43	10′
26, 43	26, 64	26, 84	27, 06	27, 27	27, 49	27, 71	27, 94	28, 17	28, 40	28, 64	**2°0′**
28, 64	28, 88	29, 12	29, 37	29, 62	29, 88	30, 14	30, 41	30, 68	30, 96	31, 24	50′
31, 24	31, 53	31, 82	32, 12	32, 42	32, 73	33, 05	33, 37	33, 69	34, 03	34, 37	40′
34, 37	34, 72	35, 07	35, 43	35, 80	36, 18	36, 56	36, 96	37, 36	37, 77	38, 19	30′
38, 19	38, 62	39, 06	39, 51	39, 97	40, 44	40, 92	41, 41	41, 92	42, 43	42, 96	20′
42, 96	43, 51	44, 07	44, 64	45, 23	45, 83	46, 45	47, 09	47, 74	48, 41	49, 10	10′
49, 10	49, 82	50, 55	51, 30	52, 08	52, 88	53, 71	54, 56	55, 44	56, 35	57, 29	**1°0′**
57, 29	58, 26	59, 27	60, 31	61, 38	62, 50	63, 66	64, 86	66, 11	67, 40	68, 75	50′
68, 75	70, 15	71, 62	73, 14	74, 73	76, 39	78, 13	79, 94	81, 85	83, 84	85, 94	40′
85, 94	88, 14	90, 46	92, 91	95, 49	98, 22	101, 11	104, 17	107, 43	110, 89	114, 59	30′
114, 6	118, 5	122, 8	127, 3	132, 2	137, 5	143, 2	149, 5	156, 3	163, 7	171, 9	20′
171, 9	180, 9	191, 0	202, 2	214, 9	229, 2	245, 6	264, 4	286, 5	312, 5	343, 8	10′
343, 8	382, 0	429, 7	491, 1	573, 0	687, 5	859, 4	1146	1719	3438	–	**0°0′**
10′	9′	8′	7′	6′	5′	4′	3′	2′	1′	0′	

ctg 0°–7°

Forgásszögek szögfüggvényei

I. $0° \ldots 90°$	II. $90° \ldots 180°$	III. $180° \ldots 270°$	IV. $270° \ldots 360°$
$\sin\alpha$	$\sin(180° - \alpha)$	$-\sin(\alpha - 180°)$	$-\sin(360° - \alpha)$
$\cos\alpha$	$-\cos(180° - \alpha)$	$-\cos(\alpha - 180°)$	$\cos(360° - \alpha)$
$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}(180° - \alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha - 180°)$	$-\operatorname{tg}(360° - \alpha)$
$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}(180° - \alpha)$	$\operatorname{ctg}(\alpha - 180°)$	$-\operatorname{ctg}(360° - \alpha)$

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049
1051	1061	1063	1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117
1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213
1217	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289
1291	1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451	1453
1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511	1523	1531
1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607
1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693
1697	1699	1709	1721	1723	1733	1741	1747	1753	1759	1777
1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867	1871
1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951
1973	1979	1987	1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029
2039	2053	2063	2069	2081	2083	2087	2089	2099	2111	2113
2129	2131	2137	2141	2143	2153	2161	2179	2203	2207	2213
2221	2237	2239	2243	2251	2267	2269	2273	2281	2287	2293
2297	2309	2311	2333	2339	2341	2347	2351	2357	2371	2377
2381	2383	2389	2393	2399	2411	2417	2423	2437	2441	2447
2459	2467	2473	2477	2503	2521	2531	2539	2543	2549	2551
2557	2579	2591	2593	2609	2617	2621	2633	2647	2657	2659
2663	2671	2677	2683	2687	2689	2693	2699	2707	2711	2713
2719	2729	2731	2741	2749	2753	2767	2777	2789	2791	2797
2801	2803	2819	2833	2837	2843	2851	2857	2861	2879	2887
2897	2903	2909	2917	2927	2939	2953	2957	2963	2969	2971
2999	3001	3011	3019	3023	3037	3041	3049	3061	3067	3079
3083	3089	3109	3119	3121	3137	3163	3167	3169	3181	3187
3191	3203	3209	3217	3221	3229	3251	3253	3257	3259	3271
3299	3301	3307	3313	3319	3323	3329	3331	3343	3347	3359
3361	3371	3373	3389	3391	3407	3413	3433	3449	3457	3461
3463	3467	3469	3491	3499	3511	3517	3527	3529	3533	3539
3541	3547	3557	3559	3571	3581	3583	3593	3607	3613	3617
3623	3631	3637	3643	3659	3671	3673	3677	3691	3697	3701
3709	3719	3727	3733	3739	3761	3767	3769	3779	3793	3797
3803	3821	3823	3833	3847	3851	3853	3863	3877	3881	3889
3907	3911	3917	3919	3923	3929	3931	3943	3947	3967	3989

49 =
133 =
203 =
253 =
301 =
343 =
403 =
451 =
497 =
533 =
581 =
629 =
679 =
713 =
763 =
793 =
841 =
889 =
917 =
959 =
1001 =
1043 =
1081 =
1133 =
1159 =
1199 =
1243 =
1271 =
1333 =
1351 =
1387 =
1411 =
1463 =
1513 =
1541 =
1589 =

$49 = 7 \cdot 7$	$77 = 7 \cdot 11$	$91 = 7 \cdot 13$	$119 = 7 \cdot 17$	$121 = 11 \cdot 11$
$133 = 7 \cdot 19$	$143 = 11 \cdot 13$	$161 = 7 \cdot 23$	$169 = 13 \cdot 13$	$187 = 11 \cdot 17$
$203 = 7 \cdot 29$	$209 = 11 \cdot 19$	$217 = 7 \cdot 31$	$221 = 13 \cdot 17$	$247 = 13 \cdot 19$
$253 = 11 \cdot 23$	$259 = 7 \cdot 37$	$287 = 7 \cdot 41$	$289 = 17 \cdot 17$	$299 = 13 \cdot 23$
$301 = 7 \cdot 43$	$319 = 11 \cdot 29$	$323 = 17 \cdot 19$	$329 = 7 \cdot 47$	$341 = 11 \cdot 31$
$343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$	$361 = 19 \cdot 19$	$371 = 7 \cdot 53$	$377 = 13 \cdot 29$	$391 = 17 \cdot 23$
$403 = 13 \cdot 31$	$407 = 11 \cdot 37$	$413 = 7 \cdot 59$	$427 = 7 \cdot 61$	$437 = 19 \cdot 23$
$451 = 11 \cdot 41$	$469 = 7 \cdot 67$	$473 = 11 \cdot 43$	$481 = 13 \cdot 37$	$493 = 17 \cdot 29$
$497 = 7 \cdot 71$	$511 = 7 \cdot 73$	$517 = 11 \cdot 47$	$527 = 17 \cdot 31$	$529 = 23 \cdot 23$
$533 = 13 \cdot 41$	$539 = 7 \cdot 7 \cdot 11$	$551 = 19 \cdot 29$	$553 = 7 \cdot 79$	$559 = 13 \cdot 43$
$581 = 7 \cdot 83$	$583 = 11 \cdot 53$	$589 = 19 \cdot 31$	$611 = 13 \cdot 47$	$623 = 7 \cdot 89$
$629 = 17 \cdot 37$	$637 = 7 \cdot 7 \cdot 13$	$649 = 11 \cdot 59$	$667 = 23 \cdot 29$	$671 = 11 \cdot 61$
$679 = 7 \cdot 97$	$689 = 13 \cdot 53$	$697 = 17 \cdot 41$	$703 = 19 \cdot 37$	$707 = 7 \cdot 101$
$713 = 23 \cdot 31$	$721 = 7 \cdot 103$	$731 = 17 \cdot 43$	$737 = 11 \cdot 67$	$749 = 7 \cdot 107$
$763 = 7 \cdot 109$	$767 = 13 \cdot 59$	$779 = 19 \cdot 41$	$781 = 11 \cdot 71$	$791 = 7 \cdot 113$
$793 = 13 \cdot 61$	$799 = 17 \cdot 47$	$803 = 11 \cdot 73$	$817 = 19 \cdot 43$	$833 = 7 \cdot 7 \cdot 17$
$841 = 29 \cdot 29$	$847 = 7 \cdot 11 \cdot 11$	$851 = 23 \cdot 37$	$869 = 11 \cdot 79$	$871 = 13 \cdot 67$
$889 = 7 \cdot 127$	$893 = 19 \cdot 47$	$899 = 29 \cdot 31$	$901 = 17 \cdot 53$	$913 = 11 \cdot 83$
$917 = 7 \cdot 131$	$923 = 13 \cdot 71$	$931 = 7 \cdot 7 \cdot 19$	$943 = 23 \cdot 41$	$949 = 13 \cdot 73$
$959 = 7 \cdot 137$	$961 = 31 \cdot 31$	$973 = 7 \cdot 139$	$979 = 11 \cdot 89$	$989 = 23 \cdot 43$
$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$	$1003 = 17 \cdot 59$	$1007 = 19 \cdot 53$	$1027 = 13 \cdot 79$	$1037 = 17 \cdot 61$
$1043 = 7 \cdot 149$	$1057 = 7 \cdot 151$	$1067 = 11 \cdot 97$	$1073 = 29 \cdot 37$	$1079 = 13 \cdot 83$
$1081 = 23 \cdot 47$	$1099 = 7 \cdot 157$	$1111 = 11 \cdot 101$	$1121 = 19 \cdot 59$	$1127 = 7 \cdot 7 \cdot 23$
$1133 = 11 \cdot 103$	$1139 = 17 \cdot 67$	$1141 = 7 \cdot 163$	$1147 = 31 \cdot 37$	$1157 = 13 \cdot 89$
$1159 = 19 \cdot 61$	$1169 = 7 \cdot 167$	$1177 = 11 \cdot 107$	$1183 = 7 \cdot 13 \cdot 13$	$1189 = 29 \cdot 41$
$1199 = 11 \cdot 109$	$1207 = 17 \cdot 71$	$1211 = 7 \cdot 173$	$1219 = 23 \cdot 53$	$1241 = 17 \cdot 73$
$1243 = 11 \cdot 113$	$1247 = 29 \cdot 43$	$1253 = 7 \cdot 179$	$1261 = 13 \cdot 97$	$1267 = 7 \cdot 181$
$1271 = 31 \cdot 41$	$1273 = 19 \cdot 67$	$1309 = 7 \cdot 11 \cdot 17$	$1313 = 13 \cdot 101$	$1331 = 11 \cdot 11 \cdot 11$
$1333 = 31 \cdot 43$	$1337 = 7 \cdot 191$	$1339 = 13 \cdot 103$	$1343 = 17 \cdot 79$	$1349 = 19 \cdot 71$
$1351 = 7 \cdot 193$	$1357 = 23 \cdot 59$	$1363 = 29 \cdot 47$	$1369 = 37 \cdot 37$	$1379 = 7 \cdot 197$
$1387 = 19 \cdot 73$	$1391 = 13 \cdot 107$	$1393 = 7 \cdot 199$	$1397 = 11 \cdot 127$	$1403 = 23 \cdot 61$
$1411 = 17 \cdot 83$	$1417 = 13 \cdot 109$	$1421 = 7 \cdot 7 \cdot 29$	$1441 = 11 \cdot 131$	$1457 = 31 \cdot 47$
$1463 = 7 \cdot 11 \cdot 19$	$1469 = 13 \cdot 113$	$1477 = 7 \cdot 211$	$1501 = 19 \cdot 79$	$1507 = 11 \cdot 137$
$1513 = 17 \cdot 89$	$1517 = 37 \cdot 41$	$1519 = 7 \cdot 7 \cdot 31$	$1529 = 11 \cdot 139$	$1537 = 29 \cdot 53$
$1541 = 23 \cdot 67$	$1547 = 7 \cdot 13 \cdot 17$	$1561 = 7 \cdot 223$	$1573 = 11 \cdot 11 \cdot 13$	$1577 = 19 \cdot 83$
$1589 = 7 \cdot 227$	$1591 = 37 \cdot 43$			

10.11. A binomiális együtthatók ($n = 20$-ig) $\binom{n}{k}$

n	k = 0										
0						1		1			*Pascal-háromszög*
1					1		1		2		
2				1		2		1		3	
3			1		3		3		1		4
4		1		4		6		4		1	
5	1		5		10		10		5		1
6		1		6		15		20		15	
7			1		7		21		35		35
8				1		8		28		56	
9					1		9		36		84
10	1		10		45		120		210		252

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

10.12. Pitagorasz-féle számhármasok ($c = 100$-ig)

a	3	5	7	8	9	11	12	13	16	20	28	33	36	39	48	65
b	4	12	24	15	40	60	35	84	63	21	45	56	77	80	55	72
c	5	13	25	17	41	61	37	85	65	29	53	65	85	89	73	97

n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000

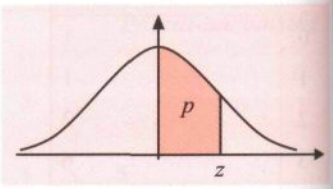
n	$n!$
16	$2,092278989 \cdot 10^{13}$
17	$3,556874281 \cdot 10^{14}$
18	$6,402373706 \cdot 10^{15}$
19	$1,216451004 \cdot 10^{17}$
20	$2,432902008 \cdot 10^{18}$
21	$5,109094217 \cdot 10^{19}$
22	$1,124000728 \cdot 10^{21}$
23	$2,585201674 \cdot 10^{22}$
24	$6,204484017 \cdot 10^{23}$
25	$1,551121004 \cdot 10^{25}$
26	$4,032914611 \cdot 10^{26}$
27	$1,088886945 \cdot 10^{28}$
28	$3,048883446 \cdot 10^{29}$
29	$8,841761994 \cdot 10^{30}$
30	$2,652528598 \cdot 10^{32}$
31	$8,222838654 \cdot 10^{33}$
32	$2,631308369 \cdot 10^{35}$

n	$n!$
33	$8,683317619 \cdot 10^{36}$
34	$2,952327990 \cdot 10^{38}$
35	$1,033314797 \cdot 10^{40}$
36	$3,719933268 \cdot 10^{41}$
37	$1,376375309 \cdot 10^{43}$
38	$5,230226175 \cdot 10^{44}$
39	$2,039788208 \cdot 10^{46}$
40	$8,159152832 \cdot 10^{47}$
41	$3,345252661 \cdot 10^{49}$
42	$1,405006118 \cdot 10^{51}$
43	$6,041526306 \cdot 10^{52}$
44	$2,658271575 \cdot 10^{54}$
45	$1,196222209 \cdot 10^{56}$
46	$5,502622160 \cdot 10^{57}$
47	$2,586232415 \cdot 10^{59}$
48	$1,241391559 \cdot 10^{61}$
49	$6,082818640 \cdot 10^{62}$
50	$3,041409320 \cdot 10^{64}$
51	$1,551118753 \cdot 10^{66}$
52	$8,065817517 \cdot 10^{67}$
53	$4,274883284 \cdot 10^{69}$
54	$2,308436973 \cdot 10^{71}$
55	$1,269640335 \cdot 10^{73}$
56	$7,109985878 \cdot 10^{74}$
57	$4,052691950 \cdot 10^{76}$
58	$2,350561331 \cdot 10^{78}$
59	$1,386831185 \cdot 10^{80}$
60	$8,320987113 \cdot 10^{81}$
61	$5,075802139 \cdot 10^{83}$
62	$3,146997326 \cdot 10^{85}$
63	$1,982608315 \cdot 10^{87}$
64	$1,268869322 \cdot 10^{89}$
65	$8,247650592 \cdot 10^{90}$
66	$5,443449391 \cdot 10^{92}$

n	$n!$
67	$3,647111092 \cdot 10^{94}$
68	$2,480035542 \cdot 10^{96}$
69	$1,711224524 \cdot 10^{98}$
70	$1,197857167 \cdot 10^{100}$
71	$8,504785886 \cdot 10^{101}$
72	$6,123445838 \cdot 10^{103}$
73	$4,470115462 \cdot 10^{105}$
74	$3,307885442 \cdot 10^{107}$
75	$2,480914081 \cdot 10^{109}$
76	$1,885494702 \cdot 10^{111}$
77	$1,451830920 \cdot 10^{113}$
78	$1,132428118 \cdot 10^{115}$
79	$8,946182131 \cdot 10^{116}$
80	$7,156945705 \cdot 10^{118}$
81	$5,797126021 \cdot 10^{120}$
82	$4,753643337 \cdot 10^{122}$
83	$3,945523970 \cdot 10^{124}$
84	$3,314240135 \cdot 10^{126}$
85	$2,817104114 \cdot 10^{128}$
86	$2,422709538 \cdot 10^{130}$
87	$2,107757298 \cdot 10^{132}$
88	$1,854826423 \cdot 10^{134}$
89	$1,650795516 \cdot 10^{136}$
90	$1,485715964 \cdot 10^{138}$
91	$1,352001528 \cdot 10^{140}$
92	$1,243841405 \cdot 10^{142}$
93	$1,156772507 \cdot 10^{144}$
94	$1,087366157 \cdot 10^{146}$
95	$1,032997849 \cdot 10^{148}$
96	$9,916779349 \cdot 10^{149}$
97	$9,619275968 \cdot 10^{151}$
98	$9,426890449 \cdot 10^{153}$
99	$9,332621544 \cdot 10^{155}$
100	$9,332621544 \cdot 10^{157}$

A táblázatban talált szám azt adja meg, hogy a standard normális eloszlású változó mekkora valószínűséggel esik a $[0; z]$ intervallumba. Ez a szám az ábrán besatírozott területnek a mérőszáma.

$$z \mapsto p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	0,1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	0,3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	0,4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	0,4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3,0	0,4987	4987	4987	4988	4988	4989	4989	4989	4990	4990
3,1	4990	4991	4991	4991	4992	4992	4992	4992	4993	4993
3,2	4993	4993	4994	4994	4994	4994	4994	4995	4995	4995
3,3	4995	4995	4995	4996	4996	4996	4996	4996	4996	4997
3,4	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4998
3,5	0,4997673									
4,0	0,4999683									
4,5	0,4999966									
5,0	0,4999997									

1. MÉRTÉKEGYSÉGEK

1.1. Bit (binary unit) = az információ mértékegysége
Annak a hírnek az értéke, ami a 0,5 valószínűségű eseményről tudósít.

1.2. Bit (binary digit) = az üzenet jeltartalmának a mértékegysége
A 0–1 bináris számjegyekkel kódolt üzenet hossza.

1.3. 1 Byte (bájt) = 8 bit

1 kB	= 1 kilobyte	= 1024 byte	= 2^{10} byte = 1 kiB (kibibyte)*
1 MB	= 1 megabyte	= 1024 kB	= 2^{20} byte = 1 MiB (mebibyte)*
1 GB	= 1 gigabyte	= 1024 MB	= 2^{30} byte = 1 GiB (gibibyte)*
1 TB	= 1 terrabyte	= 1024 GB	= 2^{40} byte = 1 TiB (tebibyte)*

*Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása alapján bevezették a kiB, MiB, GiB, TiB bináris prefixumait, mert a kB, az MB, a GB és a TB prefixumait a mérnöki gyakorlatban 10 hatványaiként használják, míg az informatikában 2 hatványait értik rajta. Magyarországon még nincs döntés ebben a témában.

2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK

Az internet néhány rövidítése	
WWW	*World Wide Web* – világháló
DNS	*Domain Name System* – tartománynévrendszer
HTML, .html	*HyperText Markup Language* – hiperszöveges jelölőnyelv
BBS	*Bulletin Board System* – hirdetőtábla-rendszer
FINGER	Listázó parancs, a bejelentkezettek nevének kiírása
FAQ	*Frequently Asked Questions* – gyakori kérdések (a levelező csoportok új belépőinek tájékoztatására)
CMC	*Computer Mediated Communication* – számítógépes kapcsolattartás
CCL	*Common Command Language* – közös parancsnyelv nyelve
e-mail	elektronikus levelezés, levél
e-book	elektronikus könyv
e-journal	elektronikus folyóirat
VRML	*Virtual Reality Markup Language* – virtuális állományokat leíró nyelv
FTP	*File Transfer Protocol* – állományátviteli protokoll
HTTP	*HyperText Transfer Protocol* – hiperszöveg-átviteli protokoll
LAN	*Local Area Network* – helyi (intézet, iskola, ...) számítógép-hálózat
A hardver néhány szakkifejezése	
CPU	*Central Processing Unit* – központi feldolgozóegység (processzor)
RAM	*Random Access Memory* – közvetlen elérésű (írható-olvasható) memória
ROM	*Read Only Memory* – csak olvasható memória

A hardver néhány szakkifejezése (folytatás)	
CD	*Compact Disc* – kompaktlemez
DVD	*Digital Video/Versatile Disc* – digitális videolemez
EGA	*Enhanced Graphics Adapter* – kiterjesztett grafikus adapter (kis felbontás)
VGA	*Video Graphics Adapter* – grafikus videoadapter (közepes felbontás)
SVGA	*Super Video Graphics Array* – szuper-videografikus adapter (szuper nagy felbontás)
MODEM	*Modulator-Demodulator* – analóg-digitális át- és visszaalakító
BPS	*Bits Per Second* – bit/secundum (1 baud)
CPS	*Characters Per Second* – mp-ként továbbított karakterek száma (8 baud)
DPI	*Dot Per Inch* – pont per inch; pixelkép pontjainak sűrűsége
Néhány állománytípus	
.bmp	*Bit Map* – grafika (fénykép) eredeti, tömörítés nélküli bittérképe
.pcx	*LZW* eljárással tömörített kép
.gif	*Graphic Interchange Format* – tömörített kép (a weben gyakori)
.tif, .tiff	*Tag/Tagged Image File Format* – tömörített kép
.jpg .jpeg	*Joint Photographic Expert Group* által kifejlesztett tömör kép
.mpg .mpeg	*Motion Picture Expert Group* által kifejlesztett film
.avi .wmv	videó
.wav .mp3	hang
.wmf	*Windows Meta File* – ***Microsoft***-vektorgrafika

3. JELÖLÉSEK

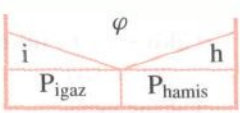
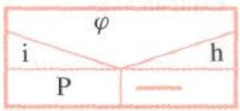
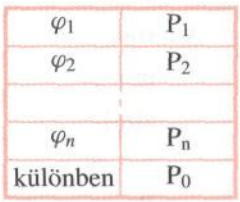
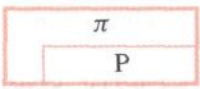
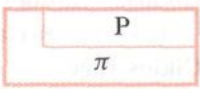
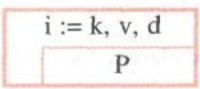
$\mathbb{N}^0$	a nem negatív egész számok halmaza: {0, 1, 2, ...}
$\mathbb{L}$	a logikai értékek halmaza: {*igaz, hamis*}
Kisbetűk	változók: a, b, ..., y, z
Nagybetűk	programok, eljárások, utasítások: P_1, P_2, P_3, ...
Görög betűk	logikai feltételek, tulajdonságok: φ, π, β, ...
NEM, ÉS, VAGY	logikai operátorok
:=	az értékadás jele
$\leftrightarrow$	a csereművelet rövidítése
a[ ]	az adatsor (vektor, indexelt változó) jele

4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK

Szekvencia

Kezdet
P_1
P_2
...
P_n
Vége

P_1
P_2
P_n

Egyszerű alternatíva	**Ha** φ **akkor** P_{igaz} **különben** P_{hamis} **Elágazás vége**	
Feltételes művelet	**Ha** φ **akkor** P **Elágazás vége**	
Elágazás	**Elágazás** φ_1 **esetén** P_1 φ_2 **esetén** P_2 ... φ_n **esetén** P_n **különben** P_0 **Elágazás vége**	
Elején tesztelő ciklus	**Ciklus amíg** π P **Ciklus vége**	
Végén tesztelő ciklus	**Ciklus** P **amíg** π **Ciklus vége**	
Számlált ciklus	**Ciklus** i = k-**tól** v-**ig** d-**esével** P **Ciklus vége**	

5. ALAPFELADATOK

5.1. *Sorozatszámítás*

Sorozat előállítása az általános képlet alapján.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
f	az általános tag képlete: $f : i \mapsto a_i = f(i)$.
Eredmény	
a[m]...a[n]	a (rész-) sorozat.

Ciklus i = m-**től** n-**ig**
  a[i] := f(i)
Ciklus vége
Eljárás vége.

m, n, *f*

i = m, n, 1
a[i] := *f*(i)

a[m] . . . a[n]

5.2. Rekurzív sorozat

Sorozat előállítása a rekurziós képlet alapján.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
a[m]	a kezdő elem.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
R	a rekurziós képlet: $R : (i, a_i) \mapsto a_{i+1} = R(i, a_i)$.
Eredmény	
a[m]. . . a[n]	a (rész-) sorozat.

REKURZÍV_SOROZAT (m, a[m], n, a);
Ciklus i = m-**től** (n – 1)-**ig**
  a[i + 1] := R(i,a[i])
Ciklus vége
Eljárás vége.

m, a[m], n, *R*

i = m, n – 1, 1
a[i + 1] := *R*(i, a[i])

a[m] . . . a[n]

5.3. Összegezés

Adatsor elemeinek összeadása.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]. . . a[n]	az adatsor elemei.
Eredmény	
s	az adatsor összege: $s = \sum_{i=m}^{n} a_i$.

ÖSSZEGEZÉS (m, n, a, s);
  s := 0
Ciklus i = m-**től** n-**ig**
  s := s + a[i]
Ciklus vége
Eljárás vége.

m, n, a[ ]

s := 0
i := m, n, 1
s := s + a[i]

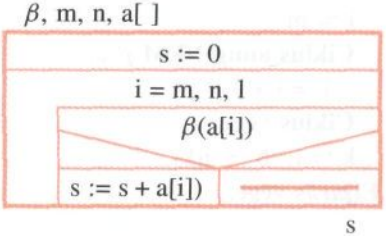
s

5.4. *Feltételes összegezés*

Az adatsor adott tulajdonságú elemeinek összeadása.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]. . . a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$.
Eredmény	
s	az adott tulajdonságú elemek összege: $s = \sum_{\forall i:\beta(a)}^{a_i}$

FELTÉTELES_ÖSSZEG (β, m, n, a, s);
  s := 0
  Ciklus i = m-**től** n-**ig**
    Ha β(a[i]) **akkor**
      s := s + a[i]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

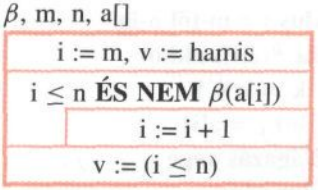


5.5. *Eldöntés*

Annak vizsgálata, hogy egy adatsorban van-e adott tulajdonságú elem.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]. . . a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: β (a[i]) $\in \mathbb{L}$.
Eredmény	
v	logikai érték: $v = \begin{Bmatrix} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{Bmatrix}$ megfelelő elem.

ELDÖNTÉS (β, m, n, a, v);
  i := m
  v := hamis
  Ciklus amíg i $\leq$ n **ÉS NEM** β(a[i])
    i := i + 1
  Ciklus vége
  v := (i $\leq$ n)
Eljárás vége.



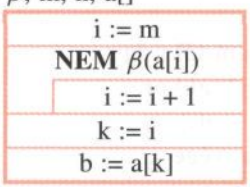
5.6. Kiválasztás

Adott tulajdonságú elem kiválasztása olyan adatsorból, amiben biztosan van ilyen elem.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]...a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: β (a[i]) $\in \mathbb{L}$.
Eredmény	
b	a kiválasztott elem.
$k \in \mathbb{N}^0$	a kiválasztott elem indexe.

KIVÁLASZTÁS (β, m, n, a, b, k);
  i := m
  Ciklus amíg NEM β(a[i])
    i := i + 1
  Ciklus vége
  k := i; b := a[k]
Eljárás vége.

β, m, n, a[]



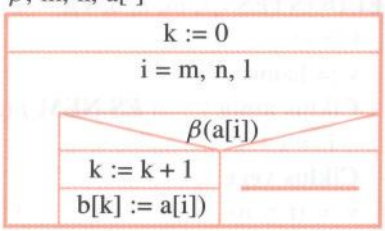
5.7. Kiválogatás

Adott tulajdonságú elemek kiválogatása egy adatorból.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]...a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: $\beta(a[i]) \in \mathbb{L}$.
Eredmény	
$k \in \mathbb{N}^0$	a kiválogatott elemek száma.
b[1]...b[k]	a kiválogatott elemek sorozata.

KIVÁLOGATÁS (β, m, n, a, k, b);
  k := 0
  Ciklus i = m-**től** n-**ig**
    Ha β(a[i]) **akkor**
      k := k + 1
      b[k] := a[i]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

β, m, n, a[ ]

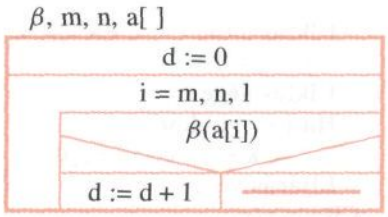


5.8. Számlálás

Egy adatsor adott tulajdonságú elemeinek megszámlálása.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]... a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: β (a[i]) $\in \mathbb{L}$.
Eredmény	
$d \in \mathbb{N}^0$	az adott tulajdonságú elemek száma.

SZÁMLÁLÁS (β, m, n, a, d);
  d := 0
  Ciklus i = m-**től** n-**ig**
    Ha β(a[i]) **akkor**
      d := d + 1
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

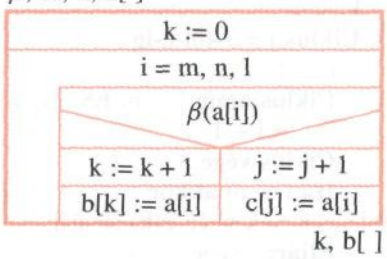


5.9. Szétválogatás

Egy adatsor elemeinek szétválogatása adott tulajdonságuk alapján.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]... a[n]	az adatsor elemei.
β	tulajdonság: β (a[i]) $\in \mathbb{L}$.
Eredmény	
b[1]... b[k]	az adott tulajdonságú elemek sorozata.
c[1]... c[j]	a többi elem sorozata.

SZÉTVÁLOGATÁS (β, m, n, a, b, c);
  k := 0; j := 0
  Ciklus i = m-**től** n-**ig**
    Ha β(a[i])
      akkor
        k := k + 1; b[k] := a[i]
      különben
        j := j + 1; c[j] := a[i]
    Elágazás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

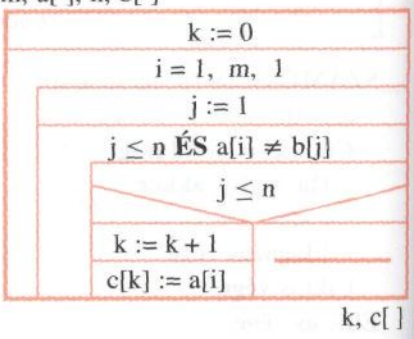


5.10. Metszet

Két adatsor közös elemeinek kiválogatása, harmadik adatsorba gyűjtése.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	az a[ ] adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a b[ ] adatsor elemeinek száma.
a[1...m]; b[1...n]	a két adatsor.
Eredmény	
c[1...m + n]	a közös elemek adatsora.

METSZET (m, n, a, b, c);
  k := 0
  Ciklus i = 1-**től** m-**ig**
    j := 1
    Ciklus amíg j ≤ n **ÉS** a[i] ≠ b[j]
      j := j + 1
    Ciklus vége
    Ha j ≤ n **akkor**
      k := k + 1; c[k] := a[i]
    Eljárás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.



5.11. Egyesítés

Két adatsor elemeinek egy adatsorba való gyűjtése úgy, hogy az egyező elemek csak egyszer szerepeljenek.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	az a[ ] adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a b[ ] adatsor elemeinek száma.
a[1...m]; b[1...n]	a két adatsor.
Eredmény	
$k \in \mathbb{N}^0$	az egyesített c[ ] adatsor elemeinek száma.
c[1...k]	az két adatsor egyesített adatsora.

EGYESÍTÉS (m, n, a, b, c);
  Ciklus i = 1-**től** m-**ig**
    c[i] := a[i]
  Ciklus vége
  k := m
  Ciklus j = 1-**től** n-**ig**
    i := 1
    Ciklus amíg i ≤ m **ÉS** a[i] ≠b[j]
      i := i + 1
    Ciklus vége
    Ha i > m **akkor**
      k := k + 1; c(k) := a[i]
    Eljárás vége
  Ciklus vége
Eljárás vége.

5.12. Összefuttatás

Rendezett adatsor készítése két rendezett adatsorból.

Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	az a[ ] adatsor elemeinek száma.
$n \in \mathbb{N}^0$	a b[ ] adatsor elemeinek száma.
a[1...m]; b[1...n]	a két rendezett adatsor.
Eredmény	
$k \in \mathbb{N}^0$	az egyesített r[ ] adatsor elemeinek száma
r[1...k]	az egyesített adatsor: $r[i] < r[j] \Leftrightarrow i < j \ldots$

ÖSSZEFUTTATÁS (m, n, a, b, k, r);
i := 1; j := 1; k := 0
Ciklus amíg i ≤ m **ÉS** j ≤ n
k := k + 1
Elágazás
a[i] < b[j] **esetén** r[k] := a[i]; i := i + 1
a[i] = b[j] **esetén** r[k] := a[i]; i := i + 1; j := j + 1
a[i] > b[j] **esetén** r[k] := b[j]; j := j + 1
Elágazás vége
Ciklus vége
Ciklus amíg i ≤ m
k := k + 1; r[k] := a[i]; i := i + 1
Ciklus vége
Ciklus amíg j ≤ n
k := k + 1; r[k] := b[j]; j := j + 1
Ciklus vége
Eljárás vége.

6. KERESÉSEK

6.1. Lineáris keresés

Adott értékű elem keresése és az adatsorban elfoglalt helyének megadása.

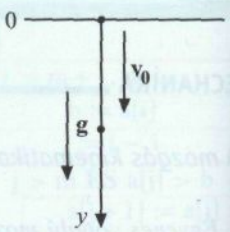
Adottak	
$m \in \mathbb{N}^0$	a kezdő elem indexe.
$n \in \mathbb{N}^0$	az utolsó elem indexe.
a[m]...a[n]	az adatsor elemei.
b	a keresendő érték.
Eredmény	
v	$v = \left\{ \begin{matrix} igaz & \ldots \text{ ha van} \\ hamis & \ldots \text{ ha nincs} \end{matrix} \right\}$ a keresett érték az adatsorban.
$k \in \mathbb{N}^0$	a megtalált elem indexe, ha v = *igaz*.

Függőleges lefelé hajítás v_0 kezdősebességgel

A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t + \frac{g}{2}t^2$$

A pillanatnyi sebesség: $v_t = v_0 + g \cdot t$



Függőleges felfelé hajítás v_0 kezdősebességgel

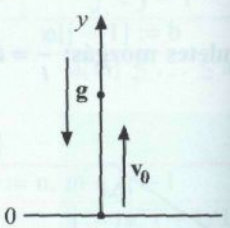
A test pillanatnyi helyének függőleges koordinátája:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{g}{2}t^2$$

A pillanatnyi sebesség: $v_t = v_0 - gt$

Az emelkedés ideje: $t_{em} = \frac{v_0}{g}$

Maximális emelkedés: $y_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$



Vízszintes hajítás v_0 kezdősebességgel

Az origóból eldobott test pillanatnyi helyének koordinátái:

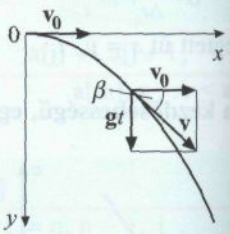
$x = v_0 \cdot t; \qquad y = \frac{g}{2}t^2$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$v_x = v_0; \qquad v_y = gt$

A pillanatnyi sebesség nagysága és iránya:

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}$$



Ferde hajítás a vízszintessel α szöget bezáró v_0 kezdősebességgel

Az origóból elhajított test pillanatnyi helyzetének koordinátái:

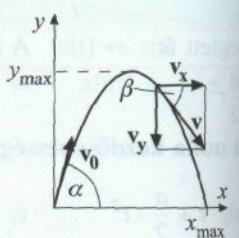
$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha; \qquad y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2$

A pillanatnyi sebesség koordinátái:

$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha; \qquad v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - gt$

A pillanatnyi sebesség nagysága, iránya:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}$$



Az emelkedés ideje: $t_{em} = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$. A mozgás teljes ideje: $t^* = 2t_{em} = \frac{2v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$.

A hajítás távolsága: $x_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$. Az emelkedés maximális értéke: $y_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$.

A pálya egyenlete: $y = x \cdot \operatorname{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha} \cdot x^2$.

Egyenletes körmozgás: $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ = állandó, $\frac{s}{t}$ = állandó

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega t$

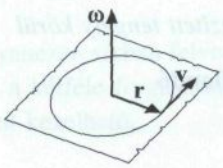
Út a körpályán: $s = vt$

Az elfordulás szöge és az út kapcsolata: $s = r\varphi$

A kerületi sebesség, szögsebesség, periódusidő és fordulatszám kapcsolata:

$$v = \frac{2r\pi}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad v = r\omega, \quad T = \frac{1}{f}$$

A szögsebesség vektor ($\boldsymbol{\omega}$) iránya:



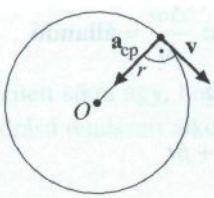
A kerületi sebességvektor vektoriális szorzattal kifejezve:

$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$

A centripetális gyorsulás nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$

A centripetális gyorsulásvektor a kör középpontja felé mutat:



Egyenletesen változó körmozgás: $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ = **állandó**

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\beta \cdot t^2$

Út a körpályán: $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a_{tang} \cdot t^2$

Pillanatnyi szögsebesség: $\omega = \omega_0 + \beta t$

Pillanatnyi fordulatszám: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Pillanatnyi kerületi sebesség: $v = v_0 + a_{tang}t$

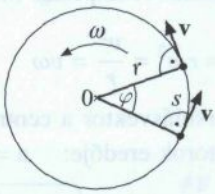
Az elfordulás szöge és az út kapcsolata: $s = r\varphi$

A kerületi sebesség és szögsebesség, illetve a kerületi gyorsulás és szöggyorsulás kapcsolata:

$$v_0 = r\omega_0, \quad v = r\omega, \quad a_{tang} = r\beta$$

φ: a szögelfordulás; $[\varphi] = \text{rad}$

s: az út; $[s] = \text{m}$



$\omega = \frac{\varphi}{t}$ a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$v = \frac{s}{t}$ a kerületi sebesség;

$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

r: a kör sugara; $[r] = \text{m}$

T: a periódusidő; $[T] = \text{s}$

f: a fordulatszám vagy frekvencia; $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

a_{cp}: a centripetális gyorsulás; $[a_{cp}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

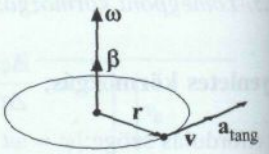
ω_0: a kezdeti szögsebesség; $[\omega_0] = \frac{1}{\text{s}}$

$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ a szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$

$a_{tang} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ a kerületi (tangenciális) gyorsulás; $[a_{tang}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

r: a körpálya sugara; $[r] = \text{m}$

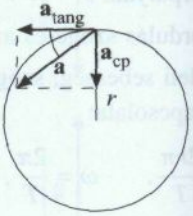
A szöggyorsulás-vektor ($\boldsymbol{\beta} = \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}}{\Delta t}$) iránya:



A gyorsulás centripetális (normális) komponensének nagysága:

$$a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$$

A gyorsulásvektor a centripetális és a tangenciális gyorsulásvektorok eredője: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{cp} + \mathbf{a}_{tang}$;



nagysága: $a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_{tang}^2}$

1.1.4. Merev test forgómozgása rögzített tengely körül

Egyenletes forgómozgás: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t} =$ **állandó**

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega t$

A szögsebesség: $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} =$ állandó

φ: az elfordulás szöge; $[\varphi] =$ rad

ω: a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{s}$

T: a periódusidő; $[T] =$ s

Egyenletesen változó forgómozgás: $\frac{\Delta \omega}{\Delta t} =$ **állandó**

Az elfordulás szöge: $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$

A pillanatnyi szögsebesség: $\omega = \omega_0 + \beta t$

A pillanatnyi fordulatszám: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

A szöggyorsulás: $\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} =$ állandó

ω_0: a kezdő szögsebesség; $[\omega_0] = \frac{1}{s}$

β: a szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{s^2}$

$[f] = \frac{1}{s}$

1.2. Dinamika

1.2.1. Pontszerű testek

Newton-törvények

I. Inerciarendszerben a testek sebességváltozását mindig más test hatása okozza. (A tehetetlenség törvénye)

II. $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

III. $\mathbf{F}_{A \to B} = -\mathbf{F}_{B \to A}$ (Hatás-ellenhatás törvénye)

$\mathbf{F}$: az erő; $[\mathbf{F}] = \text{N} = \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\mathbf{a}$: a gyorsulás; $[\mathbf{a}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

m: a tömeg; $[m] =$ kg

Az erőhatások függetlenségének elve (szuperpozíció elve):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \ldots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$$

A dinamika alaptörvénye: $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}$

Impulzustétel

A Δt idő alatt történő $\mathbf{F} \cdot \Delta t$ erőlökés egyenlő a test $\Delta \mathbf{I} = \Delta(m\mathbf{v})$ impulzusváltozásával (lendületváltozásával), azaz: $\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta(m\mathbf{v})$

$\mathbf{I} = m\mathbf{v}$: az impulzus, mozgásmennyiség, lendület;

$[\mathbf{I}] = \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

1.2.2. Merev testek

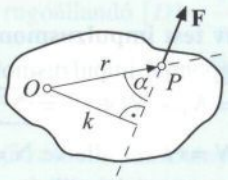
Rögzített tengely körüli forgómozgás dinamikája

Forgatónyomaték mint előjeles skalármennyiség:

$M = Fk$

$k = r \sin\alpha$ (k az erő karja, az O ponton átmenő, a síkra merőleges tengelyre vonatkozóan).

Síkban ható erőrendszer esetén, az ugyanezen síkban felvett pontra vonatkozó forgatónyomaték – a kétféle forgásirány szerinti – előjeles skalármennyiségként kezelhető.



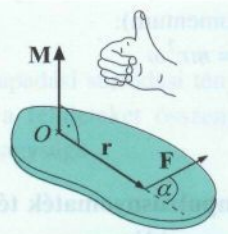
A forgatónyomaték-vektor

Az O pontra vonatkozó forgatónyomaték- (erőnyomaték-) vektor:

$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$;

nagysága: $|\mathbf{M}| = |\mathbf{r}| \cdot |\mathbf{F}| \sin\alpha$.

Iránya: merőleges az $\mathbf{r}$ és $\mathbf{F}$ által kifeszített síkra úgy, hogy $\mathbf{r}$, $\mathbf{F}$, és $\mathbf{M}$, ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkot.



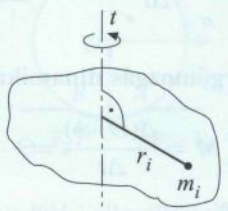
Tehetetlenségi nyomaték

m tömegű pontszerű testnek, tőle r távolságra levő tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka:

$\Theta = m \cdot r^2$

Kiterjedt merev test esetén:

$$\Theta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots = \sum_i m_i r_i^2$$



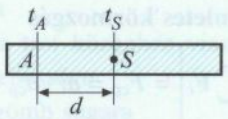
Θ: tehetetlenségi nyomaték;

$[\Theta] = \mathrm{kgm}^2$

Tehetetlenségi nyomatékra vonatkozó tételek

Steiner-tétel: $\Theta_A = \Theta_S + md^2$

(Θ_S az S tömegközépponton, Θ_A egy tetszőleges A ponton átmenő, az előbbivel párhuzamos tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték; d a két tengely távolsága.)



Addiciós tétel: Közös tengelyű testek tehetetlenségi nyomatéka az egyes testek tehetetlenségi nyomatékaink összege: $\Theta = \sum \Theta_i$.

Lapítási tétel: A tehetetlenségi nyomaték nem változik meg, ha a test pontjait a tengellyel párhuzamosan eltoljuk.

Impulzusmomentum (perdület, forgásmennyiség, impulzusnyomaték)

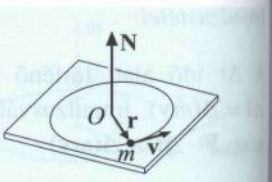
I impulzusnak az O pontra vonatkozó impulzusmomentuma, (perdülete):

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{I} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

Vektormennyiség, amelynek nagysága:

$$|\mathbf{N}| = rmv \sin\alpha;$$

iránya merőleges az **r** és **I** által kifeszített síkra úgy, hogy **r**, **I**, és **N** jobbrendszert alkot.



N = perdületvektor;

$[N] = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$

α: **r** és **v** szöge

Merev test impulzusmomentuma:

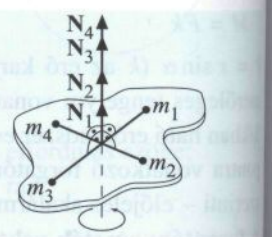
tömegpontjai impulzusmomentumának összege:

$$N = N_1 + N_2 + \ldots = \sum N_i = r_i m_i v_i$$

Így: $N = \Theta \cdot \omega$, illetve $\mathbf{N} = \Theta\ \boldsymbol{\omega}$

Egy r sugarú körpályán ω szögsebességgel mozgó m tömegpont impulzusmomentuma, a pálya középpontjára (pályamomentum):

$$N = mr^2\omega$$



ω: szögsebesség nagysága;

$[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

$\boldsymbol{\omega}$: szögsebességvektor

Az impulzusnyomaték tétele (perdülettétel)

$$\sum_i M_i = \frac{\Delta N}{\Delta t}, \text{ illetve: } \sum_i \mathbf{M}_i = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}$$

$\sum M$: a testre ható erők t tengelyre vonatkozó forgatónyomatékainak előjeles összege;

$[M] = \text{Nm}$

A forgómozgás dinamikai alapegyenlete:

$$\sum M = \frac{\Delta(\Theta \cdot \omega)}{\Delta t} = \Theta \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \Theta \cdot \beta,$$

illetve:

$$\sum \mathbf{M} = \Theta \cdot \boldsymbol{\beta}$$

Θ: a merev test adott t tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka; $[\Theta] = \text{kgm}^2$

ω: szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

β: szöggyorsulás; $[\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$

1.2.3. A körmozgások dinamikája

Egyenletes körmozgás

$$\left|\sum_i \mathbf{F}_i\right| = F_{\text{cp}} = m \cdot a_{\text{cp}} = m\frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

a_{cp} és F_{cp} a körpálya középpontja felé irányul

F_{cp}: centripetális erő; $[F_{\text{cp}}] = \text{N}$

a_{cp}: centripetális gyorsulás;

$[a_{\text{cp}}] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

v: kerületi sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

r: a körpálya sugara; $[r] = \text{m}$

ω: a szögsebesség; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

A nehézségi erő

$F = mg$

g: a nehézségi gyorsulás

A gravitációs erő nagysága

$|F| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$ (vonzóerő)

m_1 és m_2: tömegek
r: a távolságuk
γ: a gravitációs állandó

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

A rugóerő

$F = -D \cdot \Delta l$

D: a rugóállandó $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Δl: a rugó összenyomódása, illetve megnyúlása; $[\Delta l] = \text{m}$

A csúszási súrlódási erő nagysága

$F_s = \mu F_{ny}$

F_s iránya olyan, hogy a felületek relatív sebességét csökkenteni „igyekszik".

μ: csúszási súrlódási tényező
F_{ny}: a felületeket összenyomó erő nagysága

A tapadási (súrlódási) erő nagysága

$F_{tap} \leq \mu_0 F_{ny}$

F_{tap} a felületek relatív elmozdulását akadályozni „igyekszik".

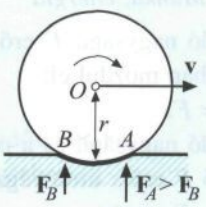
μ_0: tapadási súrlódási tényező
F_{ny}: a felületeket összenyomó erő nagysága

A gördülő ellenállás

A fellépő deformáció miatt a gördülő testtel egy felület mentén érintkező talaj a forgással ellentétes irányú M forgatónyomatékkal csökkenti a gördülés szögsebességét. Az M nagysága és így a gördülő ellenállás F_g nagysága jó közelítéssel arányos a felületeket összenyomó F_{ny} erővel:

$F_g = \mu_g F_{ny}$

(A μ_g gördülési együttható nagysága függ a gördülő test sugarától is; táblázatunk a szokásos kerekekre érvényes értékeket tartalmazza.)



μ_g: gördülési ellenállási tényező
F_{ny}: a felületeket összenyomó erő nagysága

A közeg-ellenállási erő (folyadékokban, gázokban)

$F_k = -6\pi\eta r \mathbf{v}_{rel}$ (gömb alakú test; Stokes-törvény), illetve nagyobb sebességek és tetszőleges alakú test esetén:

$F_k = -k\frac{1}{2} A \varrho v \cdot \mathbf{v}_{rel}$

η: a folyadék dinamikai viszkozitása
$\mathbf{v}_{rel}$: a test közeghez viszonyított sebessége
r: a gömb sugara
$v = |\mathbf{v}_{rel}|$
ϱ: a közeg sűrűsége
A: a mozgásirányra merőleges legnagyobb keresztmetszet
k: a formatényező

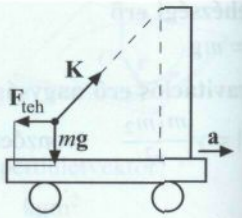
1.2.5. Tehetetlenségi erők

Nem inerciarendszerben, gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben a tehetetlenségi erőket is figyelembe kell venni.

Egyenes vonalban gyorsuló rendszerben a **tehetetlenségi erő:**

$$\mathbf{F}_{teh} = -m\mathbf{a}$$

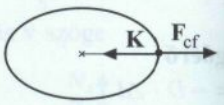
(a gyorsulással ellentétes irányú).



Az ω szögsebességgel forgó rendszerben, a **centrifugális erő:**

$$F_{cf} = -mr\omega^2$$

F_{cf} sugárirányú, kifelé mutató.

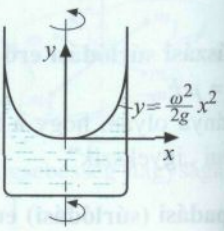


Az ω szögsebességgel forgó rendszerben a rendszerhez képest $\mathbf{v}_{rel}$ sebességgel mozgó test esetén a **Coriolis-erő:**

$$\mathbf{F}_{cor} = 2m\mathbf{v}_{rel} \times \boldsymbol{\omega}$$

A forgó folyadék felszíne paraboloid. Síkmetszetének egyenlete:

$$y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 \qquad (\omega \text{ a rendszer szögsebessége})$$



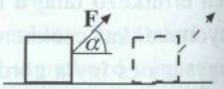
1.3. Munka, energia, teljesítmény

1.3.1. Munka, energia

Állandó nagyságú F erő munkája s úton, ha a test az erő irányában mozdul el:

$$W = Fs$$

W: munka; $[W] = \text{Nm} = \text{J}$

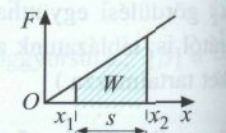


Állandó nagyságú és a mozgás irányával állandó α szöget bezáró F erő s úton végzett munkája:

$$W = Fs\cos\alpha$$

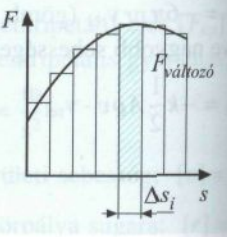
Az út szerint egyenletesen F_1-ről F_2-re változó erő munkája:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2}s$$



Az út szerint egyenlőtlenül változó erők munkája:

$$W = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta s_i$$



Emelési munka: $W_e = mgh$

(m tömegű testet h magasra emelő erő munkája)

m: a test tömege; $[m] = \text{kg}$

h: emelési magasság; $[h] = \text{m}$

Helyzeti energia a Föld nehézségi erőterében:

$E = mgh$

g: a nehézségi gyorsulás;

$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Gyorsítási munka: $W_{gy} = \frac{1}{2}mv^2$

(m tömegű testet álló helyzetből v sebességre)

m: a test tömege; $[m] = \text{kg}$

v: a test végsebessége;

$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Kinetikus (mozgási) energia: $E = \frac{1}{2}mv^2$

Rugó megnyújtásakor végzett munka: $W = \frac{1}{2}Dx^2$

D: rugóállandó; $[D] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

x: a rugó megnyúlása; $[x] = \text{m}$

Rugó energiája: $E = \frac{1}{2}Dx^2$

Gravitációs erő munkája, miközben M és m tömegű pontszerű testek távolsága r_A-ról r_B-re változik:

$$W_{A-B} = -\gamma Mm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

γ: a gravitációs állandó;

$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

Helyzeti energia gravitációs térben:

Az M tömegű pontszerű testtől r_A távolságban lévő m tömegű pontszerű test helyzeti energiája:

$E_{\text{grav}} = -\gamma\frac{Mm}{r_A}$, ha a nullszintet a végtelenben rögzítjük.

A munkatétel

A test kinetikus energiájának megváltozása a testre ható összes erő munkájának összegével egyenlő:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{\text{összes}}; \qquad \Delta E_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

v_1: kezdősebesség

v_2: végsebesség

Forgatónyomaték munkája

Az M állandó forgatónyomaték munkája φ szögelfordulás esetén:

$W = M \cdot \varphi$

M: forgatónyomaték;

$[M] = \text{Nm}$

A forgási energia

Tengely körül ω szögsebességgel forgó test mozgási energiája:

$E = \frac{1}{2}\Theta \cdot \omega^2$

Θ: a tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomaték;

$[\Theta] = \text{kgm}^2$

Munkatétel rögzített tengely körül forgó merev test esetén

Az M forgatónyomaték munkája a test forgási energiájának megváltozásával egyenlő:

$$\sum W = \sum M \cdot \Delta\varphi = \frac{1}{2}\Theta \cdot \omega_2^2 - \frac{1}{2}\Theta \cdot \omega_1^2$$

ω_1: kezdő szögsebesség

ω_2: vég szögsebesség

1.3.2. A teljesítmény (a munkavégzés sebessége)

$$P = \frac{W}{t}$$

$[P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$ (watt)

t: idő; $[t] = \text{s}$

Pillanatnyi teljesítmény:

$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = F \cdot v \cdot \cos\alpha$

v: sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Pillanatnyi teljesítmény forgómozgásnál: $P = M \cdot \omega$

F: erő; $[F] = \text{N}$

Átlagteljesítmény: $P = \frac{\sum W}{\sum t}$

α: $\mathbf{F}$ és $\mathbf{v}$ szöge

M: forgatónyomaték; $[M] = \text{Nm}$

ω: szögsebesség; $[\omega] = \text{s}^{-1}$

Mechanikai hatásfok

A munkavégzés hatásfoka: $\eta = \frac{\text{hasznos munka}}{\text{összes befektetett munka}}$

1.3.3. Pontrendszerek

m_i, $\mathbf{v}_i$: a rendszer i-edik elemének tömege, illetve sebességvektora

A tömegközéppont mozgásának tétele

$$\mathbf{v}_{\text{tkp}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} = \text{állandó, ha } \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k = \mathbf{0}$$

$\mathbf{v}_{\text{tkp}}$, $\mathbf{a}_{\text{tkp}}$: a rendszer tömegközéppontjának sebesség-, illetve gyorsulásvektora.

$$M\mathbf{a}_{\text{tkp}} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$$

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$: külső erők összege

Pontrendszer tömegközéppontjának helyvektora:

M a pontrendszer össztömege

$$\mathbf{r}_{\text{tkp}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

m_i, $\mathbf{r}_i$: a rendszer i-edik elemének tömege, illetve helyvektora

Impulzustétel pontrendszerre

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k$: a külső erők összege

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i^k = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad \mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{I}_i$$

$\mathbf{I}_i$: a rendszer i-edik elemének impulzusa

Az impulzusnyomaték (perdület) pontrendszerben

Perdülettétel pontrendszerben

$\sum \mathbf{M}_k$: a rendszerre ható külső erők forgatónyomatékainak összege

$$\sum \mathbf{M}_k = \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad \mathbf{N} = \sum \mathbf{N}_i$$

$\mathbf{N}_i$: a rendszer i-edik elemének perdülete

Munkatétel mechanikai rendszerekre:

A rendszer kinetikus energiájának megváltozása:

$\sum W_k$, $\sum W_b$: a rendszerre ható külső, illetve belső erők munkáinak összege

$$\sum \Delta E_{\text{kin}} = \sum W_k + \sum W_b$$

Impulzusmegmaradás (lendületmegmaradás)

Pontrendszer összimpulzusa:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{v}_i = \text{állandó, ha } \sum \mathbf{F}_k = \mathbf{0},$$

$\sum \mathbf{F}_k$: külső erők összege

azaz

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 + \ldots + m_n\mathbf{v}_n = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2 + \ldots + m_n\mathbf{u}_n$$

v_i korábbi, u_i későbbi sebesség

A mechanikai energia megmaradásának törvénye

Konzervatív rendszerben a mozgási és a kölcsönhatási (rugalmas, gravitációs stb.) energia összege, a mechanikai energia:

Konzervatív rendszer: ha csak konzervatív erők hatnak

E_k: kölcsönhatási energia

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + E_k = \text{állandó}$$

Impulzusnyomaték (perdület) megmaradása

$\Delta\mathbf{N} = \mathbf{0}$, vagyis $\mathbf{N} =$ állandó, ha $\sum \mathbf{M}_k = \mathbf{0}$

$\sum \mathbf{M}_k$: külső erők forgatónyomatékainak összege

Ha a külső erők forgástengelyre vett forgatónyomatékainak összege nulla:

$M_z = 0$, akkor $N_z = \Theta_z \cdot \omega_z =$ állandó

z tengely: forgástengely

Θ_z: a test z tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka

ω_z: a test z tengely körüli szögsebessége

Pontszerű testek ütközései

Tökéletesen rugalmas ütközés esetén a kinetikus energia megmarad:

$\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$: a testek ütközés előtti sebessége

$\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$: a testek ütközés utáni sebessége

(1) $$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

Rugalmatlan ütközéskor a kinetikus energia csökken.

Tökéletesen rugalmatlan ütközéskor az ütközés utáni sebességek megegyeznek:

(2) $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$

Ha zárt a rendszer, az impulzus megmarad:

(3) $m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2$

Az ütközés utáni u_1 és u_2 sebességeket tökéletesen rugalmas ütközés esetén az (1) és (3), tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén a (2) és (3) egyenletekből álló egyenletrendszer megoldása adja.

Centrális, egyenes ütközés esetén az ütközés előtti $\mathbf{v}$ és ütközés utáni $\mathbf{u}$ sebességek egy egyenesbe esnek. Ekkor a (3) egyenletben $\mathbf{v}$ és $\mathbf{u}$ vektorokat a sebességek irányát figyelembe vevő előjelű v_1, v_2, u_1 és u_2 skalárokkal helyettesíthetjük.

A k ütközési szám a relatív sebességek hányadosa:

k: az ütközési szám

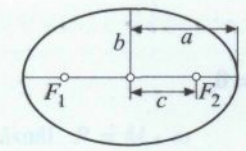
$$k = \left|\frac{u_1 - u_2}{v_1 - v_2}\right|$$

Tökéletesen rugalmas ütközéskor $k = 1$; tökéletesen rugalmatlan ütközéskor $k = 0$.

A bolygók mozgása

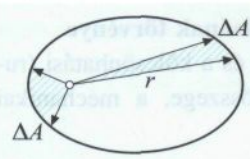
Kepler törvényei:

1. A bolygók pályája ellipszis, amelynek egyik fókuszpontjában van a Nap.



F_1, F_2: fókuszpontok
a: a fél nagytengely
c: az excentricitás: $\sqrt{a^2 - b^2}$
b: a fél kistengely

2. A Naptól a bolygóhoz húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.



r: a vezérsugár

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{állandó (Felületi tétel)}$$

3. Különböző bolygók esetében a keringési idők négyzetei úgy aránylanak, mint a bolygópályák fél nagytengelyeinek köbei:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}, \text{ azaz } \frac{T^2}{a^3} = \text{állandó}$$

T: a keringési idő
a: a fél nagytengely

A bolygómozgás dinamikája

Newton-féle gravitációs törvény:

Bármely két pontszerű test közt ható vonzóerő nagysága:

$$|\mathbf{F}| = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

m_1 és m_2: a tömegek
r: a pontszerű testek távolsága
γ: a gravitációs állandó;

$$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Az ellipszis pályán keringő bolygó keringési ideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\gamma M}}$$

a: a fél nagytengely
M: a Nap tömege;
$M = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg

Az ellipszis pályán keringő bolygó pillanatnyi sebessége:

$$v_{\text{pill}} = \sqrt{\gamma M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

r: a vezérsugár

Kozmikus sebességek:

1. Első kozmikus sebesség, körsebesség (közel a Föld felszínéhez):

$$v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M_F}{R_F}} = 7{,}9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

M_F: a Föld tömege;
$M_F = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
R_F: a Föld sugara
$R_F \approx 6400$ km

$$\gamma = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

2. A második kozmikus sebesség, szökési sebesség a Föld felületéről:

$$v_2 = v_1\sqrt{2} = 11{,}2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

A Föld középpontjától r távolságban keringő **mesterséges hold energiája:**

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 - \gamma\frac{M_F \cdot m}{r}$$

m: a mesterséges hold tömege
E-t „kötési energiának" is nevezzük

3. **Szökési sebesség** a Naprendszerből a végtelenbe távozva:

$$v_3 = 42{,}1\ \frac{km}{s}$$

Nehézségi erő

A Földdel együtt forgó (nem inercia-) rendszerben:

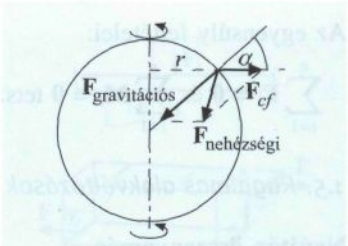
Nehézségi erő: $\mathbf{F}_{neh} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{cf}$

Gravitációs erő: $F_g = \gamma\frac{M_F \cdot m}{R^2}$

Centrifugális erő: $F_{cf} = m \cdot a_{cf}$

Centrifugális gyorsulás:

$$a_{cf} = \omega^2 R\cos\alpha = 3{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos\alpha\ \left(\frac{m}{s^2}\text{-ben}\right)$$



$r = R\cos\alpha$
α: földrajzi szélesség

A nehézségi gyorsulás függ **a magasságtól**
$h \ll R$ esetén:

$$\frac{g_h}{g_0} \approx 1 - \frac{2h}{R}$$

g_0 a nehézségi gyorsulás a Föld felszínén a $h = 0$ magasságban

A nehézségi gyorsulás függ a **földrajzi szélességtől**

$$g_\alpha \approx g_{90°} - 5{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot \cos^2\alpha\quad \left(\frac{m}{s^2}\text{-ben}\right)$$

A sarkokon: $g_{90°} = 9{,}832\ 21\ \frac{m}{s^2}$

Az Egyenlítőn: $g_e = 9{,}780\ 49\ \frac{m}{s^2}$

Budapesten: $g_{Bp} = 9{,}808\ 52\ \frac{m}{s^2}$

Súly, súlytalanság

Súly: az az erő, amivel a testek az alátámasztást nyomják, vagy a felfüggesztést húzzák. Egyensúly esetén egyenlő a nehézségi erővel:

$\mathbf{G} = \mathbf{F}_{neh} = m\mathbf{g}$

$\mathbf{G}$: súlyerő; $[G] = N$

Ha egy testet függőleges irányban egyenletesen gyorsuló mozgással emelünk vagy süllyesztünk, az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre kifejtett erőt súlynak érezzük. Ha a test a gyorsulással felfelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$F_S = m(g + a)$

Ha a test $a \leq g$ gyorsulással lefelé gyorsul, a súlyerő nagysága:

$F_S = m(g - a)$

Ennek speciális esete a szabadesés ($a = g$), ekkor $F_S = 0$ (súlytalanság).

A galaxisok távolodási sebessége a Földtől

Hubble-törvény:

$$v = \frac{r}{T_H}$$

r a galaxis pillanatnyi távolsága
$T_H = 24 \cdot 10^9$ év
(Hubble-állandó)

1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika)

1.4.1. Anyagi pont egyensúlya

$$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i$: az erők eredője

1.4.2. Merev test egyensúlya

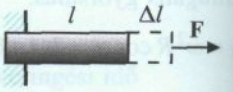
Az egyensúly feltételei:

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$ és $\sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \mathbf{0}$ tetszőleges pontra

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}$: a forgatónyomatékok eredője

1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk)

Nyújtás–összenyomás



l hosszúságú, A keresztmetszetű huzal (rúd) megnyúlása F erő hatására:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot l \cdot \frac{F}{A}.$$

E: a Young-modulus, az adott anyagra jellemző paraméter;

$$[E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Relatív megnyúlás: $\varepsilon_l = \dfrac{\Delta l}{l}$ $\quad [\varepsilon] = 1$

Relatív keresztirányú méretváltozás: $\varepsilon_d = \dfrac{\Delta d}{d}$

Poisson-szám: $\mu = \dfrac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l}$ $\quad [\mu] = 1$

Nyújtáskor fellépő relatív térfogatváltozás: $\dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{1 - 2\mu}{E} \cdot \dfrac{F}{A}$

Feszültség: $\sigma = \dfrac{F}{A}$

Hooke törvénye: $\sigma = E\varepsilon_l$

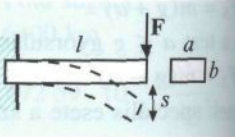
σ: rugalmas feszültség;

$$[\sigma] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

A tárolt energia megnyúlás, illetve összenyomódás esetén:

$$W = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l = \frac{\sigma^2 \cdot A \cdot l}{2E}$$

Lehajlás



F erő hatására egyik végén befogott l hosszúságú rúd esetén:

$$s = \frac{1}{3E} \cdot \frac{l^3}{I} F$$

I: a felületi nyomaték; $[I] = \mathrm{m}^4$

Téglalap keresztmetszetű rúdnál a felületi nyomaték

$$I = \frac{1}{12} ab^3, \quad \text{így:} \quad s = 4 \frac{Fl^3}{Eab^3}$$

$I_{\text{kör}} = \dfrac{\pi}{4} R^4$, $I_{\text{cső}} = \dfrac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$

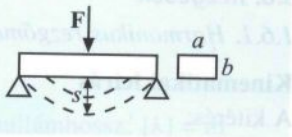
R, r: külső, illetve belső sugár

Hajlítás

A rúd közepének lehajlása: $s = \dfrac{Fl^3}{48EI}$

Két végén alátámasztott – téglalap keresztmetszetű – rúdnál:

$$s = \frac{Fl^3}{4Eab^3}$$



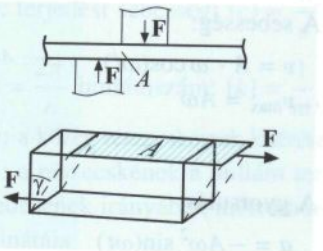
E: a Young-modulus
I: a felületi nyomaték
(l. lehajlás)

Nyírás

A csúszási szög: $\gamma = \dfrac{1}{G} \cdot \dfrac{F}{A} = \dfrac{\tau}{G}$

Nyírási feszültség: $\tau = \dfrac{F}{A}$

Hooke-törvény: $\tau = G\gamma$



G: torzió modulus;

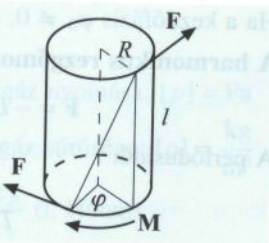
$[\tau] = [G] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

Csavarás (torzió)

M forgatónyomaték hatására az R sugarú, l hosszúságú rúd végének φ felcsavarodása:

$$\varphi = \frac{2}{\pi \cdot G} \cdot \frac{l}{R^4} \cdot M$$

A tárolt energia: $W_{cs} = \dfrac{1}{2} M\varphi$



G: torzió modulus; $[G] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

φ: az elcsavarodás szöge
$[\varphi] = 1$ (rad)

Torziós inga

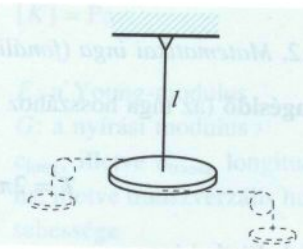
R sugarú, l hosszúságú torziós szál végére kifejtett M forgatónyomaték:

$$M = D^* \cdot \varphi$$

A D^* direkciós nyomaték a szál adataival kifejezve (csavarás):

$$D^* = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l}$$

A tárolt energia: $W = \dfrac{1}{2} D^* \cdot \varphi^2$



D^*: a direkciós nyomaték;
$[D^*] = \mathrm{Nm}$
φ: az elcsavarodás szöge

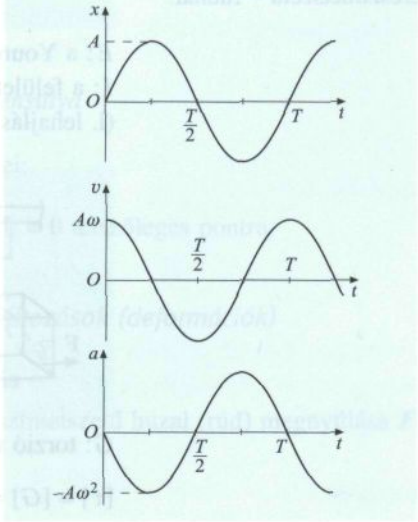
1.6. Rezgések

1.6.1. Harmonikus rezgőmozgás

Kinematikai leírás

A kitérés:

$x = A\sin(\omega t)$



A sebesség:

$v = A \cdot \omega\cos(\omega t)$

$v_{max} = A\omega$

A gyorsulás:

$a = -A\omega^2\sin(\omega t)$

$a = -\omega^2 \cdot x$

$a_{max} = A\omega^2$

A: az amplitúdó; $[A] = \text{m}$

ω: a körfrekvencia; $[\omega] = \frac{1}{\text{s}}$

T: a periódusidő; $[T] = \text{s}$

f: a frekvencia; $[f] = \frac{1}{\text{s}}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad f = \frac{1}{T}$$

Ha a kezdőfázis $\varphi_0 \neq 0$, a kinematikai függvények argumentuma: $(\omega t + \varphi_0)$.

A harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele

$$\mathbf{F} = -D \cdot \mathbf{x} = -m\omega^2 \cdot \mathbf{x}$$

D: a direkciós erő (rugóállandó)
m: a tömeg
$\mathbf{x}$: a kitérésvektor

A periódusidő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

A harmonikus rezgőmozgást végző test energiája

$$E_{össz} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

v: sebesség
x: kitérés

1.6.2. Matematikai inga (fonálinga)

Lengésidő (az inga hosszához képest kis kitérések esetén):

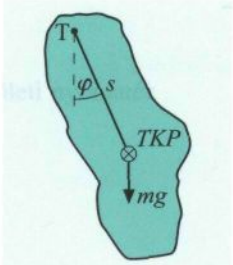
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l: az inga hossza
g: a nehézségi gyorsulás

1.6.3. Fizikai inga

A lengésidő (kis kitérések esetén)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_T}{mgs}}$$



Θ_T: a forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték
m: a test tömege
s: a T tengely és a TKP tömegközéppont távolsága

1.7. Mechanikai hullámok

1.7.1. Haladó hullámok

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT; \qquad T = \frac{1}{f}$$

λ: hullámhossz; $[\lambda] = \mathrm{m}$

T: a periódusidő; $[T] = \mathrm{s}$

f: a frekvencia; $[f] = \frac{1}{\mathrm{s}}$

c: terjedési sebesség; $[c] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

A hullámfüggvény:

$$y(x,t) = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{cT}\right) =$$

$$= A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\sin(\omega t - kx)$$

(az y kitérés a hely (x) és az idő (t) függvénye)

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ hullámszám; $[k] = \frac{1}{\mathrm{m}}$.

y: a közeg részecskéinek kitérése

x: a részecskének a hullám terjedésének irányában mért koordinátája

A: amplitúdó; $[A] = \mathrm{m}$

ω: körfrekvencia; $[\omega] = \frac{1}{\mathrm{s}}$

1.7.2. A hullám terjedési sebessége

Gázokban:

Longitudinális hullám terjedési sebessége ideális gázokban:

$$c_{\mathrm{long}} = \sqrt{\kappa\frac{p}{\varrho}}$$ (Laplace-féle formula)

p: a gáz nyomása; $[p] = \mathrm{Pa}$

ϱ: a gáz sűrűsége; $[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$ (l. Hőtan)

Folyadékokban:

Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban

$$c_{\mathrm{long}} = \sqrt{\frac{K}{\varrho}}$$

ϱ: a folyadék sűrűsége;

$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

K: a kompresszió modulus;

$[K] = \mathrm{Pa}$

Rugalmas szilárd testekben

Rudakban: $c_{\mathrm{long}} = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$, $\quad c_{\mathrm{transz}} = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}$

E: a Young-modulus

G: a nyírási modulus

c_{long}, illetve c_{transz} longitudinális, illetve transzverzális hullám sebessége

F erővel kifeszített **húrban:** $c_{\mathrm{transz}} = \sqrt{\frac{F}{A\varrho}}$

A: a húr keresztmetszete

ϱ: a sűrűsége

Húrok, rudak sajátrezgései

l hosszúságú **rúd** sajátrezgése longitudinális hullám esetén:

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

f: a rezgés frekvenciája
E: a Young-modulus
ϱ: a sűrűség

F erővel kifeszített, l hosszúságú **húr** sajátrezgése:
transzverzális hullám esetén:

$$f_{\text{transz}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{ml}}$$

m: a húr tömege

longitudinális hullám esetén:

$$f_{\text{long}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

A: a húr keresztmetszete

A felharmonikusok frekvenciái: $f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$

$n = 2, 3, \ldots$

Rezgő levegőoszlopok (sípok)

l hosszúságú, egyik végén nyitott gázoszlop (**zárt síp**):

$f_{\text{alap}} = \frac{c}{4l}$, a felharmonikusok: $f_n = (2n - 1) \cdot f_{\text{alap}}$;

f: a hang frekvenciája
c: a hullám (hang) terjedési sebessége gázban (levegőben)

l hosszúságú, mindkét végén nyitott gázoszlop (**nyitott síp**):

$f_{\text{alap}} = \frac{c}{2l}$, a felharmonikusok: $f_n = n \cdot f_{\text{alap}}$

$n = 2, 3, \ldots$

A hang terjedési sebessége 0 °C hőmérsékleten, levegőben:

$$c_0 = 331{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$[t] = °\text{C}$

A hang terjedési sebességének hőmérsékletfüggése ideális gázokban:

$$c = c_0\sqrt{1 + \frac{t}{273\ \text{K}}} = c_0\sqrt{\frac{T}{273\ \text{K}}}$$

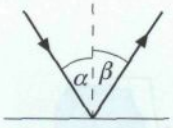
$[T] = \text{K}$

1.7.4. Hullámjelenségek

Visszaverődés

$\alpha = \beta$

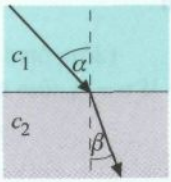
Beesési merőleges a közeghatárra merőleges egyenes



α: a beesési szög
β: a visszaverődési szög

Törés

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$



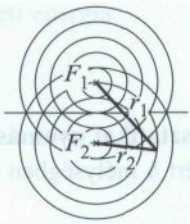
c_1, c_2: a hullám terjedési sebessége az egyes közegben
$n_{2,1}$: a 2. közeg 1. közegre vonatkoztatott törésmutatója

Hullámok találkozása, interferencia

Maximális erősítés feltétele:

$$\Delta s = 2k\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = 2k\frac{\lambda}{2}$$



Δs: útkülönbség a találkozó hullámok között

r_1, r_2 } az egyes hullámforrások távolsága az erősítés, illetve gyengítés helyétől

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Kioltás vagy **maximális gyengítés** feltétele:

$$\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

1.7.5. A hangtani Doppler-jelenség

Az M megfigyelő által észlelt hang f frekvenciája (magassága) függ az F hangforrás f_0 frekvenciájától, valamint M-nek és F-nek a közeghez (levegőhöz) viszonyított v_M, illetve v_F sebességétől. (v_m, illetve v_F lehet nulla is.)

f_0: a hangforrás frekvenciája
c: a hangsebesség
f: az észlelt frekvencia

$$f = f_0\frac{c + v_M}{c - v_F}$$ (magasabb hang)

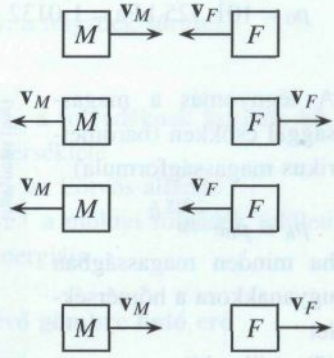
$$f = f_0\frac{c - v_M}{c + v_F}$$ (mélyebb hang)

$$f = f_0\frac{c - v_M}{c - v_F}$$

(magasabb hang, ha $v_F > v_M$, mélyebb hang, ha $v_F < v_M$)

$$f = f_0\frac{c + v_M}{c + v_F}$$

(magasabb hang, ha $v_F < v_M$, mélyebb hang, ha $v_F > v_M$)



v_F és v_M: a forrást és a megfigyelőt összekötő egyenes menti sebességkomponensek

M és F közeledésekor az észlelt hang a kibocsátottnál magasabb ($f > f_0$), távolodáskor mélyebb ($f < f_0$).

1.8.1. Nyugvó folyadékok és gázok

Pascal törvénye

Folyadékra (gázra) ható külső erő által létrehozott nyomás a folyadékban (gázban) minden irányban gyengítetlenül terjed.

$p = \frac{F}{A}$ a nyomás

F: a felületre ható merőleges erő

A: a felület nagysága

$[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$

A folyadék súlyából származó hidrosztatikai nyomás

Nyugvó folyadék szabad felületétől mért h mélységben a p hidrosztatikai nyomás:

$p = \varrho h g$

ϱ: a folyadék sűrűsége

$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Ha a folyadék felszínére p_0 külső nyomás is hat:

$p = p_0 + h\varrho g$

A nyomás nem SI egységei: lásd 9.16. táblázat

Arkhimédész törvénye

A nem gyorsuló folyadékba (gázba) merülő testre ható **felhajtóerő:**

$F = V_t \varrho_f g$

V_t: a test folyadékba merülő részének térfogata

ϱ_f: a folyadék sűrűsége

g: a nehézségi gyorsulás

A légnyomás

$p_0 = h_0 \cdot \varrho_{Hg} \cdot g$

A tengerszinten általában a nyomás:

$p_0 = 101{,}325\ \mathrm{kPa} = 1{,}0132 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}\ (= 760\ \mathrm{Hgmm})$

h_0: a higanyoszlop magassága a Torricelli-kísérletben

$h_0 \approx 76$ cm

ϱ_{Hg}: a higany sűrűsége

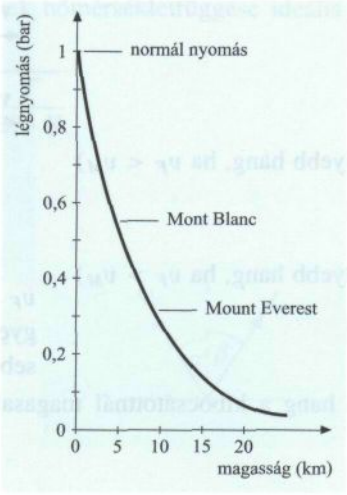
A légnyomás a magassággal csökken (barometrikus magasságformula)

$p_h = p_0 e^{\frac{-\varrho_0 g}{p_0} h}$

ha minden magasságban ugyanakkora a hőmérséklet (T_0 = állandó)

p_0, illetve ϱ_0 a levegő nyomása, illetve sűrűsége a viszonyítási helyen, T_0 hőmérsékleten

h: a viszonyítási hely fölötti magasság



A sűrűség magasságfüggvénye:

$\varrho_h = \varrho_0 e^{-\frac{\varrho_0 g}{p_0} h}$

ϱ_h: a sűrűség h magasságban

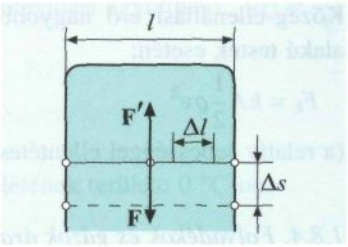
Felületi feszültség (folyadékhártyában ható erők)

A drótkeret l hosszúságú darabjára ható erő: $F = \sigma 2l$

(A hártyának két felszíne van.)

σ: a folyadék felületi feszültsége, a folyadék–levegő határfelületi feszültsége.

$[\sigma] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$



Energetikai értelmezés (határfelületi energia)

A ΔA felületnövekedés esetén a felületi energia

$\Delta E = \sigma \cdot \Delta A$

értékkel növekszik.

Görbületi nyomás

Folyadékcseppnél: $p_g = 2\frac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

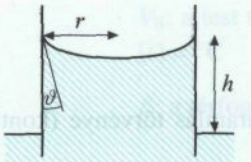
Folyadékhártya (szappanbuborék) esetén: $p_g = 4\frac{\sigma}{R_{\text{gömb}}}$

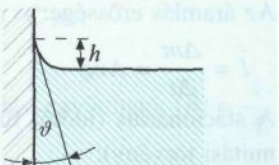
$R_{\text{gömb}}$: a csepp, illetve a buborék sugara

Kapilláris jelenségek

Kapilláris emelkedés (süllyedés) csőben:

$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{r\varrho g}$





Kapilláris emelkedés (süllyedés) sík falnál:

$h = \sqrt{\frac{2\sigma}{\varrho g}}(1 - \sin \vartheta).$

ϑ: az illeszkedés szöge

r: a kapilláris cső sugara

ϱ: a folyadék sűrűsége

A felületi feszültség hőmérsékletfüggése (Eötvös-szabály)

Telített gőzével érintkező tiszta folyadék és $T \leq T_{kr}$ esetén:

$\delta v^{\frac{2}{3}} = k_E(T_{kr} - T).$

T_{kr} a folyadéknak kritikus hőmérséklete

k_E az Eötvös-állandó

$\delta v^{\frac{2}{3}}$ a mólnyi folyadék felületi energiája

1.8.3. Testek mozgása folyadékban, gázban

Stokes-törvény: a réteges (lamináris) folyadékáramlásban lévő gömbre ható erő

Ha a folyadék sebessége elég kicsi ($v_{\text{foly}} < 1160\frac{\eta}{\varrho_f R}$):

$R \ll L$

$F_k = 6\pi\eta R_{\text{gömb}} \cdot v_{\text{foly}}$

Nehézségi erőtérben eső, R sugarú gömbnek tekinthető esőcsepp vagy porszem állandósult sebessége:

$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{R^2 \cdot g \cdot (\varrho_t - \varrho_f)}{\eta}$

ϱ_f: a folyadék sűrűsége;

$[\varrho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

η: a folyadék dinamikai viszkozitása; $[\eta] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{ms}}$

ϱ_t: a gömb sűrűsége

Folyadékban v sebességgel mozgó testre ható erő

R sugarú gömbre folyadékban ható közeg-ellenállási erő kis sebességek esetén:

$$F_k = 6\pi\eta R v$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú) (Stokes-törvény)

Közeg-ellenállási erő nagyobb sebességek és tetszőleges alakú testek esetén:

$$F_k = kA\frac{1}{2}\varrho v^2$$

(a relatív sebességgel ellentétes irányú)

η: a viszkozitás; $[\eta] = \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$

k: a formatényező; $[k] = 1$

A: a test mozgásirányára merőleges legnagyobb keresztmetszete; $[A] = \text{m}^2$

ϱ: a közeg sűrűsége; $[\varrho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

v: a relatív sebesség; $[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

1.8.4. Folyadékok és gázok áramlása

Ideális folyadékok áramlása

Ideális folyadék: súrlódásmentes (nyírófeszültségek mozgás esetén sem lépnek fel)

Áramlás

Az áramlás erőssége:

$$I = \frac{\Delta m}{\Delta t} = Av\varrho$$

A stacionárius (időtől független) áramlás törvénye (kontinuitási törvény):

$$\varrho_1 A_1 v_1 = \varrho_2 A_2 v_2$$

Ha összenyomhatatlan a folyadék, sűrűsége nem változik:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

A: a felület területe

v: a felületre merőleges sebesség

ϱ: a folyadék sűrűsége

ϱ_1 és ϱ_2: az 1., ill. a 2. keresztmetszetben a közeg sűrűsége

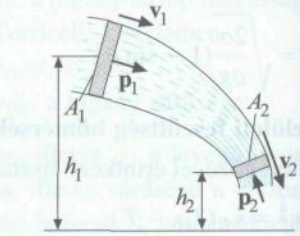
Bernoulli-törvény

Az áramlási térben egy kiszemelt áramlási cső mentén:

$$p_1 + \frac{1}{2}\varrho v_1^2 + \varrho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\varrho v_2^2 + \varrho g h_2 = \ldots = \text{állandó}$$

Vízszintes áramlás esetén:

$$p + \frac{1}{2}\varrho v^2 = \text{állandó}$$



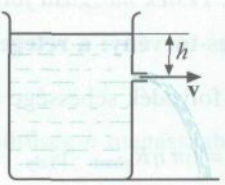
p_i: a nyomás azon a helyen, ahol a közeg sebessége v_i

Torricelli-féle kiömlési törvény:

$$v = \sqrt{2gh}$$

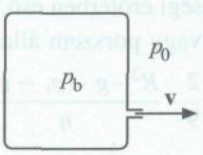
A kifolyócső alakjától függő tényező $\psi < 1$

$$v = \psi\sqrt{2gh}$$



Tartályból kis nyíláson kiömlő gáz (Bunsen-féle törvény):

$$v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_0)}{\varrho_{\text{gáz}}}}$$



2.1. Szilárd testek tágulása

Szilárd testek vonalas (lineáris) hőtágulása

A Δt hőmérséklet-változás hatására bekövetkező Δl hosszváltozás:

$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$

A test l_t hossza t hőmérsékleten:

$l_t = l_0(1 + \alpha t)$

l_0: a test hossza 0 °C hőmérsékleten

α: a lineáris hőtágulási együttható; $[\alpha] = \frac{1}{°C}$

$[t] = °C$

Szilárd testek felületi tágulása

A felületváltozás:

$\Delta A = A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta t$ (jó közelítéssel)

a test felülete t hőmérsékleten:

$A_t = A_0(1 + 2\alpha t)$

A_0: a test felületének területe 0 °C-on;

$[t] = °C$

Szilárd testek térfogati hőtágulása

(izotrop test köbös hőtágulása)

A térfogatváltozás:

$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

a test térfogata t hőmérsékleten:

$V_t = V_0(1 + \beta \Delta t)$

$\beta = 3\alpha$ (jó közelítéssel)

V_0: a test térfogata 0 °C-on;

$[t] = °C$

β: a térfogati hőtágulási együttható; $[\beta] = \frac{1}{°C}$

2.2. Folyadékok hőtágulása

A térfogatváltozás Δt hőmérséklet-változás hatására:

$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta t$

A térfogat t hőmérsékleten:

$V_1 = V_0(1 + \beta t)$

V_0: a folyadék 0 °C-on mért térfogata

β: a folyadék hőtágulási együtthatója

Szilárd testek és folyadékok hőmérséklet-változás hatására bekövetkező sűrűségváltozása:

$\varrho_t = \frac{\varrho_0}{1 + \beta t}$

ϱ_0: a sűrűség 0 °C-on

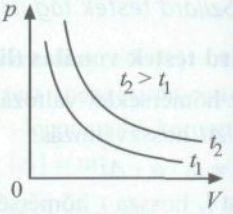
ϱ_t: a sűrűség t hőmérsékleten

A víz a folyadékok többségétől eltérően viselkedik. Hőtágulási együtthatója 0 és 4 °C között negatív, 4 °C-on zérus.

2.3.1. Boyle–Mariotte-törvény:

Állandó tömegű és hőmérsékletű gáz nyomásának és térfogatának szorzata:

pV = állandó, ha t = állandó



2.3.2. Gay-Lussac I. törvénye

Állandó tömegű gáz Δt hőmérséklet-változás hatására bekövetkező térfogatváltozása állandó nyomáson:

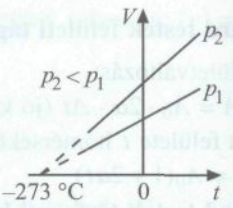
$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta t$, ha p = állandó

Ha V_0 a 0°C-on mért térfogat, akkor

$$\beta = \frac{1}{273{,}15}\ \frac{1}{°C},$$

és a gáz térfogata t hőmérsékleten

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right)$$



$[t] = °C$

2.3.3. Gay-Lussac II. törvénye

Állandó tömegű gáz Δt hőmérséklet-változás hatására bekövetkező nyomásváltozása állandó térfogaton:

$\Delta p = \beta \cdot p_0 \cdot \Delta t$, ha V = állandó

Ha p_0 a 0 °C-on mért nyomás, akkor

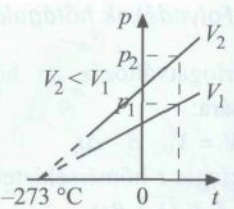
$$\beta = \frac{1}{273{,}15}\ \frac{1}{°C},$$

és a gáz nyomása t hőmérsékleten

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{t}{273}\right)$$

p_0: a gáz nyomása 0 °C-on

$[t] = °C$

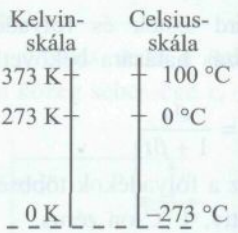


Az abszolút hőmérsékleti skála

A Kelvin-fokban (K) kifejezett T hőmérséklet

$T = t + 273{,}15$

(t: a Celsius-fokban mért hőmérséklet).



Az egyesített gáztörvény

Állandó tömegű ideális gázra: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$; ha m = állandó

Ha a folyamatban a gáz tömege is megváltozik: $\frac{p_1 V_1}{T_1 m_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2 m_2}$

A sűrűséggel kifejezve: $\frac{p_1}{\varrho_1 T_1} = \frac{p_2}{\varrho_2 T_2}$

Speciális állapotváltozások

Izoterm állapotváltozás (T = állandó): pV = állandó (Boyle–Mariotte-törvény).

Izobár álapotváltozás (p = állandó): $\frac{V}{T}$ = állandó (Gay-Lussac I. törvénye).

Izochor állapotváltozás (V = állandó): $\frac{p}{T}$ = állandó (Gay-Lussac II. törvénye).

Adiabatikus állapotváltozás ($Q = 0$):

pV^{κ} = állandó

$TV^{\kappa-1}$ = állandó

$Tp^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$ = állandó

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$, az adiabatikus kitevő

c_p, illetve c_V az ideális gáz állandó nyomáson és állandó térfogaton mért fajhői (l. Az ideális gáz fajhője)

2.3.4. Az ideális gázok termikus állapotegyenlete

m **tömegű,** M moláris tömegű ideális gázra:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$[m]$ = g

$[M] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$: az egyetemes gázállandó

A gázban lévő **molekulák számával** kifejezve:

$$pV = NkT$$

N: a molekulák száma

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$: a Boltzmann-állandó

A mólszámmal jellemzett **anyagmennyiséggel** kifejezve:

$$pV = nRT$$

$n = \frac{m}{M}$: anyagmennyiség

$[n]$ = mol

Avogadro törvénye

Bármely gáz mólnyi mennyiségében a molekulák száma azonos:

$$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

N_A: az Avogadro-állandó

2.3.5. Gázkeverékek termikus állapotegyenlete

Dalton törvénye

Az ideális gázkeverék nyomása a parciális nyomások összege:

$$p = \sum_{i=1}^{n} p_i = \left(N_1 \frac{kT}{V} + N_2 \frac{kT}{V} + \ldots \right);$$

N_1, N_2, ...: a gáztérben lévő egyes alkotóelemek molekuláinak száma

a gázkeverék állapotegyenlete:

$$pV = (N_1 + N_2 + \ldots)kT$$

A kinetikai gázelmélet alapegyenlete

$$pV = \frac{2}{3}N \cdot \frac{m_0\overline{v^2}}{2};$$

a gáz hőmérséklete:

$$T = \frac{2}{3k} \cdot \frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3k}\varepsilon$$

N: a V térfogatban lévő molekulák száma
m_0: egy molekula tömege
$\overline{v^2}$: a részecskék sebességnégyzetének átlaga
$\varepsilon = \frac{m_0\overline{v^2}}{2}$ egy molekula átlagos mozgási energiája
k: a Boltzmann-állandó

Az energia egyenletes eloszlása (ekvipartíció tétel)

A gázmolekulák átlagos energiája egyenletesen oszlik el a szabadsági fokokra:

$$\varepsilon = f \cdot \frac{1}{2}kT$$

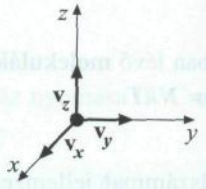
Az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}kT$$

f: a szabadsági fokok száma: az energia kifejezésben szereplő négyzetes tagok száma
ε: egy molekula átlagos mechanikai energiája
ε_1: az egy szabadságfokra jutó átlagos energia
k: a Boltzmann-állandó
T: a gáz hőmérséklete [K]

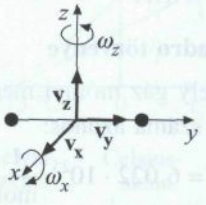
Egyatomos molekulájú gázra, $f = 3$:

$$\varepsilon = \frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{m_0\overline{v_x^2}}{2} + \frac{m_0\overline{v_y^2}}{2} + \frac{m_0\overline{v_z^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$$



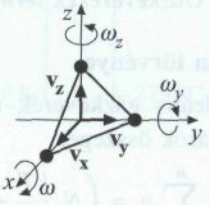
Kétatomos molekula esetén, $f = 5$:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_z^2} + \frac{1}{2}\Theta_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}\Theta_z\omega_z^2 = \frac{5}{2}kT$$



Többatomos molekula esetén, $f = 6$:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0\overline{v_x^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_y^2} + \frac{1}{2}m_0\overline{v_z^2} + \frac{1}{2}\Theta_x\omega_x^2 + \frac{1}{2}\Theta_y\omega_y^2 + \frac{1}{2}\Theta_z\omega_z^2 = \frac{6}{2}kT = 3kT$$



Θ_x, Θ_z, Θ_y: a molekula tehetetlenségi nyomatékai
ω_x, ω_y, ω_z: szögsebességek

A gázmolekulák termikus átlagsebessége

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

M: a gáz moláris tömege
m_0: a részecskék tömege
T: a gáz hőmérséklete $[K]$
R: általános gázállandó
k: a Boltzmann-állandó

Ozmózisnyomás híg oldatokban

van't Hoff törvénye:

$$pV = nRT$$

p: az ozmózisnyomás
V: az oldat térfogata
n: az oldott anyag mólszáma
R: az egyetemes gázállandó
T: az abszolút hőmérséklet

Diffúzió (Fick-törvény)

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta \varrho}{\Delta z}$$

$\frac{\Delta \varrho}{\Delta z}$: a sűrűséggradiens
D: a diffúziós állandó
$\frac{\Delta m}{\Delta t}$: az időegység alatt átdiffundált anyag tömege
A: a keresztmetszet, amelyen a diffúzió történik
η: a viszkozitás

Ha a részecskéket r sugarú gömbnek tekintjük:

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

A D diffúziós állandó hőmérsékletfüggése:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{E}{kT}}$$

E: aktivizációs energia
k: Boltzmann-állandó
T: az abszolút hőmérséklet

2.4. *Termodinamika*

2.4.1. *Hő, fajhő, hőkapacitás*

A hőközlés mértékére jellemző a Q **hő:**

$$Q = cm\Delta T$$

$[Q] = \mathrm{J}$
m: a test tömege; $[m] = \mathrm{kg}$
ΔT: a hőmérséklet-változás; $[\Delta T] = \mathrm{K}$

A test **hőkapacitása**:

$$C = mc$$

c: fajhő; $[c] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$

C: hőkapacitás; $[C] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$

Kalorimetria

A szilárd testek és folyadékok termikus kölcsönhatásakor a kialakult t_k közös hőmérséklet (ha nincs halmazállapotváltozás):

$$t_k = \frac{c_1m_1t_1 + c_2m_2t_2 + \ldots}{c_1m_1 + c_2m_2 + \ldots}$$

c_i, m_i, t_i: a kölcsönhatásban levő testek, folyadékok fajhője, tömege, kezdeti hőmérséklete

2.4.2. Az ideális gáz fajhője

Állandó nyomáson történő hőközléskor:

$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta t$

állandó térfogaton történő hőközléskor:

$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta t$

Az adiabatikus kitevő: $\kappa = \frac{c_p}{c_V}$

Robert Mayer-egyenlet: $c_p - c_V = \frac{R}{M}$

c_p, ill. c_V: állandó nyomáson, ill. állandó térfogaton mért fajhő

$[c_p] = [c_V] = \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

$\kappa = \frac{5}{3}$ egyatomos gázra

$\kappa = \frac{7}{5}$ kétatomos gázra

R: az általános gázállandó

M: a moláris tömeg

Gázok hőkapacitása és fajhője molekuláris adatokkal

Hőkapacitás állandó térfogaton: $C_V = \frac{f}{2}Nk = \frac{f}{2}nR$

Mólhő állandó térfogaton: $c_{m,V} = \frac{f}{2} \cdot R$

Fajhő állandó térfogaton: $c_V = \frac{f}{2} \cdot \frac{k}{m_0}$

Mólhő állandó nyomáson: $c_{m,V} = \frac{f+2}{2} \cdot R$

Hőkapacitás állandó nyomáson: $C_p = \frac{f+2}{2}Nk = \frac{f+2}{2}nR$

Fajhő állandó nyomáson: $c_p = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{k}{m_0}$

f: a szabadsági fokok száma

N: a molekulák száma

k: a Boltzmann-állandó

m_0: a gázmolekula tömege

R: az általános gázállandó

M: a moláris tömeg

n: anyagmennyiség

2.4.3. A gáz által végzett tágulási munka

izobár (p = állandó) változáskor:

$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$

izochor (V = állandó) változáskor:

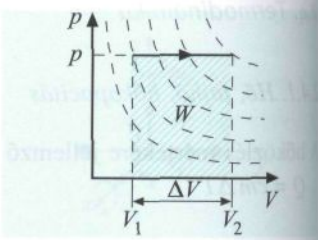
$W_{\text{gáz}} = 0$

izoterm (T = állandó) változáskor:

$W_{\text{gáz}} = NkT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{p_1}{p_2}$

adiabatikus ($Q = 0$) változáskor:

$W_{\text{gáz}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\kappa - 1}$



Q: hőcsere

$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$ (adiabatikus kitevő)

2.4.4. Belső energia

f termodinamikai szabadsági fokú rendszerben:

$E = \frac{f}{2}NkT$

m tömegű, állandó fajhőjű, ideális gáz belső energiája:

$E = c_V mT$

E: belső energia

N: részecskék száma

k: a Boltzmann-állandó

T: a gáz hőmérséklete; $[T] = \text{K}$

c_V: állandó térfogaton mért fajhő

2.4.5. *A termodinamika főtételei*

A termodinamika első főtétele:

$\Delta E = Q + W$

A rendszeren végzett W munka a rendszer által végzett W' munka ellentettje:

$W = -W'$

Ezért például egy izobár folyamatban: $\Delta E = Q - p\Delta V$

ΔE: adott rendszer belső energiájának megváltozása
Q: a rendszerrel közölt hő
W: a rendszeren végzett munka
W': a rendszer munkája, pl. gáz térfogati munkája

Az első főtétel és az elsőfajú perpetuum mobile:

Nincs olyan periodikusan működő gép, ún. elsőfajú perpetuum mobile (örökmozgó), amely hőfelvétel nélkül képes munkát végezni.

A termodinamika második főtétele

Adiabatikusan zárt anyaghalmaz entrópiája nem csökkenhet:

$\Delta S \geq 0$

S: entrópia; $[S] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Az entrópiaváltozás egy test (rendszer) két állapota között reverzíbilis folyamatban:

$$\Delta S = \sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i}$$

A második főtétel és a másodfajú perpetuum mobile:

Nem lehetséges másodfajú perpetuum mobilét konstruálni, azaz olyan periodikusan működő gépet, amely az energiamegmaradási tételnek ugyan nem mondana ellen, de a felvett hőt hőleadás nélkül, vagyis 100%-os hatásfokkal alakítaná mechanikai munkává.

A termodinamika harmadik főtétele

Az abszolút zérus fokhoz (0 K) való közeledésnél a kémiailag homogén anyagok entrópiája zérushoz tart. Az abszolút zérus fokhoz közeledve az anyagok fajhője zérushoz tart.

$$\lim_{T \to 0} S = 0 \qquad \lim_{T \to 0} c(T) = 0$$

(A 0 K hőmérséklet véges sok lépésben nem érhető el.)

2.4.6. *Nyílt folyamatok ideális gázokkal*

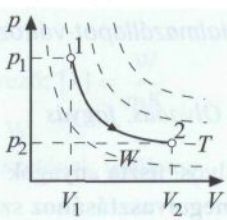
(Az I. főtétel alkalmazásai)

Izotermikus folyamat: T = állandó

$\Delta E = 0$

$Q = -W$

$$W_{\text{gáz}} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

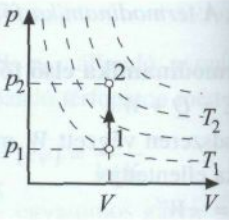


Izochor folyamat: V = állandó

$W = 0$

$\Delta E = Q_V$

$Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta T$

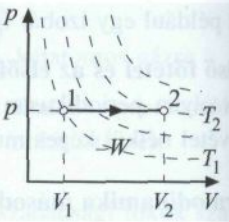


Izobár folyamat: p = állandó

$W_{\text{gáz}} = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1)$

$\Delta E = Q_p - p(V_2 - V_1)$

$Q_p = c_p \cdot m \cdot \Delta T$



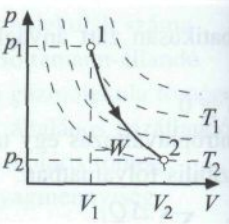
Adiabatikus folyamat:

$Q = 0$

$\Delta E = W$

$W_{\text{gáz}} = \dfrac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}$

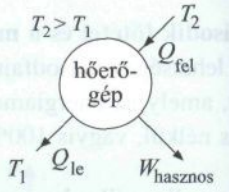
$\kappa = \dfrac{c_p}{c_V}$ (adiabatikus kitevő)



2.4.7. Körfolyamatok gázokkal

$\sum Q + \sum W = 0$

$\Delta E = 0$

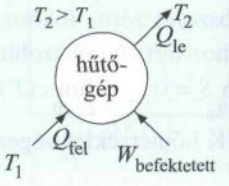


A **hőerőgépek termodinamikai hatásfoka:**

$\eta = \dfrac{Q_{\text{fel}} - Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}}$

A második főtétel miatt:

$\eta \leq \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$



Q_{fel}, illetve Q_{le}: a körfolyamatban felvett, illetve leadott hő.

2.5. Halmazállapot-változások

2.5.1. Olvadás, fagyás

Kristályos, tiszta anyagok olvadásponton történő **megolvasztásához** szükséges, illetve **fagyásakor** felszabaduló hő:

$Q = L_o \cdot m$

L_o: az anyag olvadáshője (fagyáshője);

$[L_o] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

Az olvadáspont változása a nyomás megváltozáskor:

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta p} = \frac{T_o(v_f - v_{sz})}{L_o}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

v_f, illetve v_{sz}: a fajlagos térfogat folyadék, illetve szilárd állapotban

$$v = \frac{1}{\varrho};\ [v] = \frac{m^3}{kg}$$

T_o: az olvadáspont

2.5.2. *Párolgás, lecsapódás*

Az m tömegű folyadék ugyanolyan hőmérsékletű **gőzzé alakításához** szükséges, illetve a **lecsapódáskor** felszabadult hő:

$$Q = L_p \cdot m$$

L_p: a párolgáshő; $[L_p] = \frac{J}{kg}$

2.5.3. *Forrás*

Az m tömegű folyadék T_f forrásponton történő teljes **elforralásához** szükséges hő:

$$Q = L_f \cdot m$$

L_f: a forráshő; $[L_f] = \frac{J}{kg}$

A forráspont változása a nyomás megváltozásakor:

$$\frac{\Delta T_f}{\Delta p} = \frac{T_f(v_g - v_f)}{L_f}$$

(Clausius–Clapeyron-egyenlet)

v_g, illetve v_f: a fajlagos térfogat gőz-, illetve folyadékfázisban

$$v = \frac{1}{\varrho};\ [v] = \frac{m^3}{kg}$$

T_f: a forráspont

2.6. A hőközlés módjai

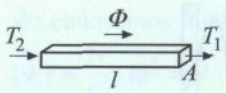
2.6.1. *Hővezetés*

Ha az l hosszúságú, A keresztmetszetű rúd palástját hőszigetelő burkolattal látjuk el, akkor időben állandó ΔT hőmérséklet-különbség hatására a rúdon időegység alatt átáramlott hő, a Φ hőáram:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{l}$$

Differenciális alakban (x irányú hőáram esetén):

$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$



Q: a rúdon átvezetett hő; $[Q] = J$

t: az idő; $[t] = s$

λ: a hővezetési tényező; $[\lambda] = \frac{W}{mK}$

Φ: a hőáram; $[\varphi] = W$

A: a rúd keresztmetszetének területe; $[A] = m^2$

l: a rúd hossza; $[l] = m$

2.6.2. *Hőátadás*

Az A nagyságú, T hőmérsékletű felületről időegység alatt a környezetnek átadott hő:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \alpha A(T - T_1) \qquad (T > T_1)$$

A: a felület nagysága; $[A] = \mathrm{m}^2$

α: a hőátadási tényező; $[\alpha] = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}}$

Az állandó T_1 hőmérsékletű környezettel A felületen érintkező C hőkapacitású test hőmérséklet-változásának sebessége:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\alpha \frac{A}{C}(T - T_1)$$

(Newton-féle lehűlési törvény)

T: a test pillanatnyi hőmérséklete

T_1: a környezet állandó hőmérséklete; $[T] = \mathrm{K}$

t: az idő; $[t] = \mathrm{s}$

A test pillanatnyi hőmérséklete:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1)e^{-\frac{\alpha A}{C}t}$$

T_0: a test kezdeti hőmérséklete (t = 0-nál)

2.6.3. *Hősugárzás*

Stefan–Boltzmann-törvény

A T hőmérsékletű test egységnyi felületéről egységnyi idő alatt a teljes térszög egyik oldalára (2π térszögbe) kibocsátott összes energia:

$$E = e\sigma T^4$$

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}$$

(Stefan–Boltzmann-állandó)

e: emisszióképesség

$0 < e \leq 1$

fekete test esetén: $e = 1$

Ha a T_1 hőmérsékletű test T_2 hőmérsékletű környezetben van, akkor:

$$E = e\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

Wien-féle eltolódási törvény:

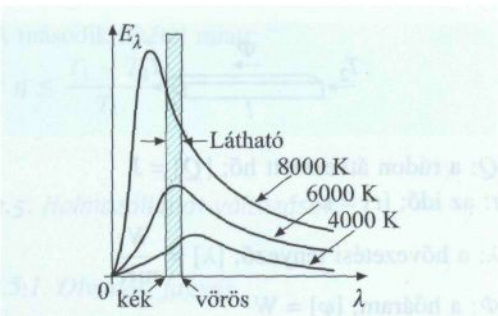
$$\lambda_{max} T = \text{const} \approx 2900\ \mu\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$$

λ_{max}: a T hőmérsékletű sugárzás maximumához tartozó hullámhossz;

$[\lambda] = \mathrm{m}$

$[T] = \mathrm{K}$

A Wien-állandó értéke: $2{,}8978 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$



3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika)

Pontszerű töltések között ható erő vákuumban (**Coulomb-törvény**):

$$F = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \text{ illetve } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Vonzóerő, ha Q_1 és Q_2 ellentétes előjelű
Taszítóerő, ha Q_1 és Q_2 azonos előjelű

Q: elektromos töltés;
$[Q] = \text{C} = \text{As}$

$$k = 9 \cdot 10^9 \ \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

ε_0: a vákuum permittivitása;

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Elektromos térerősség

$$|\mathbf{E}| = \frac{F}{Q}$$

A térerősség iránya megegyezik a pozitív pontszerű töltésre ható erő irányával.
Pontszerű pozitív Q töltéstől származó térerősség nagysága a töltéstől r távolságban:

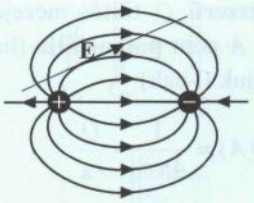
$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

F: a mezőbe helyezett pontszerű Q töltésre ható erő;
E: térerősség

$$[E] = \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Az elektromos erővonalak

1. A vonalak iránya minden pontban megegyezik az adott pontbeli térerősség irányával.
2. Az erővonalakra merőleges, egységnyi felületen áthaladó erővonalak száma az elektromos mező térerősségével arányos.



Az elektromos mező fluxusa (Ψ)

Homogén elektromos mezőben az erővonalakra merőleges A területű felületen áthaladó erővonalak száma:

$$\Psi = E \cdot A$$

Ψ: elektromos fluxus;

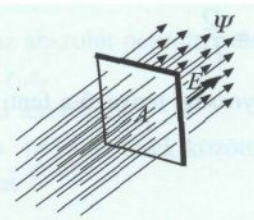
$$[\Psi] = \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot \text{m}^2 = \text{V} \cdot \text{m}$$

Az elektromos fluxussűrűség az E térerősség nagysága:

$$E = \frac{\Psi}{A}$$

Inhomogén mező valamely pontjában a térerősség:

$$E = \frac{\Delta\Psi}{\Delta A} \quad \left(E = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta\Psi}{\Delta A}\right)$$



3.1.1. Feszültség, potenciál

Az elektromos mező A és B pontja közti **feszültség:**

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$$

W_{AB}: az elektromos mező Q töltésen végzett munkája, miközben a töltés A-ból B-be jut.

$$[U_{AB}] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} = \text{volt}$$

Homogén elektromos **mezőben**:

$$U_{AB} = Ed_{AB}$$

d_{AB}: a térerősség irányában mért távolság A és B között

Pontszerű Q **töltés** által keltett mezőben (centrális mező):

$$U_{AB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

r_A és r_B: az A, illetve B pontok távolsága a töltéstől

A mező bármely A pontjának **potenciálja** a 0 szinthez viszonyított feszültsége:

$$U_A = U_{A\to 0} = \frac{W_{A\to 0}}{Q}$$

A pontszerű Q töltés **elektromos helyzeti energiája** a mező A pontjában:

$$E_{\text{pot}}(A) = QU_A$$

Az elektromos mező A pontjának B pontjához viszonyított feszültsége:

$$U_{AB} = U_A - U_B$$

Pontszerű Q **töltés** mezejében a töltéstől r_A távolságban lévő A pont **potenciálja** (ha a potenciált a végtelenben választjuk 0-nak)

$$U(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_A}$$

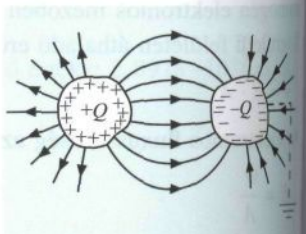
ε_0: vákuumpermittivitás

3.1.2. Kapacitás, kondenzátorok

Ha egy fémtest töltése $+Q$, egy másiké pedig $-Q$, köztük U feszültség keletkezik. Ekkor a

$$C = \frac{Q}{U}$$

arányossági tényező a fenti elrendezés **kapacitása**.



C: a kapacitás;

$$[C] = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F (farád)}$$

A síkkondenzátor

A **síkkondenzátor kapaci**

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A lemezek közötti térerőss

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

Síkkondenzátor kapacitása **anyag** van:

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d}$$

Gömbkondenzátor kapa

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R'R}{R' - R}$$

R sugarú **fémgömb kapa**

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Kondenzátorok kapcsolá

Sorosan kapcsolt konden

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots +$$

Két, sorosan kapcsolt kon

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Párhuzamosan kapcsolt

$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

A síkkondenzátor két lem

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{2A} = \varepsilon \frac{E^2 A}{2}$$

A kondenzátor elektromo

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU =$$

Az elektromos mező ene

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

W_{AB}: az elektromos mező Q töltésen végzett munkája, miközben a töltés A-ból B-be jut.

$[U_{AB}] = \frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V} = \text{volt}$

d_{AB}: a térerősség irányában mért távolság A és B között

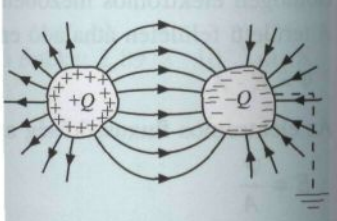
r_A és r_B: az A, illetve B pontok távolsága a töltéstől

yított feszültsége:

A pontjában:

zültsége:

ε_0: vákuumpermittivitás



C: a kapacitás;

$[C] = \frac{\text{C}}{\text{V}} = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F}$ (farád)

A síkkondenzátor

A **síkkondenzátor kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A: a lemezek területe
d: a lemezek távolsága
ε_0: vákuumpermittivitás

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

A lemezek közötti térerősség nagysága:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{A}$$

Síkkondenzátor kapacitása, ha a lemezek között **szigetelő anyag** van:

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d}$$

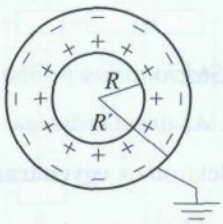
ε_r: a szigetelő anyag relatív dielektromos állandója; $[\varepsilon_r] = 1$

Gömbkondenzátor kapacitása vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R' R}{R' - R}$$

R sugarú **fémgömb kapacitása** vákuumban (levegőben):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

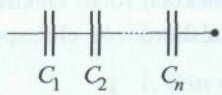


Kondenzátorok kapcsolása (eredő kapacitás)

Sorosan kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

C_e: eredő kapacitás

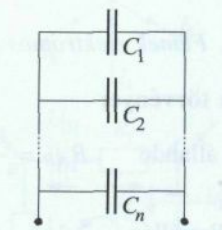


Két, sorosan kapcsolt kondenzátor esetén:

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok esetén:

$$C_e = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$



A síkkondenzátor két lemeze közötti **erőhatás**:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{2A} = \varepsilon \frac{E^2 A}{2}$$

ε: az abszolút permittivitás
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$
E: a térerősség
$V = Ad$: a lemezek közötti térfogat

A kondenzátor elektromos mezejének energiája:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 V$$

Az elektromos mező energiasűrűsége:

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

$$w = \frac{W}{V};\quad [w] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

R sugarú Q töltésű fémgömb elektromos mezőjének W energiája és w energiasűrűsége a középponttól $r > R$ távolságban:

$$W = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R}, \text{ illetve } w(r) = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{r^4}$$

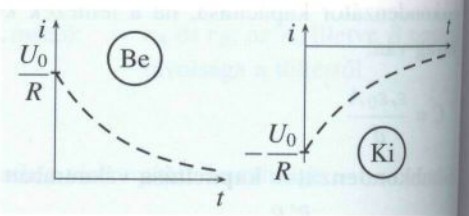
Kondenzátor feltöltése és kisütése ohmos ellenálláson át

Kezdetben töltetlen, C kapacitású kondenzátor q töltésének és i töltőáramának időfüggése, ha a kondenzátort R ellenálláson át töltjük:

$$q_{be} = CU_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right), \text{ illetve } i_{be} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Kezdetben $q_0 = CU_0$ töltésű kondenzátor q töltésének és i áramának időfüggése, ha a kisütés R ellenálláson át történik:

$$q_{ki} = CU_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \text{ illetve } i_{ki} = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram

3.2.1. Az áram erőssége

Az elektromos **egyenáram erőssége**:

$$I = \frac{Q}{t}$$

I: az áram erőssége; $[I] = \text{A}$

Q: a vezeték keresztmetszetén áthaladó töltés; $[Q] = \text{C}$; t: az eltelt idő; $[t] = \text{s}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C (elektron töltése)

n: a töltéshordozók koncentrációja; $[n] = \text{m}^{-3}$

$\bar{v}$: a töltések **rendezett** mozgásának átlagos sebessége;

$$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A: a vezeték keresztmetszetének területe; $[A] = \text{m}^2$

Az egyenáram jele: =

A fémekben folyó elektromos áram erőssége (a töltéshordozók elektronok):

$$I = ne\bar{v}A$$

3.2.2. Fémek elektromos ellenállása, Ohm törvénye

Ohm törvénye:

$$\frac{U}{I} = \text{állandó} \qquad R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I}$$

$$[R] = \frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega$$

I: a vezetékben folyó áram erőssége; $[I] = \text{A}$

U_{AB}: A és B pontok közti feszültség; $[U] = \text{V}$

Az ellenállás

Fémes vezető elektromos **ellenállása:**

$$R = \varrho\frac{l}{A}$$

l: a vezetékdarab hossza; $[l] = \text{m}$

A: a vezeték keresztmetszetének területe; $[A] = \text{m}^2$

ϱ: a fajlagos ellenállás; $[\varrho] = \Omega\,\text{m}$

Az elektromos **vezetőképesség:**

$$G = \frac{1}{R}, \text{ illetve } G = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{A}{l}$$

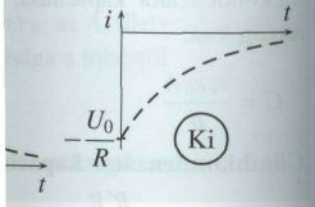
$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = \frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{S (siemens)}$$

A fajlagos vezetőképesség: $\sigma = \frac{1}{\varrho}$.

$$[\sigma] = \frac{\text{S}}{\text{m}} = \frac{1}{\Omega\,\text{m}}$$

a és w energiasűrűsége a kö-

töltőáramának időfüggése, ha



ége; $[I] = A$
sztmetszetén áthaladó töltés;
ltelt idő; $[t] = s$
(elektron töltése)
ók koncentrációja; $[n] = m^{-3}$
ndezett mozgásának átlagos

sztmetszetének területe;

olyó áram erőssége; $[I] = A$
ok közti feszültség; $[U] = V$

hossza; $[l] = m$
eresztmetszetének területe;

állás; $[\varrho] = \Omega\,m$

$\frac{A}{V} = S$ (siemens)

Az ellenállás **hőmérséklet** függése:
vezető R_t ellenállására t °C-on:

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

R: az ellenállás t_0 °C-on
α: hőmérsékleti együttható

$$[a] = \frac{1}{°C}$$

A Joule-féle hő és az egyenáramú teljesítmény

Az áramkör R_{AB} ellenállásán felszabaduló hő:

$$W_{AB} = U_{AB}It = I^2 \cdot R_{AB} \cdot t = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}} \cdot t$$

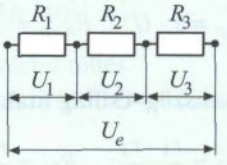
U_{AB}: a feszültség; $[U] = V$
I: az áram; $[I] = A$
t: az idő; $[t] = s$
$[R] = \Omega$; $[W] = J$; $[P] = W$

Az áramkör R_{AB} ellenállásán a teljesítmény: $P_{AB} = U_{AB}I = I^2R_{AB} = \frac{U_{AB}^2}{R_{AB}}$

3.2.3. Ellenállások kapcsolása

Sorosan kapcsolt ellenállások eredője:

$$R_e = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_i R_i$$

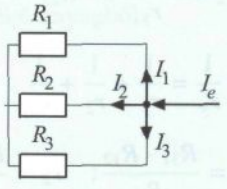


Párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredője:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Két, párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

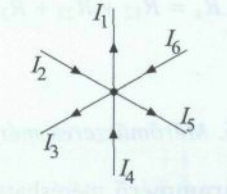


3.2.4. Összetett hálózatok

Kirchhoff I. törvénye, a csomóponti törvény

A csomópontba befolyó és az onnan elfolyó áramok erősségének algebrai összege zérus.

$$\sum I = 0 \quad \text{vagy:} \quad \sum I_{be} = \sum I_{ki}$$



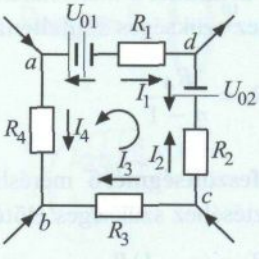
Kirchhoff II. törvénye, a huroktörvény

Bármely zárt vonal (hurok) mentén körüljárva:

$$\sum RI + \sum U_0 = 0$$

Ha csak egy áramforrás található a hurok mentén:

$$\sum_A^B IR = U_{AB}$$



$\sum IR$: az egyes szakaszok feszültségeinek összege

$\sum U_0$: a hurkon elhelyezett áramforrások belső feszültségeinek összege

Ennek speciális esete:

Ohm-törvény a teljes áramkörre:

$$R_K I + R_B I = U_0$$

Telep készítése egyforma galvánelemekből

Sorosan kapcsolt galvánelemek esetén:

$$U_s = s \cdot U; \quad R_{bs} = s \cdot R_b$$

Párhuzamosan kapcsolt galvánelemek esetén:

$$U_p = U; \quad R_{bp} = \frac{R_b}{p}$$

Vegyesen kapcsolt galvánelemek esetén:

$$U_{sp} = s \cdot U; \quad R_{b,sp} = \frac{s \cdot R_b}{p}$$

Háromszög–csillag átalakítás

$$R_{12} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_y}; \quad R_{23} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_y}; \quad R_{31} = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_y},$$

ahol $\frac{1}{r_y} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$

$$r_1 = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_x}; \quad r_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_x}; \quad r_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_x},$$

ahol $R_x = R_{12} + R_{23} + R_{31}$

3.2.5. Mérőműszerek méréshatárának kiterjesztése

Az **árammérő** méréshatárának n-szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **söntellenállása:**

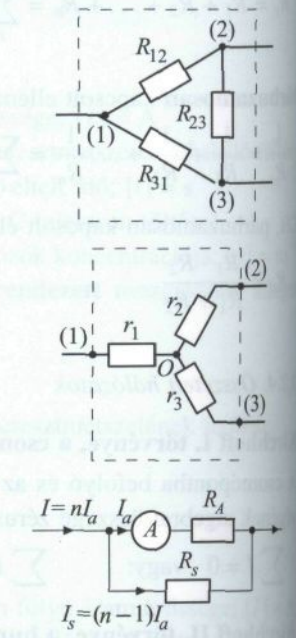
$$R_s = \frac{R_A}{n-1}$$

A **feszültségmérő** méréshatárának n-szeresre való kiterjesztéséhez szükséges **előtét-ellenállás**:

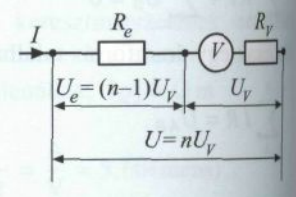
$$R_e = (n-1)R_V$$

U_0: az elektromotoros erő
R_K: a külső ellenállás
R_B: a telep belső ellenállása
$U_K = IR_K$: a kapocsfeszültség

s: a sorosan, p a párhuzamosan kapcsolt egységek száma
U és R_b: egy-egy elem adata
U_s, U_p, U_{sp}, illetve R_{bs}, R_{bp}, $R_{b,sp}$: a telep adatai



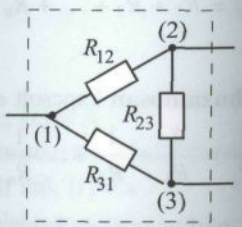
R_S: söntellenállás
R_A: az ampermérő ellenállása

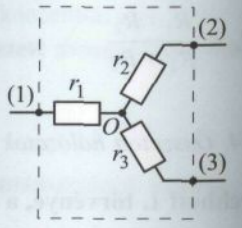


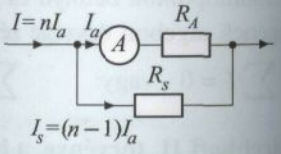
R_e: az előtét-ellenállás
R_V: a voltmérő ellenállása

U_0: az elektromotoros erő
R_K: a külső ellenállás
R_B: a telep belső ellenállása
$U_K = IR_K$: a kapocsfeszültség

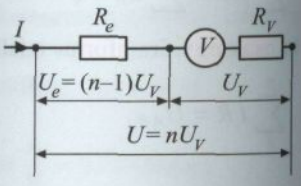
s: a sorosan, p a párhuzamosan kapcsolt egységek száma
U és R_b: egy-egy elem adata
U_s, U_p, U_{sp}, illetve R_{bs}, R_{bp}, $R_{b,sp}$: a telep adatai







R_S: söntellenállás
R_A: az ampermérő ellenállása



R_e: az előtét-ellenállás
R_V: a voltmérő ellenállása

3.2.6. Elektromos egyenáram folyadékokban

Faraday-törvények:

1. I erősségű egyenáram által t idő alatt kiválasztott anyagmennyiség tömege:

$$m = kIt$$

k: az elektrokémiai egyenérték;

$$[k] = \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

2. Ugyanaz a töltésmennyiség különböző elektrolitokból kémiailag egyenértékű anyagmennyiségeket választ ki:

$$k_1 : k_2 = \frac{A_1}{z_1} : \frac{A_2}{z_2}$$

A: a relatív atomtömeg
z: oxidációsszám-változás

Bármely egyszeresen pozitív töltésű ion egy mólnyi mennyiségének a kiválasztásához ugyanannyi F töltés szükséges (F a Faraday-féle állandó)

$$F = (9{,}648455 \pm 27 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{mol}} \approx 96\,500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

$F = N_A \cdot e$
N_A: az Avogadro-állandó

$$N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

e: az elemi töltés
$e \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Faraday két törvénye egybefoglalva:
I erősségű egyenáram, t idő alatt, A relatív atomtömegű, z vegyértékű anyagból

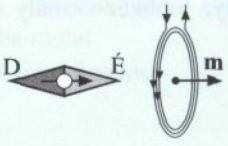
$$m = \frac{A}{z \cdot F} It$$

tömegű anyagmennyiséget választ ki.

3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben)

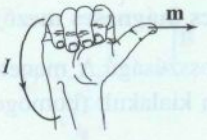
3.3.1. Mágneses dipólus, mágneses indukcióvektor

Mágneses próbatest, mágneses dipólus: az irányú és a köráram (magnetométer)



Köráram (mágneses dipólus) mágneses nyomatéka (momentuma)

$$m = IA = IR^2\pi$$

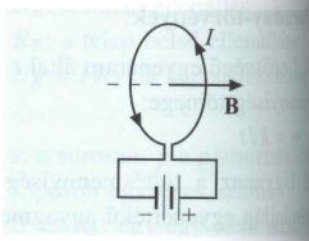


m iránya: jobbkéz-szabály szerinti; $[m] = \text{Am}^2$
A: a köráram által körülfogott terület

A mágneses indukcióvektor

A mágneses indukcióvektor nagysága a mágneses mezőbe vitt mérőkeretre (mágneses dipólusra) ható maximális forgatónyomatékból (M_{max}), a mérőkeret területéből (A) és a benne folyó áramból (I) adódik:

$$B = \frac{M_{max}}{I \cdot A}$$



Iránya megegyezik a mérőkeret mágneses nyomatékvektorának (**m**) irányával a mérőkeret stabilis egyensúlyi helyzetében.

A fenti kapcsolat vektoriális szorzattal kifejezve:

$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$

B: a mágneses indukció;

$[B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{T}$ (tesla)

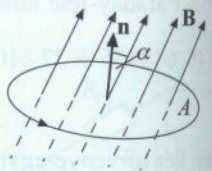
A mágneses indukciófluxus

$$\Phi = BA\cos\alpha,$$

ahol α az A felület **n** normálisának **B**-vel bezárt szöge.

A mágneses fluxussűrűség megadja a **B** indukcióvektor nagyságát:

$$|\mathbf{B}| = \frac{\Phi_A}{A}$$



Φ: a fluxus;

$[\Phi] = \mathrm{V} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{Wb}$ (weber)

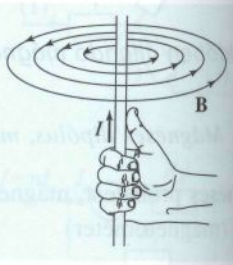
3.3.2. Az áram keltette mágneses mező vákuumban (levegőben)

„Végtelen" hosszú, árammal átjárt vezető mágneses tere

A mágneses indukció nagysága a vezetéktől r távolságra:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

B iránya jobbkéz-szabály szerinti.



μ_0: a vákuumpermeabilitás;

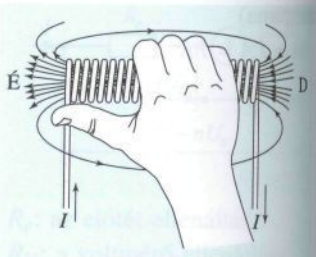
$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$

Tekercs mágneses mezője

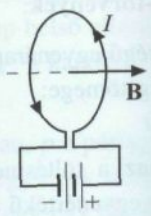
Az l hosszúságú N menetes egyenes tekercs (szolenoid) belsejében kialakult (homogén) mező mágneses indukciója:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{IN}{l}$$

B iránya jobbkéz-szabály szerinti.



mezőbe
ilis for-
A) és a

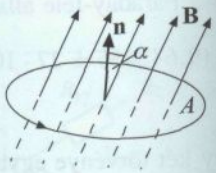


kvekto-
helyze-

B: a mágneses indukció;

$$[B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{T}\ \text{(tesla)}$$

öge.
ióvektor



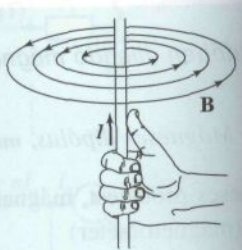
Φ: a fluxus;

$[\Phi] = \mathrm{V} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{Wb}$ (weber)

(levegőben)

eses tere

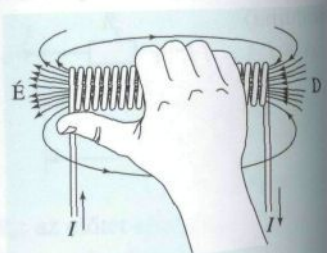
lságra:



μ_0: a vákuumpermeabilitás;

$$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$$

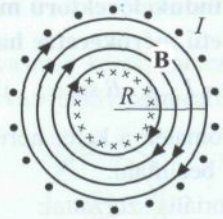
oid) bel-
ciója:



Mágneses indukció az R_k középsugarú, N menetű körtekercs (toroid) belsejében

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{2R_k \cdot \pi}$$

B iránya jobbkéz-szabály szerinti.



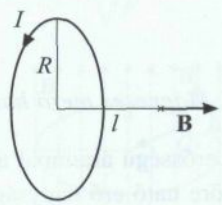
Mágneses indukció az R sugarú körvezető (lapos tekercs) középpontjában

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}, \text{ illetve } B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IN}{R}$$

N: a tekercs menetszáma

R sugarú **körvezető** (lapos tekercs) mágneses mezőjének **indukciója** a kör tengelyében a középpontjából l távolságra

$$B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \text{illetve} \quad B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{IR^2N}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$



N: a tekercs menetszáma

3.3.3. Biot–Savart-törvény

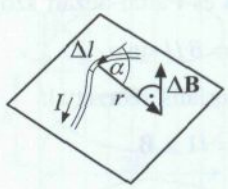
Egy I erősségű árammal átjárt vezeték Δl elemi hosszúságú szakasza által a tőle r távolságban lévő pontban keltett $\Delta\mathbf{B}$ indukcióvektor ΔB nagysága:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta l}{r^2} \sin\alpha$$

$\Delta\mathbf{B}$ iránya merőleges $\Delta\mathbf{l}$ és $\mathbf{r}$ síkjára, irányítása jobbcsavar-szabály szerinti.

Biot–Savart-törvény vektoriális szorzattal kifejezve:

$$\Delta\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$



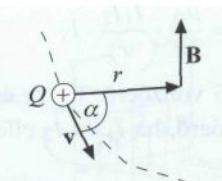
r az áramelemtől a vizsgált pontba mutat

$\Delta\mathbf{l}$: I irányú vektor

A v sebességgel haladó pontszerű Q töltés keltette mágneses indukció nagysága tőle a sebességével α szögű irányban mért r távolságban:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Qv}{r^2} \sin\alpha$$

Vektoriálisan: $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^3} \mathbf{v} \times \mathbf{r}$



r a töltéstől a vizsgált pontba mutat

A B indukcióvektorú mágneses mezőben I körárammú A területű mérőkeretre ható forgatónyomaték

$M = I \cdot A \cdot B \sin\alpha$; illetve $M = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin\alpha$

A nyomaték a keret normálisát **B** vektor irányába „igyekszik" beállítani.

Vektoriális szorzattal:

$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$,

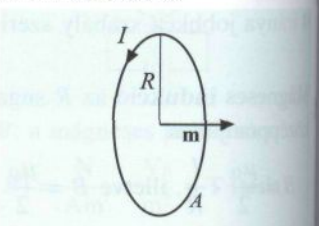
$m = IA$, illetve $m = NIA$

m iránya jobbkéz-szabály szerinti.

A felület normálisának iránya: jobbkéz-szabály szerinti

α: a felület normálisának **B** irányával bezárt szöge

N: a menetszám



m: a köráram mágneses momentuma; $[m] = \mathrm{Am}^2$

3.3.4. Mágneses mező hatása áramjárta vezetőre (Ampère törvénye)

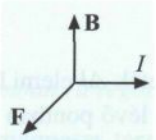
Az I erősségű árammal átjárt, l hosszúságú egyenes áramvezetőre ható erő nagysága **B** indukciójú homogén mágneses mezőben, ha **B** merőleges **l**-re:

$F = BIl$

Iránya: **l**, **B** és **F** jobbrendszert alkot (jobbkéz-szabály).

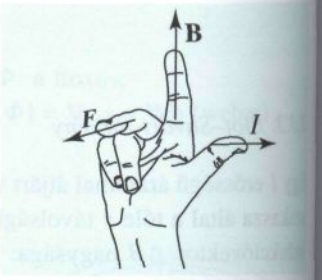
Ha **B** és **l** által bezárt szög α, akkor:

$F = BIl \sin\alpha$



Vektoriális szorzattal:

$\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B}$



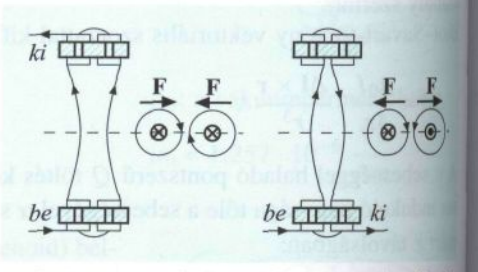
l vektor I irányú

Áramvezetők közötti erőhatás

A végtelen hosszú, árammal átjárt egyenes vezetőtől r távolságra levő, párhuzamos végtelen hosszú egyenes vezető l hosszúságú szakaszára ható erő nagysága:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \cdot l$$

F erő vonzóerő, ha I_1 és I_2 azonos irányú; taszítóerő, ha I_1 és I_2 ellentétes irányú.



I_1 és I_2: a vezetőkben folyó áramok erőssége

Elektromágnes maxi

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A$$

(vasmagos tekercsnél

Patkó alakú, állandó A

$$F = \frac{B^2}{\mu_0} A$$

Szabad töltések mozg

A **B** indukciójú mágn
töltésre ható erő nagys
(**Lorentz-erő**):

$F = QvB$

F merőleges **B**-re és **v**-
mozgás pályája kör, ha

Ha **B** és **v** szöge α, akk

$F = QvB \sin\alpha$ (a p

Vektoriális szorzattal k

$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

Elektrosztatikus és mág
Lorentz-erő:

$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

3.4. Mozgó vezeték m

3.4.1. A mozgási induk

B indukciójú hom
mozgó l hosszúságú ve
ség:

$U = Blv \sin\alpha$

áramú A

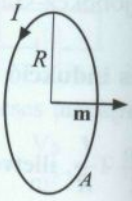
$\sin\alpha$

a „igyek-

A felület normálisának iránya: jobbkéz-szabály szerinti

α: a felület normálisának **B** irányával bezárt szöge

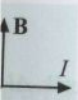
N: a menetszám

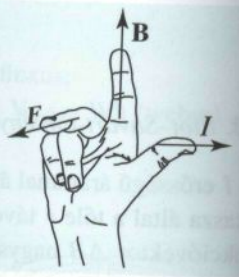


m: a köráram mágneses momentuma; $[m] = \mathrm{Am}^2$

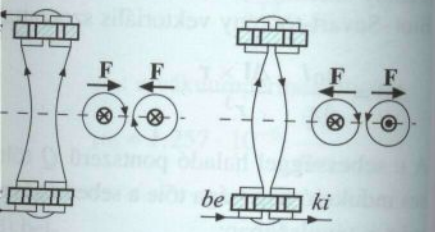
Ampère törvénye)

es áram-
mágne-





l vektor I irányú



I_2: a vezetőkben folyó áramok erőssége

Elektromágnes maximális tartóereje (teherbírása)

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A$$

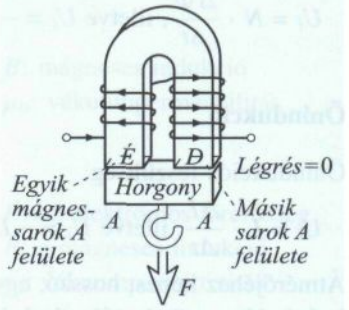
(vasmagos tekercsnél $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{IN}{l}$)

Patkó alakú, állandó A keresztmetszetű zárt vasmag esetén:

$$F = \frac{B^2}{\mu_0} A$$

A: a vasmag keresztmetszete

μ_r: a vas relatív permeabilitása



Szabad töltések mozgása mágneses mezőben

A **B** indukciójú mágneses mezőben **v** sebességgel mozgó töltésre ható erő nagysága, ha **v** és **B** merőleges egymásra (**Lorentz-erő**):

$$F = QvB$$

F merőleges **B**-re és **v**-re. (Homogén mágneses mezőben a mozgás pályája kör, ha **B** merőleges **v**-re.)

Ha **B** és **v** szöge α, akkor

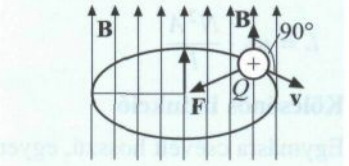
$F = QvB\sin\alpha$ (a pálya csavarvonal, ha $\alpha \neq 0$)

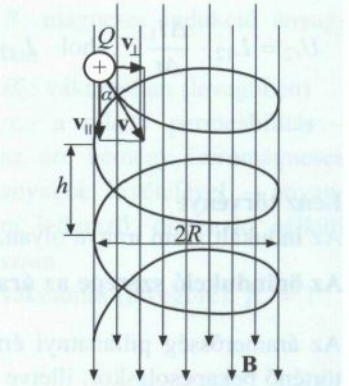
Vektoriális szorzattal kifejezve a Lorentz-erő:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Elektrosztatikus és mágneses mező együttes jelenlétekor a Lorentz-erő:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$



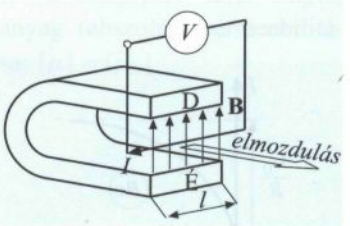


3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben

3.4.1. A mozgási indukció

B indukcióvektorú homogén mágneses térben v sebességgel mozgó l hosszúságú vezetőszakaszban kialakuló U feszültség:

$$U = Blv\sin\alpha$$



α: **B** és **v** szöge

$[U] = \mathrm{V}$; $[v] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $[B] = \mathrm{T}$

Nyugalmi elektromágneses indukció

Tekercs két kivezetése között indukált feszültség:

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

$\Delta \Phi$: a tekercs egyetlen menete által körülvett mágneses fluxus változása
N: menetszám

Önindukció

Önindukciós feszültség:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}, \text{ illetve } U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ (Lenz-törvénnyel)}$$

$[L] = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H}$ (henry)

ΔI: a tekercs áramának változása
l: a tekercs hossza
A: a tekercs keresztmetszetének területe
N: a menetszám

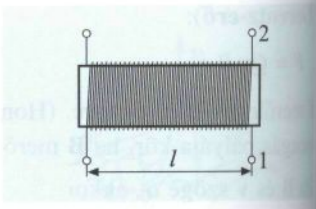
Átmérőjéhez képest hosszú, egyenes, légmagos tekercs **önindukciós együtthatója (induktivitása)**:

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 A}{l}$$

Kölcsönös indukció

Egymásra csévélt hosszú, egyenes, légmagos tekercsek esetén a 2. tekercsben az 1. tekercs áramának változásakor megjelenő indukált feszültség:

$$U_{i2} = L_{12} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t}; \quad \text{ahol} \quad L_{12} = \mu_0 \cdot \frac{N_1 N_2 A}{l}$$



L_{12}: a tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója
(A és l azonos a két tekercsre)

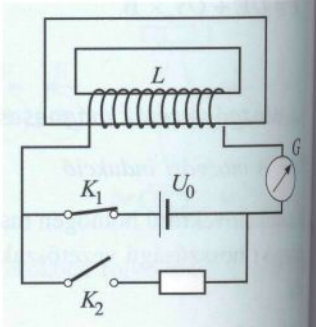
Lenz törvénye

Az indukált áram iránya olyan, hogy mágneses hatásával akadályozza az őt létrehozó hatást.

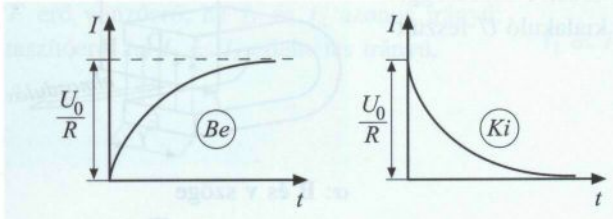
Az önindukció szerepe az áram be- és kikapcsolásánál

Az áramerősség pillanatnyi értéke a $t = 0$ időpillanatban történő bekapcsoláskor, illetve kikapcsoláskor:

$$I_{be} = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}), \quad \text{illetve} \quad I_{ki} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



R: az egyes áramkörök teljes ellenállása



$\Delta\Phi$: a tekercs egyetlen menete által körülvett mágneses fluxus változása

N: menetszám

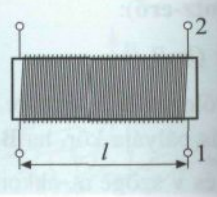
$$[L] = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H (henry)}$$

ΔI: a tekercs áramának változása

l: a tekercs hossza

A: a tekercs keresztmetszetének területe

N: a menetszám



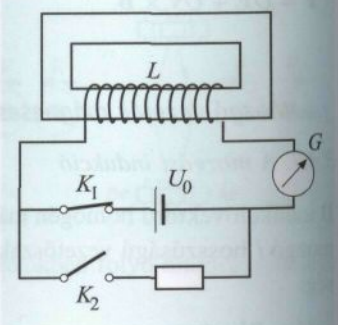
L_{12}: a tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója

(A és l azonos a két tekercsre)

sával akadályozza az őt létrehozó hatást.

sánál

natban



R: az egyes áramkörök teljes ellenállása

3.4.3. A mágneses mező energiája

Tekercs mágneses mezőjének **energiája**:

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

L: önindukciós együttható

I: áramerősség

A mágneses energia sűrűsége vákuumban:

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

B: mágneses indukció

μ_0: vákuumpermeabilitás

Az elektromágneses mező **teljes energiája vákuumban:**

$$W = \sum_V \frac{1}{2} \left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \cdot \Delta V;$$

E: az elektromos térerősség

B: a mágneses indukció

ε_0: vákuumpermittivitás

teljes energiasűrűsége vákuumban:

$$w = \frac{1}{2} \left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right)$$

Nem vákuum- (levegő-)beli mágneses tér

Mágneses indukció anyag jelenléte esetén

Ha a teljes mágneses mezőt homogén izotrop anyag tölti ki, akkor B értéke általában megnő a vákuumbelihez képest

$$B = \mu_r B_0$$

B: mágneses indukció anyagban

B_0: vákuumban (levegőben)

μ_r: a relatív permeabilitás – az ún. kemény ferromágneses anyagok kivételével – anyagra jellemző, dimenzió nélküli szám

vákuumra (levegőre): $\mu_r = 1$

Ezért: vasmag alkalmazása esetén a tekercs induktivitása:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l};$$

illetve: tekercsek kölcsönös indukciós együtthatója:

$$L_{12} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2 A}{l}$$

Ha homogén, izotrop, dia-, para- vagy lágy ferromágneses anyag tölti ki teljesen a mágneses teret, az eddigi összefüggések a $\mu_0 \rightarrow \mu$ helyettesítéssel érvényesek, ahol

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

μ: a mágneses teret kitöltő anyag (abszolút) permeabilitása; $[\mu] = [\mu_0]$

3.5. Az időben változó elektromos mező

3.5.1. Az eltolási áram

Az időben **változó, vákuumbeli elektromos mező** által keltett eltolási áram:

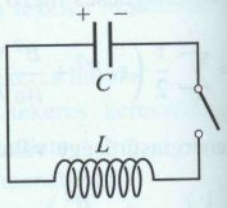
$$I_e = \varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta \Psi}{\Delta t}$$

Ψ: elektromos fluxus
ε_0: vákuumpermittivitás

3.5.2. Elektromágneses rezgések

Rezgőkör
C kapacitású kondenzátorból és L induktivitású tekercsből álló kör **saját frekvenciája**:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{(Thomson-formula)}$$



C: a kapacitás
L: az induktivitás

3.5.3. Elektromágneses hullámok

Az **elektromágneses hullámok sebessége** vákuumban:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2{,}997\ 924\ 58 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 300\,000 \ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

ε_0: vákuumpermittivitás;
$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
μ_0: a vákuumpermeabilitás;
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

Az elektromágneses hullám terjedési sebessége anyagban:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}};$$

ε_r: relatív permittivitás
μ_r: relatív permeabilitás
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$: a dielektrikum permittivitása

dielektrikumban általában $\mu_r \approx 1$, ezért $v \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$

A sugárzási térerősség

Az antennától r távolságban

$$E(r) = E_m(r) \sin \omega \left(t - \frac{r}{c}\right) = E_m(r) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right),$$

illetve

$$B(r) = B_m(r) \sin \omega \left(t - \frac{r}{c}\right) = B_m(r) \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$$

$E_m(r)$, illetve $B_m(r)$: a térerősségek maximális értékei az adótól r távolságban
c: a fénysebesség

E és B kapcsolata:
$E(r) = cB(r)$

Gömbhullám esetén:
$E_m \sim \frac{1}{r}$ és $B_m \sim \frac{1}{r}$
(E és B a távolsággal fordítottan arányos)

Az adótól nagyobb távolságban tekinthető, ekkor:
E_m = állandó és B_m = állandó

A vákuumban terjedő elektron

Az **energiasűrűség** w_e elektromo ruléka:

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B}{\mu}$$

a teljes energiasűrűség:

$$w_{e,m} = w_e + w_m$$

Az energia terjedése (az áramfo

Poynting-vektor, az energiaára ménysűrűség vektora:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

(**S**, **E**, **B** iránya jobbkéz-szabály

Teljesítménysűrűség a szinuszo

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_m B_m \sin^2 \omega t, \text{ amelyne}$$

A hullámnyomás nagysága (ha

Az elektromágneses mező **impu**

A ΔV térfogat **teljes impulzusa**

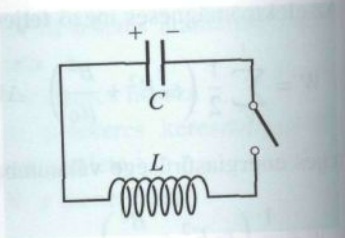
Az elektromágneses mező ΔV t

$$m = \frac{\varepsilon_0}{c} E B \Delta V$$

Az adott térfogatban tárolt energ

$$m = \frac{W}{c^2}, \text{ illetve } W = mc^2 \text{ (Ein}$$

által Ψ: elektromos fluxus
ε_0: vákuumpermittivitás



rcsből

C: a kapacitás
L: az induktivitás

an: ε_0: vákuumpermittivitás;

n $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \dfrac{\text{As}}{\text{Vm}}$

μ_0: a vákuumpermeabilitás;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

gban:

ε_r: relatív permittivitás
μ_r: relatív permeabilitás
$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$: a dielektrikum permittivitása

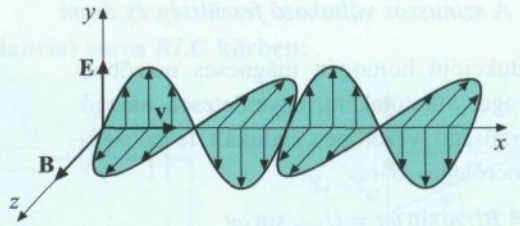
$\left(-\frac{r}{\lambda}\right)$,

$E_m(r)$, illetve $B_m(r)$: a térerősségek maximális értékei az adótól r távolságban
c: a fénysebesség

$\left(-\frac{r}{\lambda}\right)$

E és B kapcsolata:
$E(r) = cB(r)$

Gömbhullám esetén:
$E_m \sim \frac{1}{r}$ és $B_m \sim \frac{1}{r}$
(E és B a távolsággal fordítottan arányos)



Az adótól nagyobb távolságban, nem nagy tartományon belül a gömbhullám síkhullámnak tekinthető, ekkor:
E_m = állandó és B_m = állandó

A vákuumban terjedő elektromágneses hullám tulajdonságai

Az **energiasűrűség** w_e elektromos, illetve w_m mágneses járuléka:

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2, \quad w_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}, \quad \text{és} \quad w_e = w_m$$

a teljes energiasűrűség:

$$w_{e,m} = w_e + w_m$$

ε_0: vákuumpermittivitás
μ_0: vákuumpermeabilitás
E: az elektromos térerősség nagysága
B: a mágneses indukció nagysága

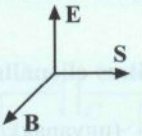
Az energia terjedése (az áramforrástól a fogyasztóhoz)

Poynting-vektor, az energiaáram-sűrűség vagy a teljesítménysűrűség vektora:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

(**S**, **E**, **B** iránya jobbkéz-szabály szerinti).

S a Poynting-vektor; $[\mathbf{S}] = \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2}$



Teljesítménysűrűség a szinuszos elektromágneses hullámban:

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_m B_m \sin^2 \omega t, \text{ amelynek időbeli középértéke: } \bar{S} = \frac{1}{2\mu_0} E_m B_m$$

A hullámnyomás nagysága (ha a hullám elnyelődik): $p = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} EB$

Az elektromágneses mező **impulzussűrűsége**: $\mathbf{g} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$

A ΔV térfogat **teljes impulzusa** (ha ΔV-ben a mező homogén): $\mathbf{G} = \mathbf{g} \cdot \Delta V$

Az elektromágneses mező ΔV térfogatának tömegértéke:

$$m = \frac{\varepsilon_0}{c} EB\Delta V$$

c: a fénysebesség

Az adott térfogatban tárolt energia és tömeg kapcsolata:

$m = \dfrac{W}{c^2}$, illetve $W = mc^2$ (Einstein-képlet)

3.5.4. A szinuszos váltakozó feszültség és áram

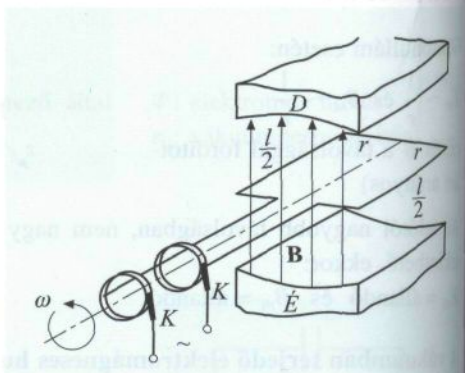
B indukciójú homogén mágneses mezőben körhenger alkotójaként, egyenletesen mozgó l hosszúságú vezetőben indukált feszültség, ha l merőleges B-re:

$$U = Blr\omega \sin \omega t = U_{max} \sin \omega t$$

Váltakozó feszültség hatására R ellenálláson folyó áram:

$$I = \frac{U_{max}}{R} \sin \omega t = I_{max} \sin \omega t$$

A váltakozó áram jele: ~



r: a körpálya sugara
ω: a mozgás szögsebessége

Effektív feszültség, effektív áramerősség

Szinuszos váltóáram esetén:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \quad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R}$$

3.5.5. Váltakozó áramú ellenállások f frekvenciájú szinuszosan váltakozó feszültségű áramkörben

Az ohmikus ellenállás:

$R = \varrho \frac{l}{A}$ (ugyanakkora, mint egyenáram esetén) az áram fázisban van a kapocsfeszültséggel.

ϱ: a fajlagos ellenállás
l: a vezető hossza
A: a vezető keresztmetszete

Az induktív ellenállás:

$X_L = \omega L = 2\pi f L$
az áram fázisban $\varphi = 90°$-ot késik a tekercs kapocsfeszültségéhez képest (ideális tekercs esetén)

$\omega = 2\pi f$, körfrekvencia;
$[\omega] = [f] = \frac{1}{s}$
L: az induktivitás; $[L] = H$
$[X_L] = \Omega$

A kapacitív ellenállás:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

az áram fázisban $\varphi = 90°$-ot siet a kondenzátor kapocsfeszültségéhez képest (ideális kondenzátor esetén)

C: a kapacitás; $[C] = F$;
$[X_c] = \Omega$

Soros *RLC* kör

Az eredő váltóáramú

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \sqrt{(X_L -$$

A feszültségek csúcsé
kapcsolata:

$$U_{hálózati} = \sqrt{U_R^2 + (U_$$

$$U_R : U_L : U_C = R : $$

Az áram és a generátor
függések:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \text{illetve}$$

Feszültségrezonancia

Ha **soros *RLC* körben**

(Thomson-képlet), vag
minimális ($Z = R$; cos
Ekkor a tekercsen és a
jelenik meg, mint a ger

Párhuzamos *LC* és *RL*

A párhozamos *LC* kör

$$\frac{1}{Z} = \left| \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right|.$$

Az $X_L = X_C$ rezonancia
(Valóságos esetben a t
miatt, áramrezonancia
minimális.)

Az eredő impedancia

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} -$$

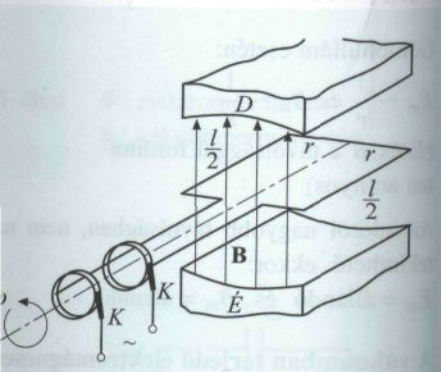
A főág árama és kapocsfe

$$\operatorname{tg} \varphi = R \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right.$$

Áramrezonancia párh

Ha párhuzamos *RLC* k

$X_L = X_C$, akkor az imp
Ekkor a tekercsen és a



körpálya sugara
mozgás szögsebessége

$I_{\text{eff}} = \dfrac{U_{\text{eff}}}{R}$

zinuszosan váltakozó

áram

ϱ: a fajlagos ellenállás
l: a vezető hossza
A: a vezető keresztmetszete

$\omega = 2\pi f$, körfrekvencia;

szült-

$[\omega] = [f] = \dfrac{1}{\text{s}}$

L: az induktivitás; $[L] = \text{H}$
$[X_L] = \Omega$

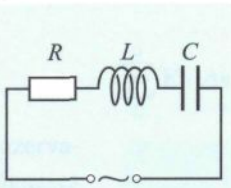
C: a kapacitás; $[C] = \text{F}$;
$[X_c] = \Omega$

csfe-

Soros *RLC* kör

Az eredő váltóáramú ellenállás (impedancia) soros *RLC* körben:

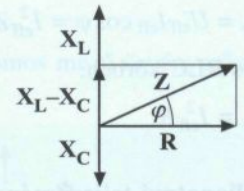
$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \sqrt{(X_L - X_c)^2 + R^2}$$



A feszültségek csúcsértékeinek a kapcsolata:

$$U_{\text{hálózati}} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

$U_R : U_L : U_C = R : X_L : X_C$ és $I_R = I_L - I_C$.



Z: impedancia; $[Z] = \Omega$

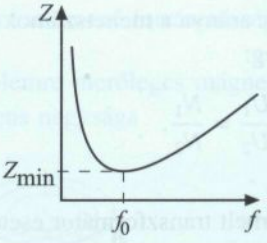
Az áram és a generátor kapocsfeszültsége között a fáziseltolódás φ szögére vonatkozó összefüggések:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}, \quad \text{illetve} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$\cos\varphi$ neve: teljesítménytényező

Feszültségrezonancia

Ha **soros *RLC* körben** $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, illetve $T = 2\pi\sqrt{LC}$ **(Thomson-képlet)**, vagyis $X_L = X_C$, akkor az impedancia minimális ($Z = R$; $\cos\varphi = 1$).
Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb feszültség jelenik meg, mint a generátor feszültsége.

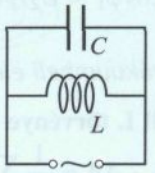


Párhuzamos *LC* és *RLC* kör

A párhozamos *LC* kör eredő impedanciájának reciproka:

$$\frac{1}{Z} = \left|\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right|.$$ A fáziskülönbség: $\varphi = \pm 90°$.

Az $X_L = X_C$ rezonanciaesetben $Z = \infty$, a főág árama $I = 0$.
(Valóságos esetben a tekercs $R \neq 0$ ohmikus ellenállása miatt, áramrezonancia esetén: Z igen nagy, a főág árama minimális.)

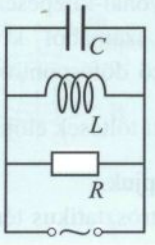


Az eredő impedancia reciproka párhuzamos *RLC* körben

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

A főág árama és kapocsfeszültsége közti φ fáziseltérés szögére:

$$\operatorname{tg}\varphi = R\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right).$$



Áramrezonancia párhuzamos *RLC* körben

Ha párhuzamos *RLC* körben $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, illetve $T = 2\pi\sqrt{LC}$ **(Thomson-képlet)**, vagyis $X_L = X_C$, akkor az impedancia maximális ($Z = R$).
Ekkor a tekercsen és a kondenzátoron nagyobb áram folyik, mint a generátoron.

3.5.6. A szinuszos váltakozó áram teljesítménye

Az **effektív** (hatásos) teljesítmény:

$$P_h = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi = I_{\text{eff}}^2 Z \cos\varphi$$

Soros RLC körben:

$$P_h = I_{\text{eff}}^2 R$$

U_{eff}: az effektív feszültség
I_{eff}: az effektív áramerősség
U_R: az ohmikus ellenállás feszültsége
Z: impedancia
$\cos\varphi$: teljesítménytényező

A **pillanatnyi teljesítmény:** $P = U_{\max} I_{\max} \sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$

A **látszólagos teljesítmény:** $P_l = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$

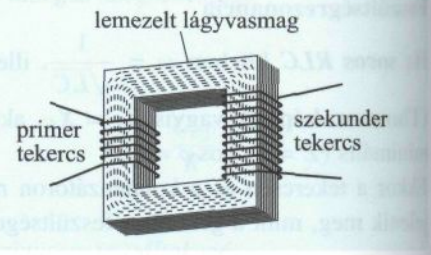
Meddő teljesítmény: $P_m = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin\varphi$

Kapcsolat az említett teljesítmények között: $P_h = \sqrt{P_l^2 - P_m^2}$

3.5.7. A transzformátor

A terheletlen és veszteségmentes transzformátor **primer** és **szekunder** feszültségeinek aránya a menetszámok arányával egyezik meg:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$



Terhelt transzformátor esetén a primer kör teljesítménye csak közelítőleg egyenlő a szekunder kör teljesítményével:

$$U_1 I_1 \cos\varphi_1 \approx U_2 I_2 \cos\varphi_2$$

3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei

Maxwell I. törvénye (Gauss-tétel)

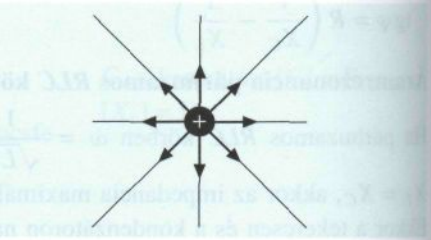
$$\sum_A^{\circ} E_n \cdot \Delta A = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_V Q$$

Jelentése: Tetszőleges zárt felületet felvéve, az erővonal-kilépéseknél keletkező döféspontok számából kivonva a belépéseknél keletkező döféspontok számát, a felület által körülvett töltések előjeles összegének $\frac{1}{\varepsilon_0}$-szorosát kapjuk.
Az elektrosztatikus tér forrásos.

$\sum_A^{\circ} E_n \Delta A$: az elektromos mező forráserőssége

E_n: a ΔA felületelemre merőleges térerősségkomponens nagysága

$\sum_V Q$: az A zárt felület által határolt V térfogatban lévő töltések előjeles összege



Maxwell II. törvénye

Nyugvó töltések elektromo
görbevonal mentén:

$$\sum_L^{\circ} \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s} = 0$$

Jelentése: Az elektrosztati
tív (örvénymentes). Időben
fluxust körülölelő zárt L g

$$\sum_L^{\circ} \mathbf{E}\Delta\mathbf{s} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Jelentése: Időben változó
vényes elektromos mezőt

Maxwell III. törvénye

$$\sum_A^{\circ} B_n \cdot \Delta A = 0$$

Jelentése: Zárt felületbe be
pő mágneses indukcióvon
ge 0.
A mágneses mező forrás
mágneses töltések.

Maxwell IV. törvénye

Áramvezetőt és változó e
körülvevő zárt L görbére:

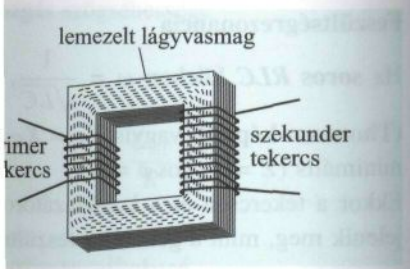
$$\sum_L^{\circ} \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{s} = \mu_0 \cdot \left(I + \varepsilon \right.$$

($\varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$: az eltolási ára
Jelentése: A mágneses m
tozó elektromos mezők
mező örvényes.

U_{eff}: az effektív feszültség
I_{eff}: az effektív áramerősség
U_R: az ohmikus ellenállás feszültsége
Z: impedancia
$\cos\varphi$: teljesítménytényező

$(\omega t - \varphi)$

$\sqrt{^2 - P_m^2}$



csak közelítőleg egyenlő a szekunder

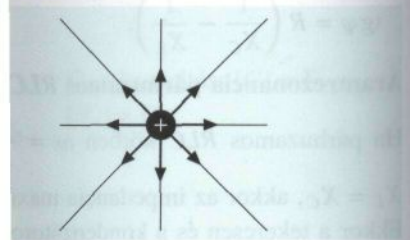
rvényei

ΔA: az elektromos mező forráserőssége

A felületelemre merőleges térerősség-
ens nagysága

az A zárt felület által határolt V térfo-

lévő töltések előjeles összege



Maxwell II. törvénye

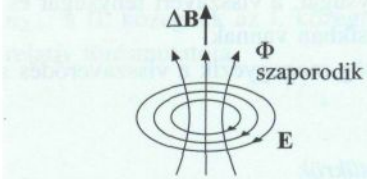
Nyugvó töltések elektromos mezőjére, zárt L görbevonal mentén:

$$\sum_L^{\circ} \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s} = 0$$

$\sum_L^{\circ} \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{s}$: elektromos mező örvényerőssége

Jelentése: Az elektrosztatikus tér konzervatív (örvénymentes). Időben változó mágneses fluxust körülölelő zárt L görbére:

$$\sum_L^{\circ} \mathbf{E}\Delta\mathbf{s} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$



Jelentése: Időben változó mágneses mező örvényes elektromos mezőt indukál.

Maxwell III. törvénye

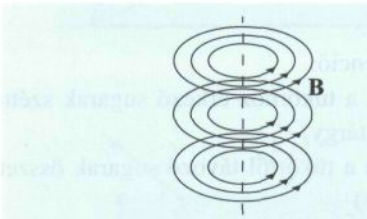
$$\sum_A^{\circ} B_n \cdot \Delta A = 0$$

$\sum_A^{\circ} B_n \cdot \Delta A$: mágneses mező forráserőssége

Jelentése: Zárt felületbe belépő és onnan kilépő mágneses indukcióvonalak előjeles összege 0.

A mágneses mező forrásmentes. Nincsenek mágneses töltések.

B_n: a ΔA felületelemre merőleges mágneses indukció komponens nagysága



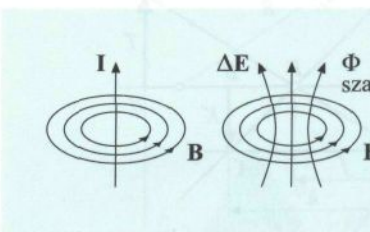
Maxwell IV. törvénye

Áramvezetőt és változó elektromos fluxust is körülvevő zárt L görbére:

$$\sum_L^{\circ} \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{s} = \mu_0 \cdot \left(I + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Psi}{\Delta t} \right),$$

$\sum_L^{\circ} \mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{s}$: mágneses mező örvényerőssége

$(\varepsilon_0 \cdot \frac{\Delta\Psi}{\Delta t}$: az eltolási áram)

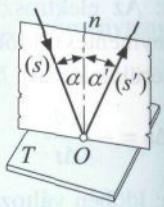


Jelentése: A mágneses mezőt áramok és változó elektromos mezők keltik. A mágneses mező örvényes.

4.1. Geometriai optika

4.1.1. A visszaverődés törvényei

A beeső fénysugár, a visszavert fénysugár és a beesési merőleges egy síkban vannak.
A beesési szög megegyezik a visszaverődés szögével:
$\alpha = \alpha'$



4.1.2. Gömbtükrök

A kisnyílásszögű gömbtükrök **fókusztávolsága:**

$$f = \frac{R}{2}$$

f: fókusztávolság
R: a görbületi sugár

Előjel-konvenció: R, illetve f pozitív, ha a tükör homorú (konkáv)
R, illetve f negatív, ha a tükör domború (konvex)

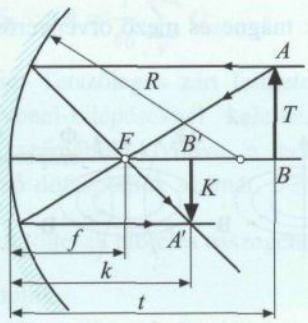
Leképezési törvény:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$$

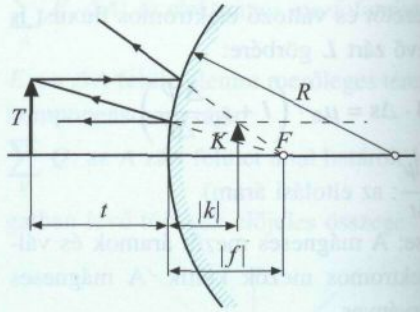
t: a tárgy távolsága
k: a képtávolság

Előjel-konvenció:
t pozitív, ha a tükörhöz érkező sugarak széttartanak (valódi tárgy); negatív, ha összetartanak (látszólagos tárgy)
k pozitív, ha a tükörtől távozó sugarak összetartóak (valódi kép); negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

Homorútükör képalkotása



Domborútükör képalkotása



Nagyítás

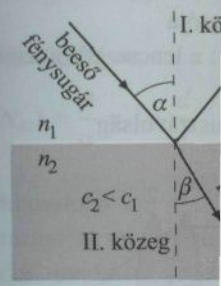
$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t}$$

K: képnagyság
T: tárgynagyság

4.1.3. A törés törvénye

Snellius–Descartes-tör

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n_2$$



4.1.4. Teljes visszaverő

A teljes visszaverődés

$$\sin\alpha_h = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2},\ h$$

4.1.5. Fénytörés planp

Az **eltolódás** mértéke, tójú lemez mindkét ol

található ($n = \frac{n_2}{n_1}$):

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}\sin(\alpha - \beta$$

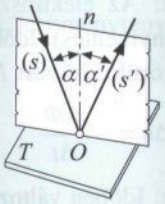
4.1.6. Fénytörés prizn

Az n törésmutatójú p
ugyanaz a közeg (leve

$$\delta = \alpha + \beta' - \varphi$$

δ minimális, ha $\alpha = \beta$

$$n = \frac{\sin\frac{\varphi + \delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$



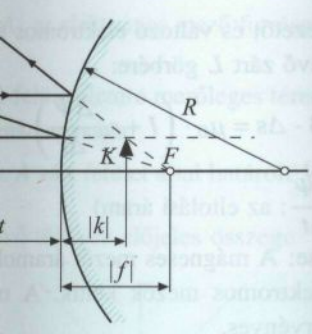
f: fókusztávolság
R: a görbületi sugár
ú (konkáv)
orú (konvex)

t: a tárgy távolsága
k: a képtávolság

ódi tárgy); negatív, ha összetartanak

ódi kép); negatív, ha széttartóak (lát-

kör képalkotása

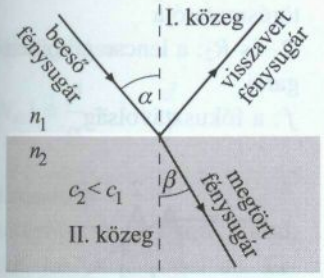


K: képnagyság
T: tárgynagyság

4.1.3. A törés törvénye

Snellius–Descartes-törvény:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n_{2,1}$$

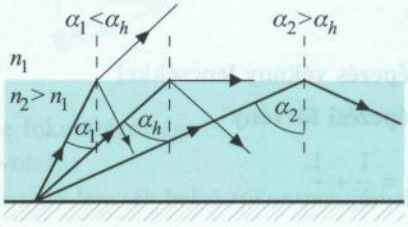


c_1, illetve c_2: a fény sebessége az I., illetve a II. közegben
n_1, illetve n_2: az I., illetve a II. közeg törésmutatója
$n_{2,1}$: a II. közegnek az I. közegre vonatkozó relatív törésmutatója

4.1.4. Teljes visszaverődés

A teljes visszaverődés határszöge (α_h):

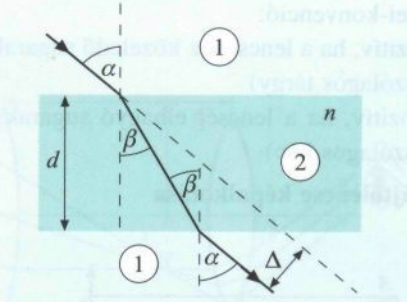
$$\sin\alpha_h = \frac{n_1}{n_2} = n_{1,2}, \text{ ha } n_1 < n_2$$



4.1.5. Fénytörés planparalel lemezen

Az **eltolódás** mértéke, ha a az n törésmutatójú lemez mindkét oldalán ugyanaz a közeg található ($n = \frac{n_2}{n_1}$):

$$\Delta = \frac{d}{\cos\beta}\sin(\alpha - \beta)$$



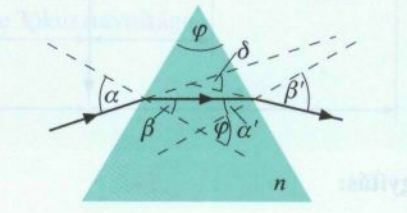
4.1.6. Fénytörés prizmán

Az n törésmutatójú prizmát minden oldalról ugyanaz a közeg (levegő) veszi körül:

$\delta = \alpha + \beta' - \varphi$

δ minimális, ha $\alpha = \beta'$. Ekkor

$$n = \frac{\sin\frac{\varphi + \delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$



δ: az **eltérítés szöge**
φ: a törőlapok által bezárt szög „törőszög"

A dioptria

$$D = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

ha a lencse mindkét oldalán ugyanaz a közeg (levegő) van.

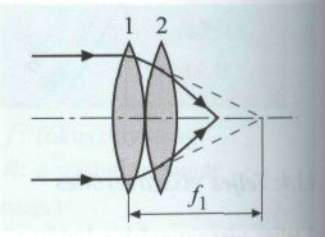
$$[D] = \frac{1}{\text{m}}$$

n: a lencse levegőre vonatkozó törésmutatója
R_1 és R_2: a lencse görbületi sugarai
f: a fókusztávolság

Előjel-konvenció:
R negatív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve homorú
R pozitív, ha a határoló gömbfelület kívülről nézve domború
Síkfelületnél a sugár végtelen

Egymás mellé helyezett vékony lencsék dioptriája összeadódik:

$$D = D_1 + D_2$$



Leképezés vékony lencsékkel

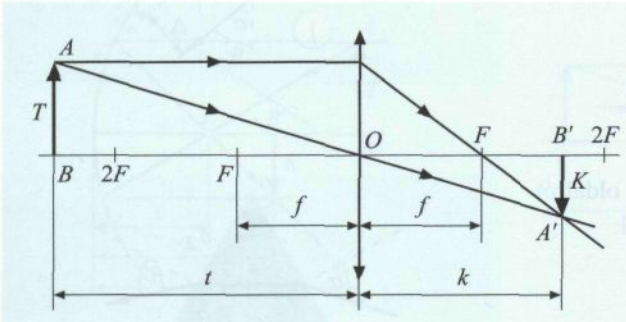
Leképezési törvény

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

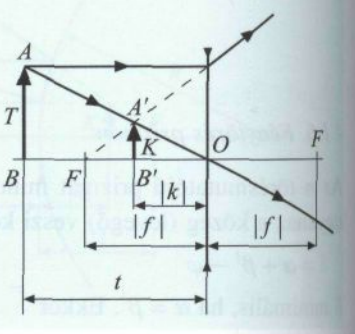
k: a képtávolság
t: a tárgytávolság
f: a fókusztávolság

Előjel-konvenció:
t pozitív, ha a lencséhez közeledő sugarak széttartóak (valódi tárgy); t negatív, ha összetartóak (látszólagos tárgy)
k pozitív, ha a lencsét elhagyó sugarak összetartóak (valódi kép); k negatív, ha széttartóak (látszólagos kép)

Gyűjtőlencse képalkotása



Szórólencse képalkotása



Nagyítás:

$$N = \frac{K}{T} = \frac{k}{t} = \frac{f}{t-f} = \frac{k-f}{f}$$

K: képnagyság
T: tárgynagyság

Egyszerű nagyító

Gyűjtőlencse, a szemhez tartva; a képet a tiszta l távolságában látjuk.

Szögnagyítása:

$$|N_{sz}| = \frac{\beta}{\alpha} = 1 + \frac{d}{f}$$

Mikroszkóp

A tárgylencse fordított valódi, nagyított képet á ről a szemlencse fordító sú, nagyított, látszólagos állít elő a tiszta látás távo ban.

Szögnagyítása:

$$N_{sz} = \frac{d \cdot \Delta}{f_1 \cdot f_2}$$

Távcső

A tárgylencse fordított, nyített képet létesít a k cse közös fókusza közelé szemlencse – egyszerű n ként – erről állít elő látsz képet. (Kepler-féle csilla távcső)

Szögnagyítása:

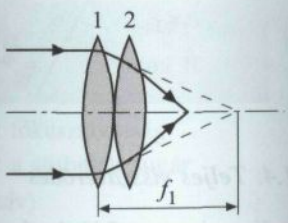
$$N_{sz} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$[D] = \frac{1}{\text{m}}$$

n: a lencse levegőre vonatkozó törésmutatója

R_1 és R_2: a lencse görbületi sugarai

f: a fókusztávolság



k: a képtávolság

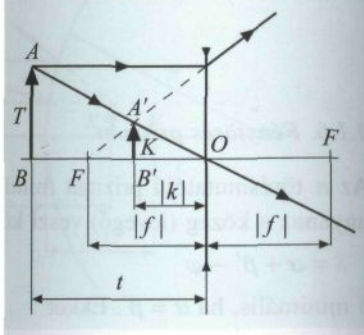
t: a tárgytávolság

f: a fókusztávolság

li tárgy); t negatív, ha összetartóak

di kép); k negatív, ha széttartóak

Szórólencse képalkotása



K: képnagyság

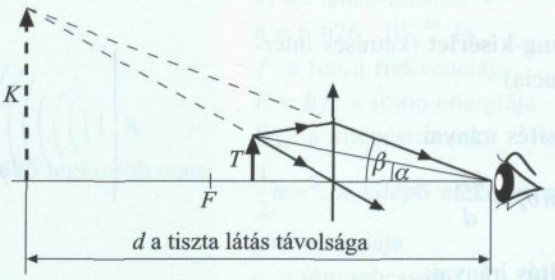
T: tárgynagyság

Egyszerű nagyító

Gyűjtőlencse, a szemhez közel tartva; a képet a tiszta látás d távolságában látjuk.

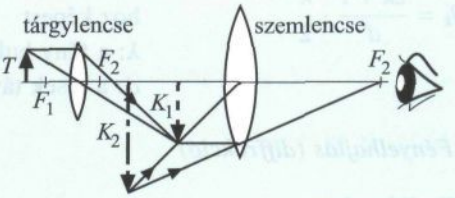
Szögnagyítása:

$$|N_{sz}| = \frac{\beta}{\alpha} = 1 + \frac{d}{f}$$



Mikroszkóp

A tárgylencse fordított állású, valódi, nagyított képet ad. Erről a szemlencse fordított állású, nagyított, látszólagos képet állít elő a tiszta látás távolságában.



Szögnagyítása:

$$N_{sz} = \frac{d \cdot \Delta}{f_1 \cdot f_2}$$

f_1, f_2: a két lencse fókusztávolsága

d: a tiszta látás távolsága

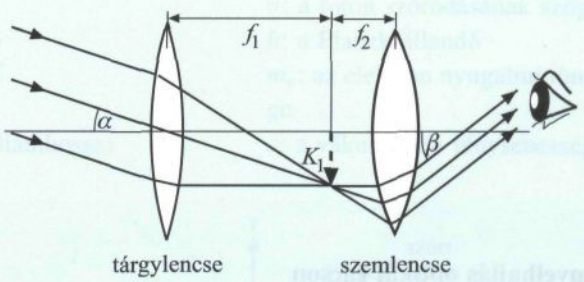
Δ: optikai tubushossz, a lencsék belső fókuszpontjainak távolsága

Távcső

A tárgylencse fordított, kicsinyített képet létesít a két lencse közös fókusza közelében. A szemlencse – egyszerű nagyítóként – erről állít elő látszólagos képet. (Kepler-féle csillagászati távcső)

Szögnagyítása:

$$N_{sz} = \frac{f_1}{f_2}$$



f_1, f_2: a két lencse fókusztávolsága

4.2. Fizikai optika

4.2.1. Fényinterferencia

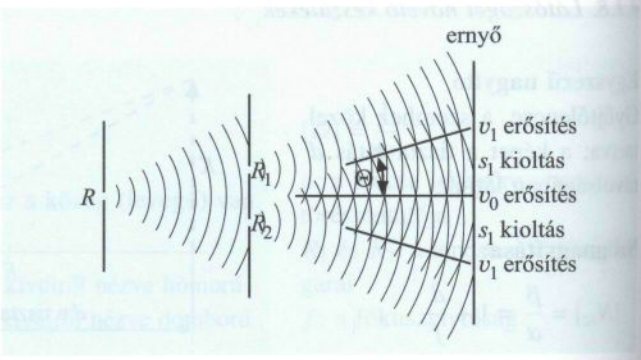
Young-kísérlet (kétréses interferencia)

Erősítés irányai:

$$\sin\theta_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:

$$\sin\theta_k = \frac{2k+1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



Θ: az interferenciacsíkok helyének iránya a szimmetriasíkhoz képest
λ: a fény hullámhossza
d: a rések távolsága; $k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2.2. Fényelhajlás (diffrakció)

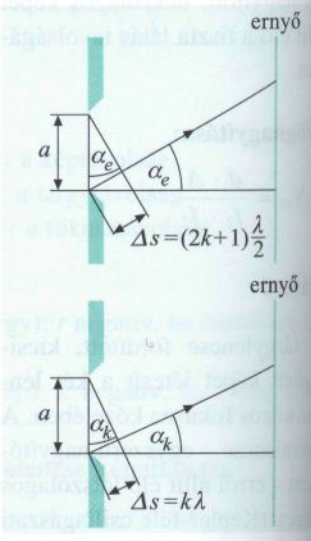
Fényelhajlás résen

Erősítés irányai (közelítőleg):

$$\sin\alpha_e = \left(\frac{2k+1}{a}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Kioltás irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_k = \frac{2k}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



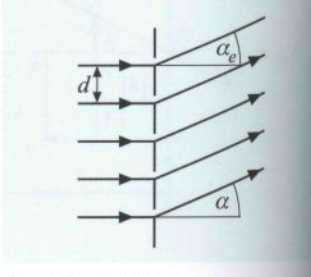
λ: a fény hullámhossza
a: a rés mérete; $k = 0, 1, 2, \ldots$

Fényelhajlás optikai rácson

Erősítés irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:
Ha a rések N száma elég nagy, akkor gyakorlatilag az összes többi irányban kioltás van.



d: a rácsállandó
λ: a fény hullámhossza
$k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2. Fizikai optika

4.2.1. Fényinterferencia

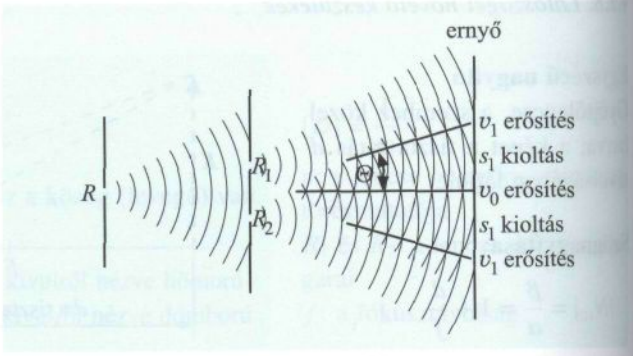
Young-kísérlet (kétréses interferencia)

Erősítés irányai:

$$\sin\theta_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:

$$\sin\theta_k = \frac{2k+1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



Θ: az interferenciacsíkok helyének iránya a szimmetriasíkhoz képest
λ: a fény hullámhossza
d: a rések távolsága; $k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2.2. Fényelhajlás (diffrakció)

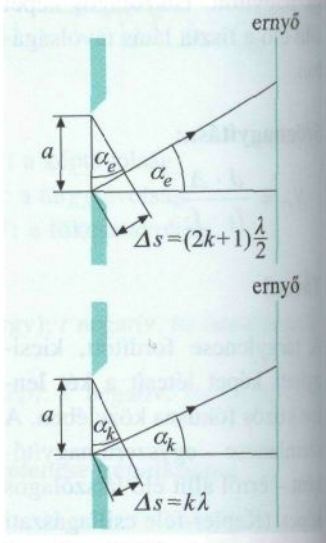
Fényelhajlás résen

Erősítés irányai (közelítőleg):

$$\sin\alpha_e = \left(\frac{2k+1}{a}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Kioltás irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_k = \frac{2k}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



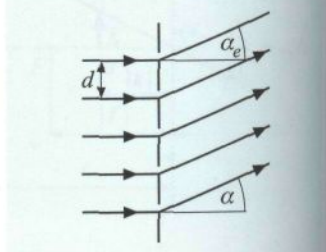
λ: a fény hullámhossza
a: a rés mérete; $k = 0, 1, 2, \ldots$

Fényelhajlás optikai rácson

Erősítés irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:
Ha a rések N száma elég nagy, akkor gyakorlatilag az összes többi irányban kioltás van.



d: a rácsállandó
λ: a fény hullámhossza
$k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2.3. A fény részecske tula

Fotoeffektus

Einstein-féle egyenlet:

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

A küszöbhullámhossz (a ha
giájú foton hullámhossza):

$$\lambda_{max} = h\frac{c}{W_{ki}}$$

A fénynyomás
A felületnek átadott p imp

– elnyelődés esetén: $p =$

– visszaverődés esetén:

A felületre gyakorolt nyom
– elnyelődés esetén: $P =$
– visszaverődés esetén:

Compton-effektus (foton

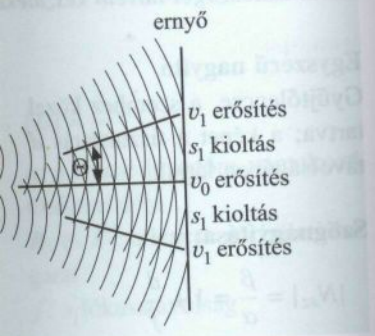
A foton hullámhosszváltoz

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) =$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m}\ (0$$

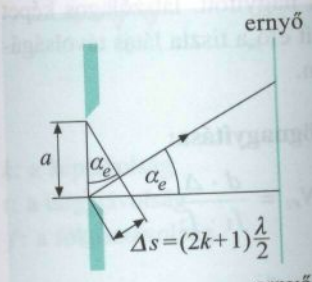
beeső foton

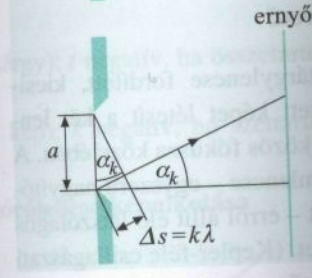
Az ü



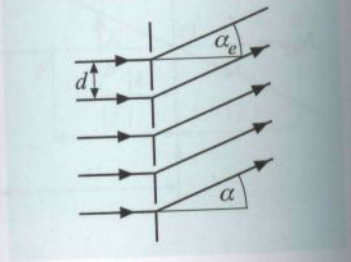
k helyének iránya a szimmetriasík-

= 0, 1, 2, ...





λ: a fény hullámhossza
a: a rés mérete; $k = 0, 1, 2, \ldots$



az

d: a rácsállandó
λ: a fény hullámhossza
$k = 0, 1, 2, \ldots$

Fotoeffektus

Einstein-féle egyenlet:

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

A küszöbhullámhossz (a hatást még kiváltó legkisebb energiájú foton hullámhossza):

$$\lambda_{max} = h\frac{c}{W_{ki}}$$

h: a Planck-állandó
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js
f: a foton frekvenciája
$E = hf$: a foton energiája
W_{ki}: a kilépési munka
$\frac{1}{2}mv^2$: a kilépő elektron mozgási energiája
c: a fénysebesség

A fénynyomás

A felületnek átadott p impulzus fotononként

- elnyelődés esetén: $p = \frac{h \cdot f}{c}$
- visszaverődés esetén: $\Delta p = 2p = \frac{2h \cdot f}{c}$

A felületre gyakorolt nyomás
- elnyelődés esetén: $P = n \cdot h \cdot f$
- visszaverődés esetén: $P = 2n \cdot h \cdot f$

P: a fénynyomás; $[P] = \text{Pa}$
n: a felületre merőlegesen beeső fénysugár fotonszámsűrűsége
$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$

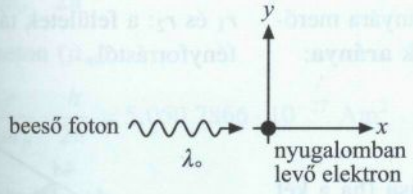
Compton-effektus (foton és elektron ütközése)

A foton hullámhosszváltozása:

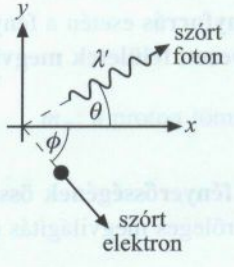
$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c}\sin^2\frac{\Theta}{2}$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12} \text{ m (Compton-hullámhossz)}$$

θ: a foton szóródásának szöge
h: a Planck-állandó
m_e: az elektron nyugalmi tömege
c: a vákuumbeli fénysebesség



Az ütközés előtt



Az ütközés után

4.2. Fizikai optika

4.2.1. Fényinterferencia

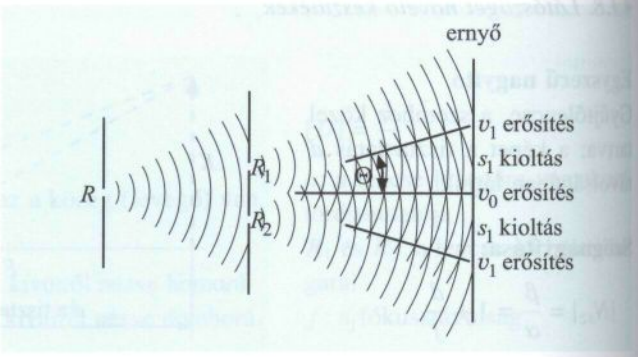
Young-kísérlet (kétréses interferencia)

Erősítés irányai:

$$\sin\theta_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:

$$\sin\theta_k = \frac{2k+1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



Θ: az interferenciacsíkok helyének iránya a szimmetriasíkhoz képest
λ: a fény hullámhossza
d: a rések távolsága; $k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2.2. Fényelhajlás (diffrakció)

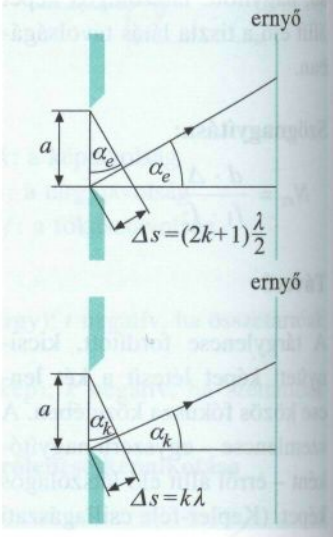
Fényelhajlás résen

Erősítés irányai (közelítőleg):

$$\sin\alpha_e = \left(\frac{2k+1}{a}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Kioltás irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_k = \frac{2k}{a} \cdot \frac{\lambda}{2}$$



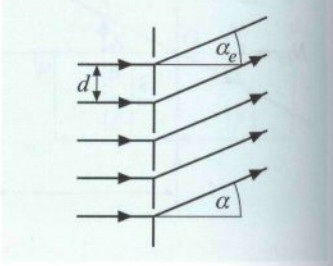
λ: a fény hullámhossza
a: a rés mérete; $k = 0, 1, 2, \ldots$

Fényelhajlás optikai rácson

Erősítés irányai (pontosan):

$$\sin\alpha_e = \frac{k\lambda}{d}$$

Kioltás irányai:
Ha a rések N száma elég nagy, akkor gyakorlatilag az összes többi irányban kioltás van.



d: a rácsállandó
λ: a fény hullámhossza
$k = 0, 1, 2, \ldots$

4.2.3. A fény részecske tulajdons

Fotoeffektus

Einstein-féle egyenlet:

$$hf = W_{ki} + \frac{1}{2}mv^2$$

A küszöbhullámhossz (a hatást r
giájú foton hullámhossza):

$$\lambda_{max} = h\frac{c}{W_{ki}}$$

A fénynyomás

A felületnek átadott p impulzus

– elnyelődés esetén: $p = \frac{h \cdot f}{c}$

– visszaverődés esetén: $\Delta p =$

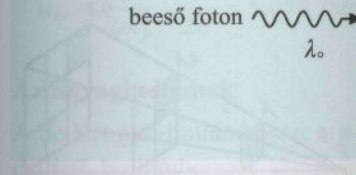
A felületre gyakorolt nyomás
– elnyelődés esetén: $P = n \cdot h$
– visszaverődés esetén: $P = 2$

Compton-effektus (foton és ele

A foton hullámhosszváltozása:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c}$$

$$\frac{h}{m_e c} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m (Compt}$$



Az ütközés

Világítástechnikai alapfogalmak

A fényforrás fényerőssége (I)
(Vizuális alapon értelmezett mennyiség)
A fényforrásból a fény terjedési irányában egységnyi térszögben másodpercenként átáramlott energia.

I: a pontszerű fényforrás fényerőssége
Egysége: candela (cd)
(SI-alapegység)

A fényáram (Φ)
A fényforrásból tetszőleges térszögbe másodpercenként átáramló energia:

$\Phi = I \cdot \Omega$

$\Phi_{összes} = I \cdot 4\pi$ (A térbe sugárzott összes fényáram)

Φ: a fényáram
$[\Phi]$ = lumen (lm)
Ω: térszög; $[\Omega]$ = szteradián

A megvilágítás erőssége (E)

$$E = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A}$$

$[E]$ = lux (lx), $1\ \text{lx} = \frac{1\ \text{lumen}}{\text{m}^2}$

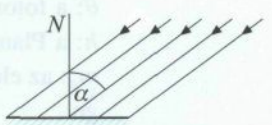
A fénysugár fényáramsűrűsége (S)

$$S = \frac{\Delta \Phi}{\Delta A_n}$$

$[S]$ = lux
ΔA_n: a fénysugárra merőleges felület

A felület megvilágításának erőssége:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

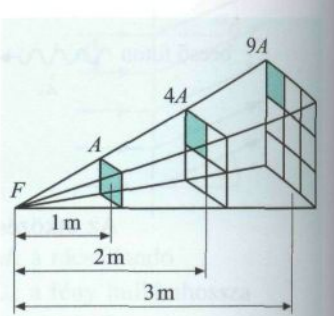


I: a pontszerű fényforrás fényerőssége
r: a fényforrás és a felület távolsága
α: a fény beesési szöge a felületre

Pontszerű fényforrás esetén a fénysugarak irányára merőlegesen elhelyezett **felületek megvilágításának aránya**:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

r_1 és r_2: a felületek távolsága a fényforrástól



Fényforrások **fényerősségének összehasonlítása** (ha a két fényforrás merőleges megvilágítás esetén egyenlő megvilágítást ad):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

5.1. Az atomok mérete

Avogadro-állandó:

$N_A = 6{,}022\ 1367 \cdot 10$

Az atomok lineáris mér

$$a = \sqrt[3]{\frac{M}{\varrho N_A}}$$

Az **elemi elektromos t**

$e = 1{,}602\ 177\ 33 \cdot 10$

Az atomfizikai tömege

A ^{12}C egy atom tömeg

$1\ m_u = \frac{1}{12} \frac{M(^{12}C)}{N_A} =$

Az energia atomfizika

$1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$

Egy atomi tömegegysé alapján:

$1\ m_u c^2 = 1{,}4924 \cdot 10$

A mágneses momentu

Bohr-magneton (μ_B):

$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \frac{h}{2\pi} = 9{,}$

Magmagneton (μ_m):

$\mu_m = \frac{e}{2m_p} \cdot \frac{h}{2\pi} = 5{,}$

Az anyaghullámok

A de Broglie-hullámho delhető hullámhossz:

$\lambda = \frac{h}{p}$

I: a pontszerű fényforrás fényerőssége
Egysége: candela (cd) (SI-alapegység)

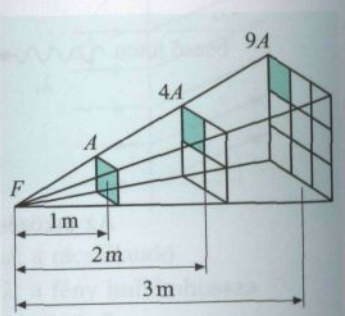
Φ: a fényáram
$[\Phi]$ = lumen (lm)
Ω: térszög; $[\Omega]$ = szteradián

$[E]$ = lux (lx), $1\ \text{lx} = \dfrac{1\ \text{lumen}}{\text{m}^2}$

$[S]$ = lux
ΔA_n: a fénysugárra merőleges felület

I: a pontszerű fényforrás fényerőssége
r: a fényforrás és a felület távolsága
α: a fény beesési szöge a felületre

r_1 és r_2: a felületek távolsága a fényforrástól



5.1. Az atomok mérete és tömege

Avogadro-állandó:

$$N_A = 6{,}022\ 1367 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

Egy mól mennyiségű anyag $N_A \approx 6 \cdot 10^{23}$ db molekulát tartalmaz.

Az atomok lineáris méretének becslése:

$$a = \sqrt[3]{\frac{M}{\varrho N_A}}$$

M: a moláris tömeg
ϱ: az anyag sűrűsége szilárd, illetve folyadékfázisban

Az **elemi elektromos töltés**, az elektron töltése:

$$e = 1{,}602\ 177\ 33 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Minden töltés e egész számú többszöröse

Az atomfizikai tömegegység

A ^{12}C egy atom tömegének $\frac{1}{12}$ része,

$$1\ m_u = \frac{1}{12}\,\frac{M(^{12}C)}{N_A} = 1{,}660\ 5402 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}.$$

m_u: az atomi tömegegység
$M(^{12}C) = 12\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}}$

Az energia atomfizikai egysége az elektronvolt:

$$1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Egy atomi tömegegységnek megfelelő energia, $E = mc^2$ alapján:

$$1\ m_u c^2 = 1{,}4924 \cdot 10^{-10}\ \text{J} = 931{,}5016\ \text{MeV}$$

1 attojoule = 1 aJ = 10^{-18} J,
1 pikojoule = 1 pJ = 10^{-12} J

A mágneses momentum egységei

Bohr-magneton (μ_B):

$$\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \frac{h}{2\pi} = 9{,}2740154 \cdot 10^{-24}\ \text{Am}^2$$

m_e: az elektron tömege
h: a Planck-állandó;
$h = 6{,}626\ 0755 \cdot 10^{-34}$ Js

Magmagneton (μ_m):

$$\mu_m = \frac{e}{2m_p} \cdot \frac{h}{2\pi} = 5{,}050\ 7866 \cdot 10^{-27}\ \text{Am}^2$$

m_p: a proton tömege

Az anyaghullámok

A de Broglie-hullámhossz: a p impulzusú elektronhoz rendelhető hullámhossz:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

λ: a hullámhossz
$p = m_e v$ (az elektron impulzusa)

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$; h: a Planck-állandó

Δp: az impulzusbizonytalanság

Δx, Δy, Δz: a helybizonytalanság

ΔE: valamely állapot energiájának határozatlansága

Δt: az adott állapotban való tartózkodás időtartama

5.2. Atommodellek

5.2.1. Gázok vonalas színképe

A hidrogén látható színképvonalainak **hullámhossza**:

$$\lambda = 3645{,}6 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad \text{(Å-ben)} \quad \textbf{(Balmer-képlet)}$$

$n = 3, 4, 5$

$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$

A hidrogén teljes elektromágneses spektrumában:

$$f = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad \textbf{(Rydberg-formula)} \quad (n > m)$$

f: a kibocsátás frekvenciája

m, n: természetes számok;

$R = 3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}$

(Rydberg-állandó)

5.2.2. Hőmérsékleti sugárzás

Az f frekvenciájú harmonikus oszcillátor energiája csak $E = hf$ egész számú többszöröse lehet:

$$E_n = nhf$$

Az oszcillátor csak $\Delta E = hf$ nagyságú energiakvantumokat képes elnyelni vagy kibocsátani.

$n = 0, 1, 2, \ldots$

h: a Planck-állandó

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js

f: a sugárzás frekvenciája

5.2.3. A Bohr-féle atommodell

A Bohr-féle pályafeltétel, elektronpályák sugara, elektronok energiája

Az elektron **impulzusnyomatéka** (perdülete) a megengedett elektronpályákon:

$$m_e \cdot r_n \cdot v_n = n \cdot \hbar \quad \text{(Bohr-féle pályafeltétel)}$$

$n = 1, 2, \ldots$

r_n: a pályasugár

m_e: az elektron tömege

v_n: a sebessége

h: a Planck-állandó

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Js

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$; h: a Planck-állandó

Δp: az impulzusbizonytalanság

Δx, Δy, Δz: a helybizonytalanság

ΔE: valamely állapot energiájának határozatlansága

Δt: az adott állapotban való tartózkodás időtartama

5.2. Atommodellek

5.2.1. Gázok vonalas színképe

A hidrogén látható színképvonalainak **hullámhossza**:

$$\lambda = 3645{,}6 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad \text{(Å-ben)} \quad \textbf{(Balmer-képlet)}$$

$n = 3, 4, 5$

$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$

A hidrogén teljes elektromágneses spektrumában:

$$f = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad \textbf{(Rydberg-formula)} \quad (n > m)$$

f: a kibocsátás frekvenciája

m, n: természetes számok;

$R = 3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}$

(Rydberg-állandó)

5.2.2. Hőmérsékleti sugárzás

Az f frekvenciájú harmonikus oszcillátor energiája csak $E = hf$ egész számú többszöröse lehet:

$$E_n = nhf$$

Az oszcillátor csak $\Delta E = hf$ nagyságú energiakvantumokat képes elnyelni vagy kibocsátani.

$n = 0, 1, 2, \ldots$

h: a Planck-állandó

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js

f: a sugárzás frekvenciája

5.2.3. A Bohr-féle atommodell

A Bohr-féle pályafeltétel, elektronpályák sugara, elektronok energiája

Az elektron **impulzusnyomatéka** (perdülete) a megengedett elektronpályákon:

$$m_e \cdot r_n \cdot v_n = n \cdot \hbar \quad \text{(Bohr-féle pályafeltétel)}$$

$n = 1, 2, \ldots$

r_n: a pályasugár

m_e: az elektron tömege

v_n: a sebessége

h: a Planck-állandó

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Js

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$; h: a Planck-állandó

Δp: az impulzusbizonytalanság

Δx, Δy, Δz: a helybizonytalanság

ΔE: valamely állapot energiájának határozatlansága

Δt: az adott állapotban való tartózkodás időtartama

$n = 3, 4, 5$

$1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m

f: a kibocsátás frekvenciája

m, n: természetes számok;

$R = 3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}$

(Rydberg-állandó)

$n = 0, 1, 2, \ldots$

h: a Planck-állandó

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js

f: a sugárzás frekvenciája

kat

tronok energiája

ge-

$n = 1, 2, \ldots$

r_n: a pályasugár

m_e: az elektron tömege

v_n: a sebessége

h: a Planck-állandó

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0546 \cdot 10^{-34}$ Js

Az elektronpálya sugara: $r_n = \left(\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2}\right) \cdot n^2$

m: az elektron tömege

e: az elektron töltése

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

ε_0: a vákuumpermittivitás

$\varepsilon_0 = 8{,}854188 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

$n = 1, 2, \ldots$ a pályát jellemző kvantumszám

Z: a rendszám

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $r_n = (0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{m}) \cdot n^2$

Z rendszámú H-szerű [$(Z-1)$-szeresen ionizált] atomban az elektronok összes **energiája:**

$$E_n = -\frac{mZ^2e}{8\varepsilon_0 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $E_n = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}$

A Bohr-féle frekvenciafeltétel

Az atomok által kibocsátott (elnyelt) elektromágneses hullám energiája (az n-edik és m-edik pálya közti átmenetkor):

$$hf = E_n - E_m$$

f: a frekvencia

h: a Planck-állandó

E_n, E_m: az elektron energiája az n-edik, illetve m-edik pályán

A gázok vonalas színképében a Bohr-modell szerinti frekvenciák:

$$f = \frac{1}{h}\frac{me^4Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

ε_0: a vákuumpermittivitás

e: az elektron töltése

m: az elektron tömege

Z: a rendszám

$Z = 1$ (H-atom) esetén: $f = \left(3{,}289 \cdot 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}\right) \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

5.3. Kötött részecskék kvantummechanikai leírása

5.3.1. Dobozba zárt elektronok, állóhullámok

(A „doboz" falai végtelen magas potenciálfalak)

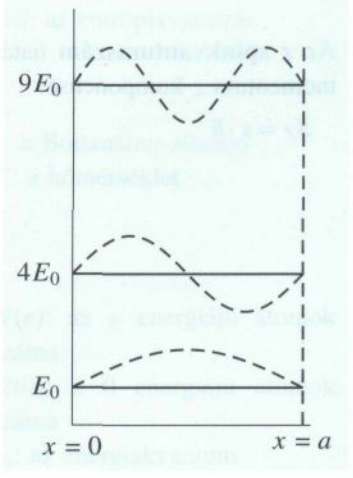
Egydimenziós modell

Az állóhullám hullámhossza, ha az elektron egy a hosszúságú egyenes szakaszon mozoghat:

$$\lambda_k = \frac{2a}{k+1}$$

Ekkor az elektron mozgási energiája:

$$E_k = \frac{h^2 m}{2}\left[\frac{k+1}{2am}\right]^2 = \frac{h^2}{8ma^2}(k+1)^2$$



k: a belső csomók száma

A H-atomban az n **főkvantumszámtól** függ az elektron kötési energiája:

$$E_n = -\left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) \cdot \frac{1}{n^2}$$

n: a főkvantumszám
$n = 1, 2, 3, \ldots$
m: az elektron tömege
e: az elektron töltése
ε_0: a vákuumpermittivitás
h: a Planck-állandó

Az l **mellékkvantumszámtól** függ az elektron pályaimpulzusmomentuma:

$$|\mathbf{N}| = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$$

l: a mellékkvantumszám;
$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

N: az impulzusmomentum
(Az impulzusmomentum gyakran használt jele az atomfizikában: L)

Az m **mágneses kvantumszám** határozza meg az impulzusmomentum z irányú komponensét:

$$N_z = m \cdot \hbar$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

Az elektron **mágneses momentuma**:

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m_e}\right) \cdot \mathbf{N}$$

A mágneses momentum z-komponense:

$$\mu_z = -m \cdot \left(\frac{e \cdot \hbar}{2m_e}\right)$$

$$\frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{Am}^2$$

a **Bohr-magneton**

Az s **spinkvantumszám** határozza meg a spin-impulzusmomentum z-komponensét:

$$S_Z = s \cdot \hbar$$

s: a spinkvantumszám

$$s = \pm\frac{1}{2}$$

6. STATISZTIKUS FIZIKA

6.1. Termodinamikai valószí

Valamely anyaghalmaz makr
állapotok száma: Y
Két, egymástól független ren
összetett rendszer mikroállap

$$Y_{AB} = Y_A Y_B$$

N részecskét tartalmazó, V
gáz mikroállapotainak száma

$$Y(V, E) \sim V^N \cdot E^{\frac{3N}{2}}$$ (E a

Einstein-kristály mikroállap

(Einstein-kristály: $\frac{N}{3}$ atom, ö
atom három független irányb
3 független harmonikus oszc

$$Y(E) = \frac{(N+r-1)!}{r!(N-1)!}$$

Az entrópia statisztikus fizi

$$S = k \cdot \ln Y$$

A hőmérséklet statisztikus

$$T = \frac{Q}{\Delta S}$$

Boltzmann-féle energiaelos
ε és $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ közé eső energia

$$N(\varepsilon) = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-}$$

Energiaeloszlás az Einstei

$$N(\varepsilon) = N(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$N(0) = N\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}\right)$$

6.1. Termodinamikai valószínűség

Valamely anyaghalmaz makroállapotát megvalósító **mikroállapotok** száma: Y

Y: a termodinamikai valószínűség ($Y > 1$)

Két, egymástól független rendszer egyesítéseként létrejövő összetett rendszer mikroállapotainak száma:

$$Y_{AB} = Y_A Y_B$$

N részecskét tartalmazó, V térfogatú, egyatomos ideális gáz mikroállapotainak száma:

$$Y(V, E) \sim V^N \cdot E^{\frac{3N}{2}}$$ (E a gáz belső energiája)

Einstein-kristály mikroállapotainak száma:

(Einstein-kristály: $\frac{N}{3}$ atom, összesen r energiaadag, minden atom három független irányban rezeghet, így minden atom 3 független harmonikus oszcillátornak tekinthető)

A kristály összes energiája: $E = r\varepsilon_0$

ε_0: az energiakvantum

$$Y(E) = \frac{(N + r - 1)!}{r!(N - 1)!}$$

Az entrópia statisztikus fizikai definíciója

$$S = k \cdot \ln Y$$

S: az entrópia

k: a Boltzmann-állandó

Y: a termodinamikai valószínűség

A hőmérséklet statisztikus fizikai definíciója

$$T = \frac{Q}{\Delta S}$$

Q: a hőcsere mértéke

ΔS: az entrópiaváltozás

Boltzmann-féle energiaeloszlás

ε és $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ közé eső energiájú részecskék száma:

$$N(\varepsilon) = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot \Delta\varepsilon$$

k: a Boltzmann-állandó

T: a hőmérséklet

Energiaeloszlás az Einstein-kristályban:

$$N(\varepsilon) = N(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$$

$$N(0) = N\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_0}{kT}}\right)$$

$N(\varepsilon)$: az ε energiájú atomok száma

$N(0)$: a 0 energiájú atomok száma

ε_0: az energiakvantum

$\varepsilon = l \cdot \varepsilon_0$, $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$

n: a főkvantumszám
$n = 1, 2, 3, \ldots$
m: az elektron tömege
e: az elektron töltése
ε_0: a vákuumpermittivitás
h: a Planck-állandó

l: a mellékkvantumszám;
$l = 0, 1, 2, \ldots, (n - 1)$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

N: az impulzusmomentum
(Az impulzusmomentum gyakran használt jele az atomfizikában: L)

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

$$\frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\ \text{Am}^2$$

a **Bohr-magneton**

s: a spinkvantumszám

$$s = \pm\frac{1}{2}$$

6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás

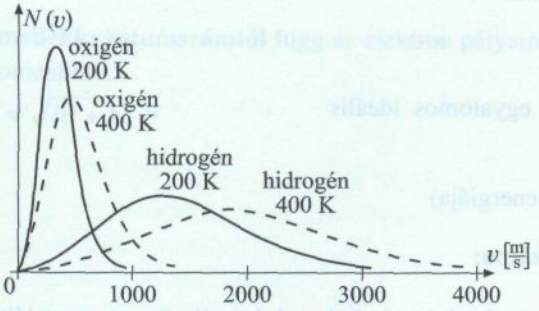
Az N részecskéből álló ideális gázban v és $v + \Delta v$ határok közötti sebességű részecskék száma:

$$N(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N v^2 \cdot \left(\frac{m_0}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \Delta v$$

T: a hőmérséklet
m_0: egy részecske tömege
k: a Boltzmann-állandó;

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

N: a részecskék összes száma



Termikus átlagsebesség T hőmérsékleten:

$$v_{\text{term}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

M: moláris tömeg
R: a gázállandó

$$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$$

A legvalószínűbb sebesség T hőmérsékleten: $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0{,}82 v_{\text{term}}$

A közepes sebesség T hőmérsékleten: $\overline{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \approx 0{,}92 v_{\text{term}}$

Magasság szerinti eloszlás:

A Föld nehézségi terében az állandó T hőmérsékletű gáz sűrűségének magasság szerinti eloszlása:

$$\varrho(h) = \varrho_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

$\varrho(h)$: a sűrűség h magasságban
ϱ_0: a sűrűség a Föld felszínén
m: a molekula tömege
k: a Boltzmann-állandó
T: a hőmérséklet

7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZEC

7.1. Az atommag

7.1.1. Az atommagok kötési en

Az atommag különálló **nukle** bontásához szükséges **energia:**

$$E = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 =$$

Az **atommagokat összetartó** modell" szerint:

$$E(Z, A) = -\varepsilon_V \cdot A + \varepsilon_F \cdot \sqrt[3]{A}$$

térfogati energia — felületi energia

Állandó tömegszámú atomma

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + 0{,}014 \sqrt[3]{A^2}}$$

Kicsi tömegszámok (A) esetén

Nagy tömegszámok esetén:

Az atommagok sugara (mét

$$R \cong 1{,}20 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$$

7.2 Radioaktivitás

7.2.1. A radioaktív bomlási t

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = N(0)2^{-}$$

Bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

Felezési idő:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

A mag átlagos élettartama:

Aktivitás: $A = \frac{N(0) - N(}{t}$

ok T: a hőmérséklet
m_0: egy részecske tömege
k: a Boltzmann-állandó;
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
N: a részecskék összes száma

M: moláris tömeg
R: a gázállandó
$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$

$\frac{\overline{T}}{T_0} \approx 0{,}82 v_{\text{term}}$

$\frac{\overline{T}}{T_0} \approx 0{,}92 v_{\text{term}}$

áz $\varrho(h)$: a sűrűség h magasságban
ϱ_0: a sűrűség a Föld felszínén
m: a molekula tömege
k: a Boltzmann-állandó
T: a hőmérséklet

7.1. Az atommag

7.1.1. Az atommagok kötési energiája

Az atommag különálló **nukleonokra** történő, teljes szétbontásához szükséges **energia:**

$$E = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 = \Delta m c^2$$

c: a vákuumbeli fénysebesség
Z: a rendszám, a protonok száma
N: a neutronok száma
m_p: a proton tömege
m_n: a neutron tömege
M: a mag tömege
A: a tömegszám
Δm: a tömegdefektus

Az **atommagokat összetartó kötési energia** a „csepp-modell" szerint:

$$E(Z, A) = -\varepsilon_V \cdot A + \varepsilon_F \cdot \sqrt[3]{A^2} + \varepsilon_C \cdot \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} + \varepsilon_P \cdot \frac{(N-Z)^2}{A}$$

térfogati energia | felületi energia | Coulomb-energia | Pauli-energia

ε arányossági tényezők értékei:
$\varepsilon_v = 2{,}52$ pJ
$\varepsilon_F = 2{,}85$ pJ
$\varepsilon_C = 0{,}11$ pJ
$\varepsilon_p = 3{,}80$ pJ

Állandó tömegszámú atommag **energiája** akkor **minimális,** ha a protonok száma:

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + 0{,}014 \sqrt[3]{A^2}}$$

Kicsi tömegszámok (A) esetén: $Z \approx \frac{A}{2}$, így $Z = N$

Nagy tömegszámok esetén: $Z < \frac{A}{2}$, így $Z < N$

A: a tömegszám
N: a neutronok száma
Z: a rendszám
$A = Z + N$

Az atommagok sugara (méterben):

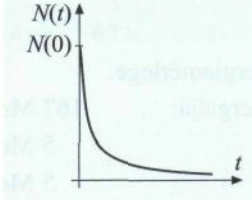
$$R \cong 1{,}20 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$$

A: a tömegszám

7.2 Radioaktivitás

7.2.1. A radioaktív bomlási törvény

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = N(0)2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$



$N(0)$: a kezdetben jelen volt részecskék száma
$N(t)$: a t időtartam múlva jelen lévő részecskék száma

Bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

λ: a bomlási állandó
$[\lambda] = \frac{1}{\text{s}}$

Felezési idő:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

$T_{1/2}$: a felezési idő;
$[T_{1/2}] = \text{s}$

A mag átlagos élettartama: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Aktivitás: $A = \frac{N(0) - N(t)}{t}$

A: aktivitás; $[A] = \text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$

Ha $N(0) - N(t) \ll N(0)$, akkor

$$A \approx \lambda N(0) = 0{,}693 \frac{N(0)}{T_{1/2}}$$

(Az aktivitás arányos az anyagban meglévő radioaktív magok számával, fordítottan arányos a felezési idővel)

$1\ \text{Bq} = \dfrac{1\ \text{bomlás}}{1\ \text{s}}$

SI-n kívüli: Curie (Ci)

$1\ \text{Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$

7.2.3. A radioaktív bomlás főbb típusai

α-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$ (α-sugárzás)

negatív β-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^-$ (elektronsugárzás)

pozitív β-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+$ (pozitronsugárzás)

γ-bomlás: nincs összetétel-változás (elektromágneses sugárzás)

X: a bomló elem (anyaelem)
Y: a keletkezett elem (leányelem)
A: a tömegszám
Z: a rendszám

Proton–neutron átalakulások:

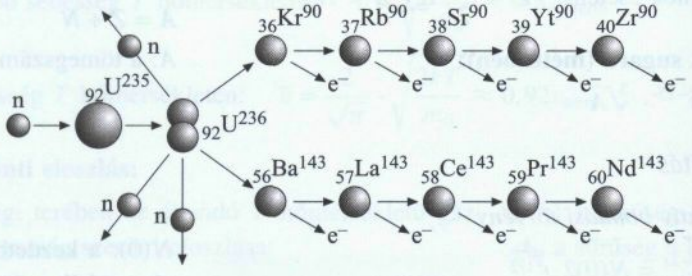
$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu;\quad n \rightarrow p + \beta^- + \overline{\nu}.$$

β^-: elektron
β^+: pozitron
ν: neutrínó
$\overline{\nu}$: antineutrínó

Elektronbefogás:

$${}^{A}_{Z}M + e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}M.$$

7.3. Maghasadás



A 235-ös urán hasadásának energiamérlege:	
A hasadási termékek kinetikus energiája:	167 MeV
A β-bomlás energiája:	5 MeV
A γ-bomlás energiája:	5 MeV
A hasadásnál keletkező neutronok energiája:	5 MeV
A neutrínókkal távozott energia:	11 MeV
A hasadás pillanatában keletkező sugárzás:	5 MeV
Összesen:	198 MeV

U: urán
n: neutron
Kr: kripton
Rb: rubídium
Sr: stroncium
Yt: ittrium
Zr: cirkónium
Ba: bárium
La: lantán
Ce: cérium
Pr: prazeodímium
Nd: neodímium

7.4. Magfúzió

A fúziós energiatermelés néhá

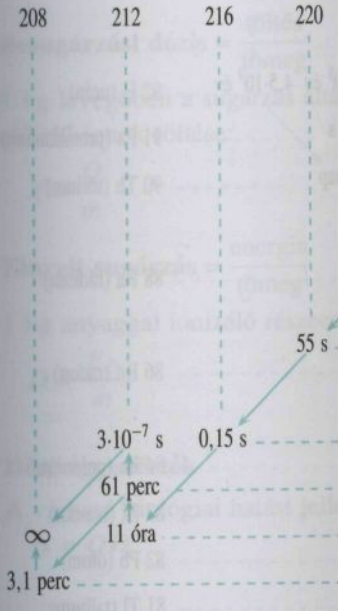
$${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H = {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n + 3$$
$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H = {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n + 1$$
$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He = {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}H + 1$$
$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He = {}^{4}_{2}He + 2{}^{1}_{1}H + 1$$
$${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H = 2{}^{4}_{2}He + 2$$
$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H = 2{}^{4}_{2}He +$$

A hidrogénbomba láncreakció

$$n + {}^{6}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{3}_{1}H$$
$$\uparrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$n + {}^{4}_{2}He \leftarrow {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H$$

7.5. Radioaktív bomlási soroz

$A = 4n$; tóriumsorozat



$1\ \text{Bq} = \frac{1\ \text{bomlás}}{1\ \text{s}}$

SI-n kívüli: Curie (Ci)

$1\ \text{Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$

X: a bomló elem (anyaelem)

Y: a keletkezett elem (leányelem)

A: a tömegszám

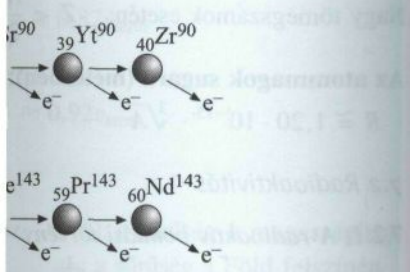
Z: a rendszám

β^-: elektron

β^+: pozitron

ν: neutrínó

$\bar{\nu}$: antineutrínó



U: urán
n: neutron
Kr: kripton
Rb: rubídium
Sr: stroncium
Yt: ittrium
Zr: cirkónium
Ba: bárium
La: lantán
Ce: cérium
Pr: prazeodímium
Nd: neodímium

7.4. Magfúzió

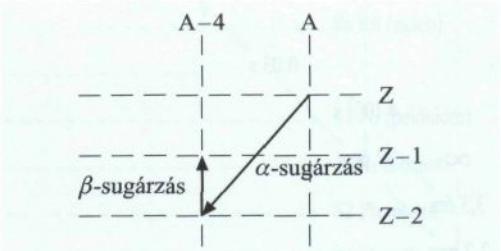
A fúziós energiatermelés néhány lehetséges reakciója

$${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} = {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 3{,}25\ \text{MeV},$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} = {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17{,}6\ \text{MeV},$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_2\text{He} = {}^4_2\text{He} + {}^1_1\text{H} + 18{,}3\ \text{MeV},$$
$${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} = {}^4_2\text{He} + 2{}^1_1\text{H} + 12{,}8\ \text{MeV},$$
$${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} = 2{}^4_2\text{He} + 22{,}4\ \text{MeV},$$
$${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} = 2{}^4_2\text{He} + 17{,}3\ \text{MeV}$$

H: hidrogén
He: hélium
n: neutron
Li: lítium

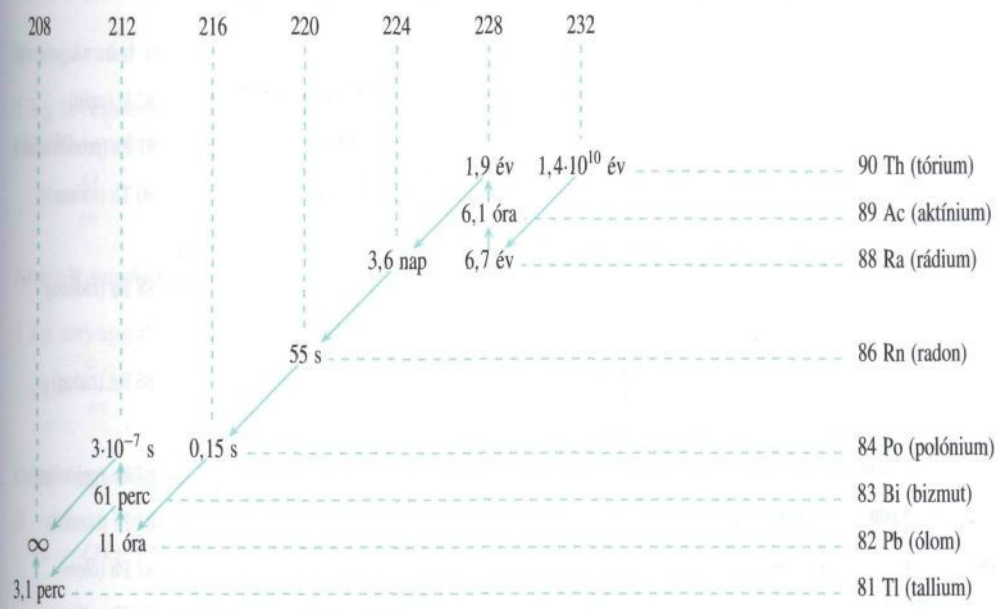
A hidrogénbomba láncreakciója

$$n + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}$$
$$n + {}^4_2\text{He} \leftarrow {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H}$$

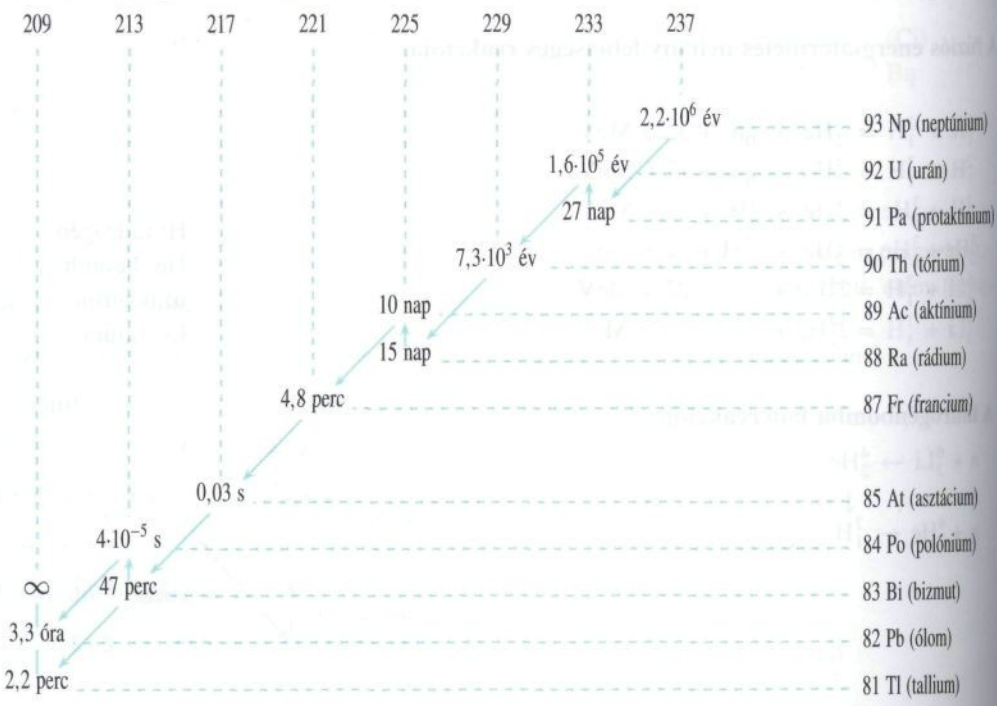


7.5. Radioaktív bomlási sorozatok

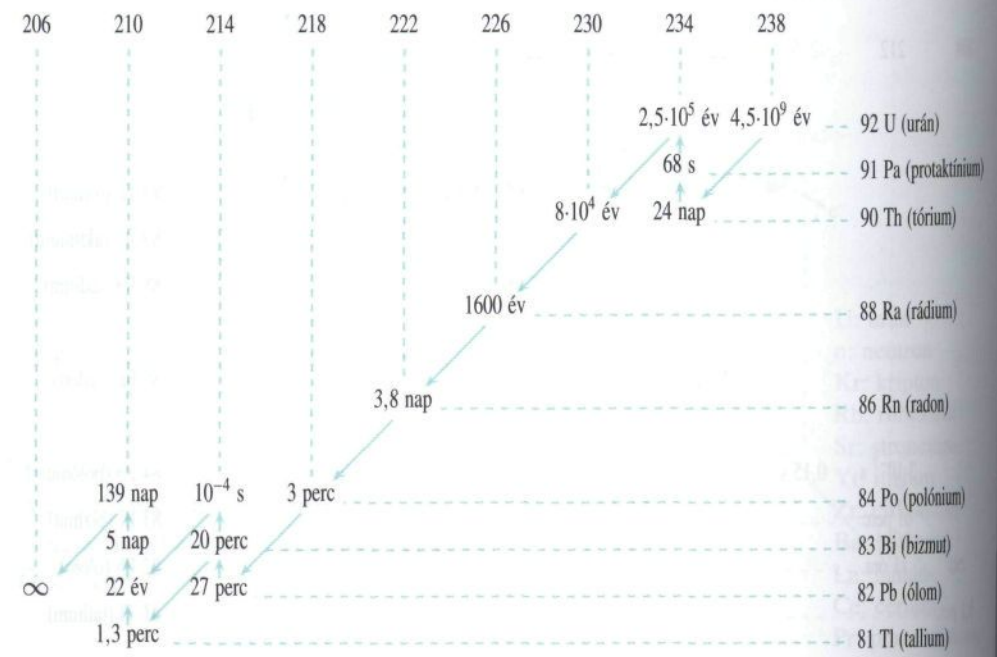
$A = 4n$; tóriumsorozat



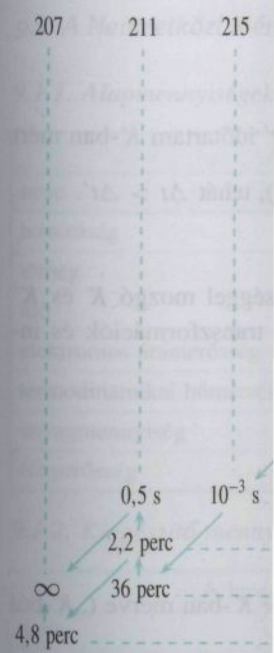
$A = 4n + 1$; **neptúniumsorozat**



$A = 4n + 2$; **urán-rádium sorozat**



$A = 4n + 3$; **aktíniumso**



7.6. Sugárzásvédelem

Dózisfogalmak

Besugárzási dózis = tö / tö

1 kg levegőben a sugár előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

Elnyelt sugárzás = ene / tör

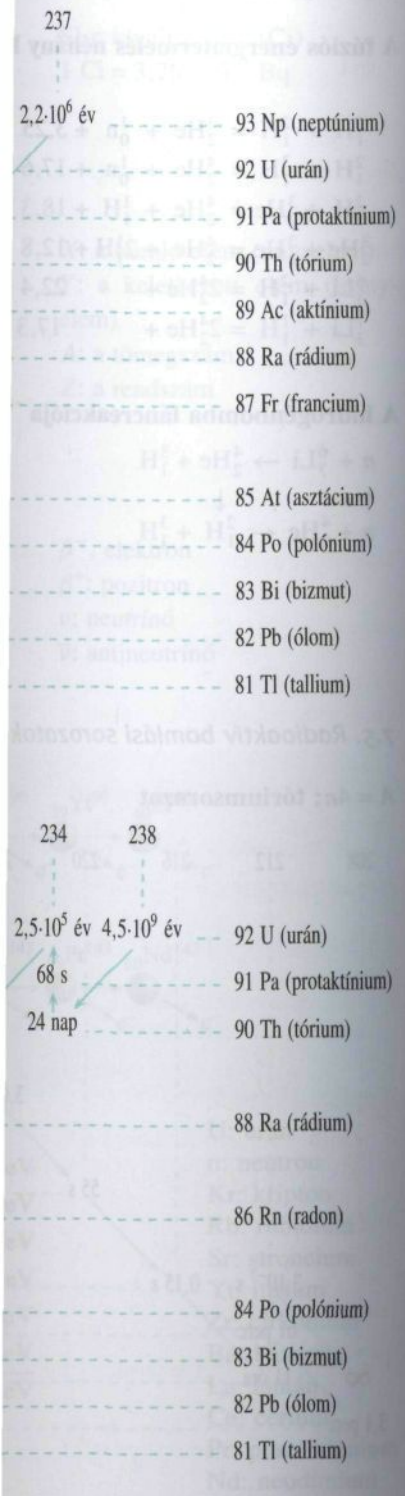
1 kg anyaggal ionizáló

$$D = \frac{E_D}{m}$$

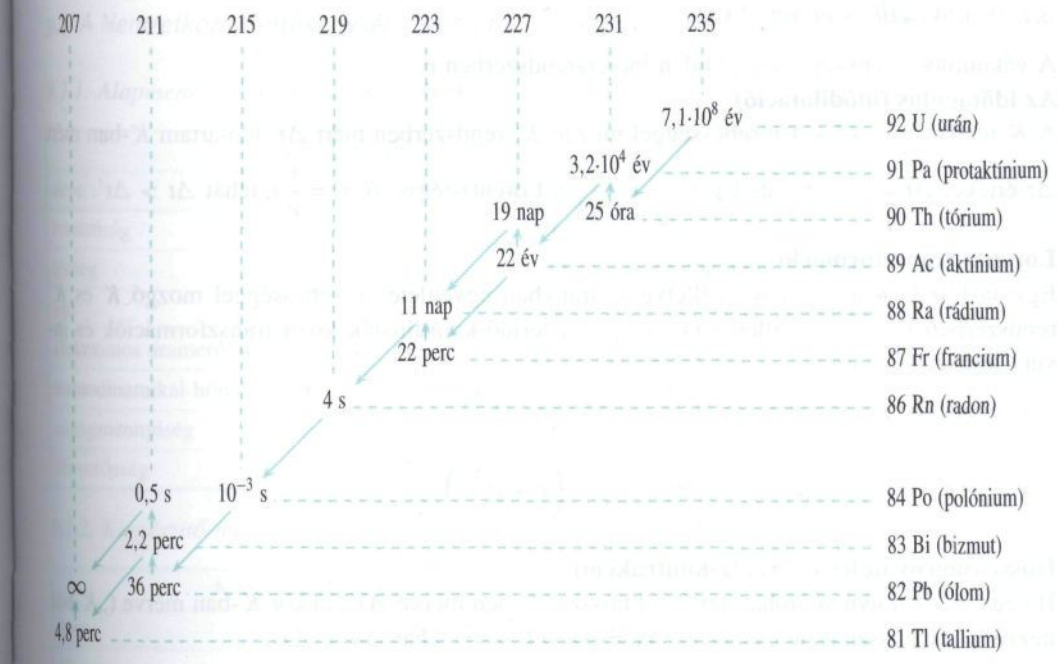
Dózisegyenérték

A várható biológiai hat

$$H = QD$$



$A = 4n + 3$; **aktíniumsorozat**



7.6. Sugárzásvédelem

Dózisfogalmak

Besugárzási dózis $= \dfrac{\text{töltés}}{\text{tömeg}}$

1 kg levegőben a sugárzás által ionizációval keltett azonos előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

X: a besugárzási dózis;

$[X] = \dfrac{\text{C}}{\text{kg}}$

Q: a töltés

m: a levegő tömege

Elnyelt sugárzás $= \dfrac{\text{energia}}{\text{tömeg}}$

1 kg anyaggal ionizáló részecskék útján közölt energia:

$$D = \frac{E_D}{m}$$

D: az elnyelt dózis;

$[D] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gy}$ (1 gray)

E_D: az energia

m: a tömeg

Dózisegyenérték

A várható biológiai hatást jellemzi.

$H = QD$

H: a dózisegyenérték;

$[H] = \text{Sv}$ (sievert); $[\text{Sv}] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

Q: a sugárzás minőségi tényezője

8.1. Relativisztikus kinematika

A vákuumbeli fénysebesség minden inerciarendszerben c.

Az időtágulás (idődilatáció)

A K rendszerhez képest v sebességgel mozgó K' rendszerben mért $\Delta t'$ időtartam K-ban mért Δt értéke: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$ (ahol $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ a Lorentz-tényező; $\beta = \dfrac{v}{c}$), tehát $\Delta t > \Delta t'$.

Lorentz-transzformáció

Egymáshoz képest a közös x, illetve x' irányban egyenletes v sebességgel mozgó K és K' rendszerbeli (x, y, z, v), illetve (x', y', z', v') téridő-koordináták közti transzformációk és inverz transzformációk:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \beta\frac{x}{c}\right),$$

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' + \beta\frac{x'}{c}\right)$$

Hosszúságrövidülés (Lorentz-kontrakció)

Ha egy K'-ben nyugalomban lévő rúd hossza K'-ben mérve $\Delta x'$, akkor K-ban mérve („K-ból nézve") Δx hosszúságú, és ekkor: $\Delta x = \Delta x'\sqrt{1-\beta^2}$, tehát $\Delta x < \Delta x'$.

Relativisztikus sebesség-összeadás

Ha egy test sebessége K-ban u, K'-ben u', akkor $u = \dfrac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}$ (ha $v \ll c$, akkor $u = u' + v$).

8.2. Relativisztikus dinamika

A v sebességgel **mozgó test tömege, impulzusa**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad \mathbf{I} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0: a nyugalmi tömeg
c: a fénysebesség

A teljes energia: $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

A mozgási energia: $E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0c^2$, ha $v \ll c$, akkor $E_{\text{kin}} \approx \dfrac{1}{2}m_0v^2$

A nyugalmi energia: $E_0 = m_0c^2$

Tömegdefektus

M nyugalmi tömeg m-re való csökkenése

$(M - m)c^2 = \Delta E = \Delta mc^2$

energia felszabadulásával jár.

9.1. A Nemzetközi Mértékegysé

9.1.1. Alapmennyiségek és alapeg

	A mennyisé
neve	
hosszúság	
tömeg	
idő	
elektromos áramerősség	
termodinamikai hőmérséklet	
anyagmennyiség	
fényerősség	

9.1.2. Kiegészítő mennyiségek és

	A kiegészítő men
neve	
síkszög	
térszög	

9.1.3. Az alapegységek definíciój

A hosszúság mértékegysége a m
Egy méter az a távolság, amely
tesz meg.

A tömeg mértékegysége a kilogr
Egy kilogramm az 1889-ben m
etalonnak elfogadott platina-iridi

Az idő mértékegysége a másodp
Egy másodperc az alapállapotú
menethez tartozó sugárzás 9 192

Az elektromos áramerősség mér
Egy amper annak az állandó ár
vékony, kör keresztmetszetű, eg
molva, közöttük méterenként 2 ·

A termodinamikai hőmérséklet n
Egy kelvin a víz hármaspontja t

Az anyagmennyiség mértékegys
Egy mól az az anyagmennyiség
van 12 g ^{12}C-ben.

ok T: a hőmérséklet
m_0: egy részecske tömege
k: a Boltzmann-állandó;
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
N: a részecskék összes száma

M: moláris tömeg
R: a gázállandó
$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$

$\frac{\overline{T}}{T_0} \approx 0{,}82 v_{\text{term}}$

$\frac{\overline{T}}{T_0} \approx 0{,}92 v_{\text{term}}$

áz $\varrho(h)$: a sűrűség h magasságban
ϱ_0: a sűrűség a Föld felszínén
m: a molekula tömege
k: a Boltzmann-állandó
T: a hőmérséklet

7.1. Az atommag

7.1.1. Az atommagok kötési energiája

Az atommag különálló **nukleonokra** történő, teljes szétbontásához szükséges **energia:**

$$E = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 = \Delta m c^2$$

c: a vákuumbeli fénysebesség
Z: a rendszám, a protonok száma
N: a neutronok száma
m_p: a proton tömege
m_n: a neutron tömege
M: a mag tömege
A: a tömegszám
Δm: a tömegdefektus

Az **atommagokat összetartó kötési energia** a „csepp-modell" szerint:

$$E(Z, A) = -\varepsilon_V \cdot A + \varepsilon_F \cdot \sqrt[3]{A^2} + \varepsilon_C \cdot \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} + \varepsilon_P \cdot \frac{(N-Z)^2}{A}$$

térfogati energia | felületi energia | Coulomb-energia | Pauli-energia

ε arányossági tényezők értékei:
$\varepsilon_v = 2{,}52$ pJ
$\varepsilon_F = 2{,}85$ pJ
$\varepsilon_C = 0{,}11$ pJ
$\varepsilon_p = 3{,}80$ pJ

Állandó tömegszámú atommag **energiája** akkor **minimális,** ha a protonok száma:

$$Z_{\min} \approx \frac{A}{2 + 0{,}014 \sqrt[3]{A^2}}$$

Kicsi tömegszámok (A) esetén: $Z \approx \frac{A}{2}$, így $Z = N$

Nagy tömegszámok esetén: $Z < \frac{A}{2}$, így $Z < N$

A: a tömegszám
N: a neutronok száma
Z: a rendszám
$A = Z + N$

Az atommagok sugara (méterben):

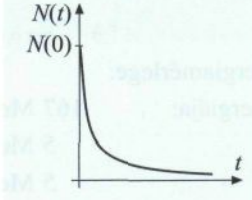
$$R \cong 1{,}20 \cdot 10^{-15} \cdot \sqrt[3]{A}$$

A: a tömegszám

7.2 Radioaktivitás

7.2.1. A radioaktív bomlási törvény

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = N(0)2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$



$N(0)$: a kezdetben jelen volt részecskék száma
$N(t)$: a t időtartam múlva jelen lévő részecskék száma

Bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{T_{1/2}}$$

λ: a bomlási állandó
$[\lambda] = \frac{1}{\text{s}}$

Felezési idő:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

$T_{1/2}$: a felezési idő;
$[T_{1/2}] = \text{s}$

A mag átlagos élettartama: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Aktivitás: $A = \frac{N(0) - N(t)}{t}$

A: aktivitás; $[A] = \text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$

Ha $N(0) - N(t) \ll N(0)$, akkor

$$A \approx \lambda N(0) = 0{,}693 \frac{N(0)}{T_{1/2}}$$

(Az aktivitás arányos az anyagban meglévő radioaktív magok számával, fordítottan arányos a felezési idővel)

$1\ \text{Bq} = \dfrac{1\ \text{bomlás}}{1\ \text{s}}$

SI-n kívüli: Curie (Ci)

$1\ \text{Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$

7.2.3. A radioaktív bomlás főbb típusai

α-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\alpha$ (α-sugárzás)

negatív β-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^-$ (elektronsugárzás)

pozitív β-bomlás: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+$ (pozitronsugárzás)

γ-bomlás: nincs összetétel-változás (elektromágneses sugárzás)

X: a bomló elem (anyaelem)
Y: a keletkezett elem (leányelem)
A: a tömegszám
Z: a rendszám

Proton–neutron átalakulások:

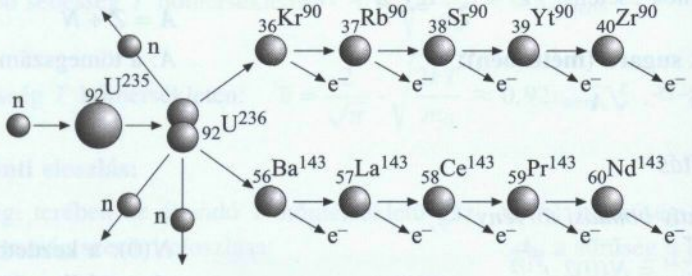
$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu;\quad n \rightarrow p + \beta^- + \overline{\nu}.$$

β^-: elektron
β^+: pozitron
ν: neutrínó
$\overline{\nu}$: antineutrínó

Elektronbefogás:

$${}^{A}_{Z}M + e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}M.$$

7.3. Maghasadás



A 235-ös urán hasadásának energiamérlege:	
A hasadási termékek kinetikus energiája:	167 MeV
A β-bomlás energiája:	5 MeV
A γ-bomlás energiája:	5 MeV
A hasadásnál keletkező neutronok energiája:	5 MeV
A neutrínókkal távozott energia:	11 MeV
A hasadás pillanatában keletkező sugárzás:	5 MeV
Összesen:	198 MeV

U: urán
n: neutron
Kr: kripton
Rb: rubídium
Sr: stroncium
Yt: ittrium
Zr: cirkónium
Ba: bárium
La: lantán
Ce: cérium
Pr: prazeodímium
Nd: neodímium

7.4. Magfúzió

A fúziós energiatermelés néhá

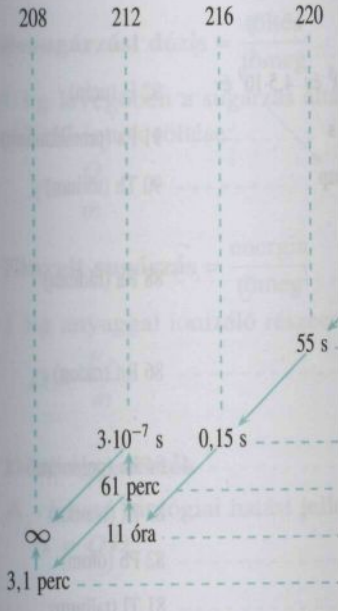
$${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H = {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n + 3$$
$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H = {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n + 1$$
$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He = {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}H + 1$$
$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He = {}^{4}_{2}He + 2{}^{1}_{1}H + 1$$
$${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H = 2{}^{4}_{2}He + 2$$
$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H = 2{}^{4}_{2}He +$$

A hidrogénbomba láncreakció

$$n + {}^{6}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{3}_{1}H$$
$$\uparrow \qquad\qquad \downarrow$$
$$n + {}^{4}_{2}He \leftarrow {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H$$

7.5. Radioaktív bomlási soroz

$A = 4n$; tóriumsorozat



$1\ \text{Bq} = \frac{1\ \text{bomlás}}{1\ \text{s}}$

SI-n kívüli: Curie (Ci)

$1\ \text{Ci} = 3{,}70 \cdot 10^{10}\ \text{Bq}$

X: a bomló elem (anyaelem)

Y: a keletkezett elem (leányelem)

A: a tömegszám

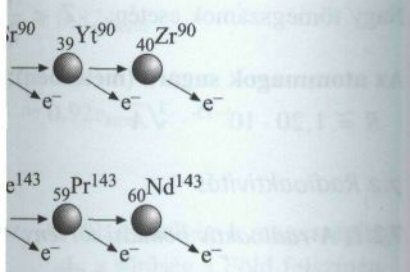
Z: a rendszám

β^-: elektron

β^+: pozitron

ν: neutrínó

$\bar{\nu}$: antineutrínó



U: urán
n: neutron
Kr: kripton
Rb: rubídium
Sr: stroncium
Yt: ittrium
Zr: cirkónium
Ba: bárium
La: lantán
Ce: cérium
Pr: prazeodímium
Nd: neodímium

7.4. Magfúzió

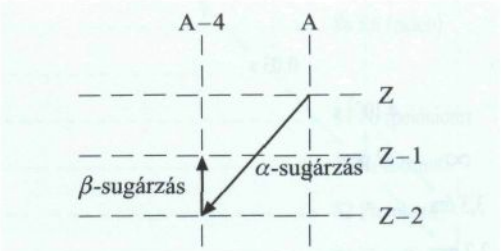
A fúziós energiatermelés néhány lehetséges reakciója

$${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} = {}^3_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 3{,}25\ \text{MeV},$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} = {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n} + 17{,}6\ \text{MeV},$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_2\text{He} = {}^4_2\text{He} + {}^1_1\text{H} + 18{,}3\ \text{MeV},$$
$${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} = {}^4_2\text{He} + 2{}^1_1\text{H} + 12{,}8\ \text{MeV},$$
$${}^6_3\text{Li} + {}^2_1\text{H} = 2{}^4_2\text{He} + 22{,}4\ \text{MeV},$$
$${}^7_3\text{Li} + {}^1_1\text{H} = 2{}^4_2\text{He} + 17{,}3\ \text{MeV}$$

H: hidrogén
He: hélium
n: neutron
Li: lítium

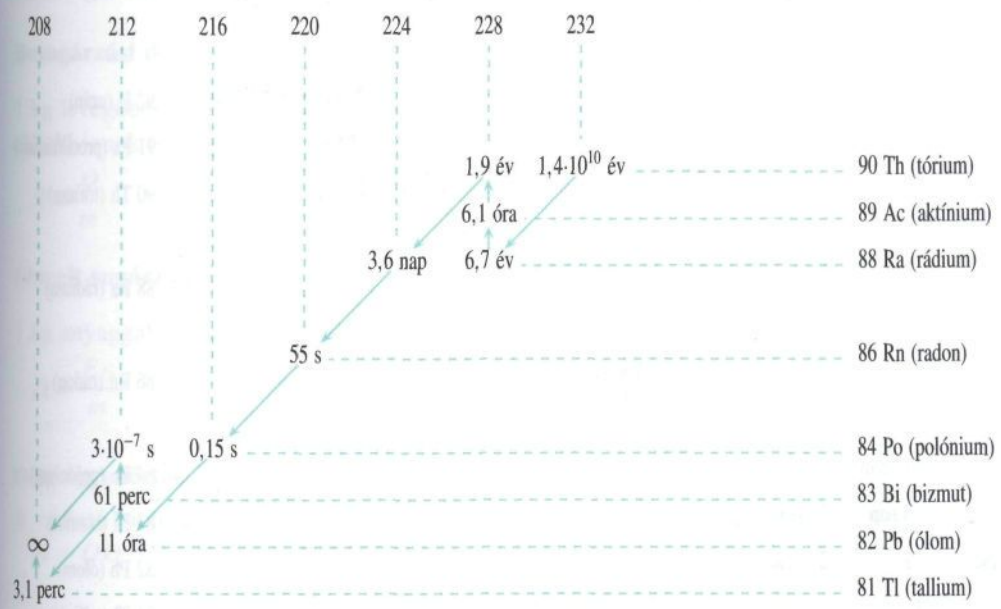
A hidrogénbomba láncreakciója

$$n + {}^6_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^3_1\text{H}$$
$$n + {}^4_2\text{He} \leftarrow {}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H}$$

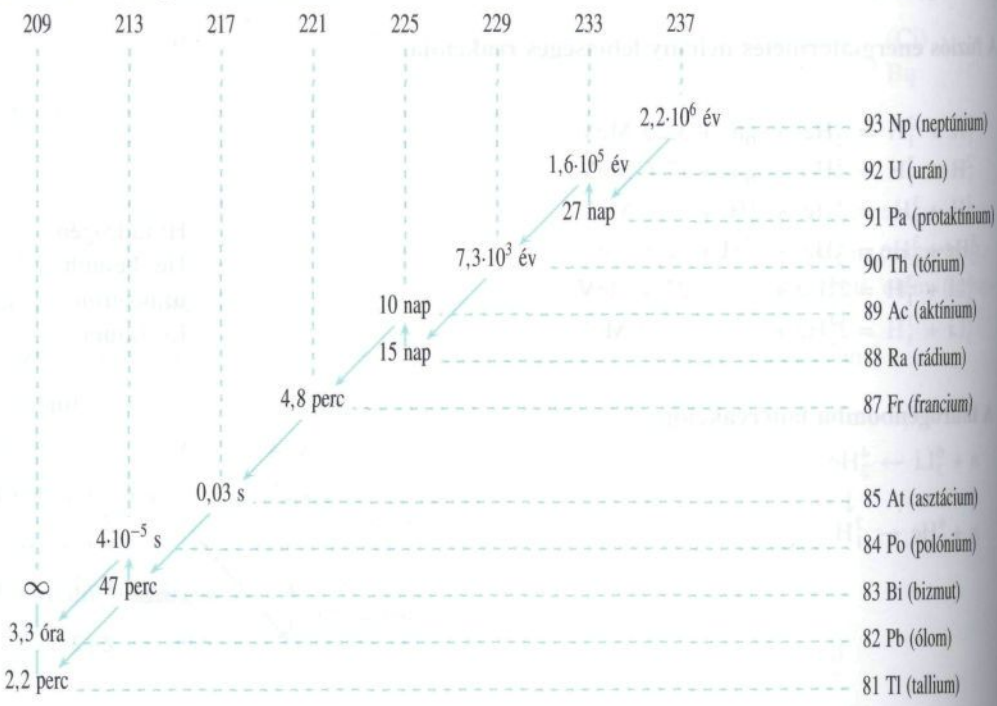


7.5. Radioaktív bomlási sorozatok

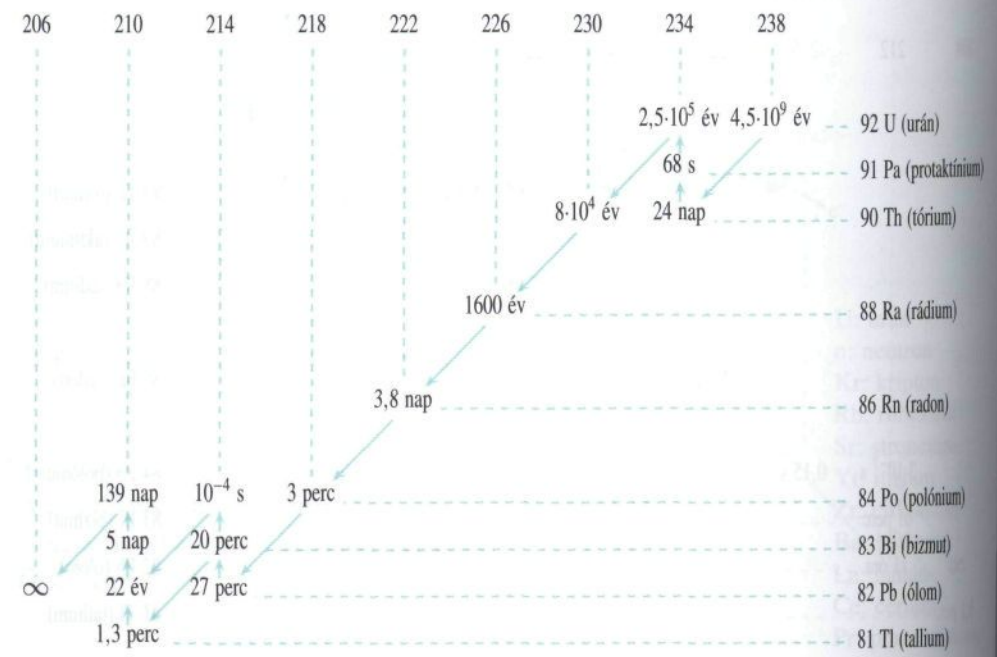
$A = 4n$; tóriumsorozat



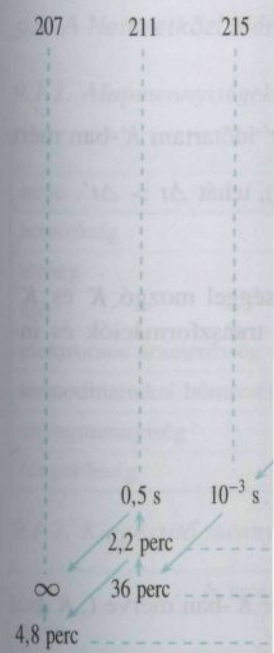
$A = 4n + 1$; **neptúniumsorozat**



$A = 4n + 2$; **urán-rádium sorozat**



$A = 4n + 3$; **aktíniumso**



7.6. Sugárzásvédelem

Dózisfogalmak

Besugárzási dózis = tö / tö

1 kg levegőben a sugár előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

Elnyelt sugárzás = ene / tör

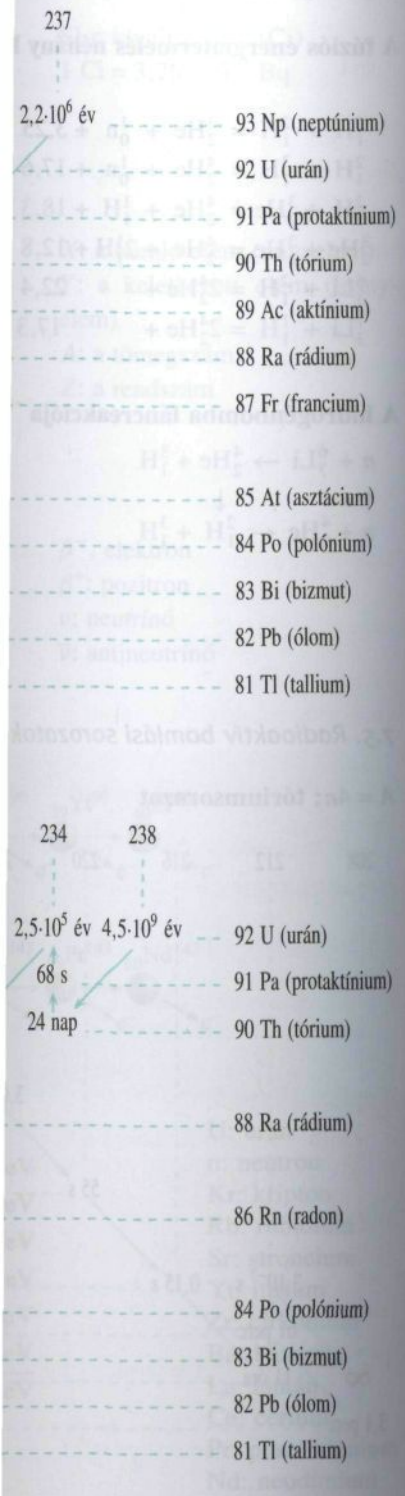
1 kg anyaggal ionizáló

$$D = \frac{E_D}{m}$$

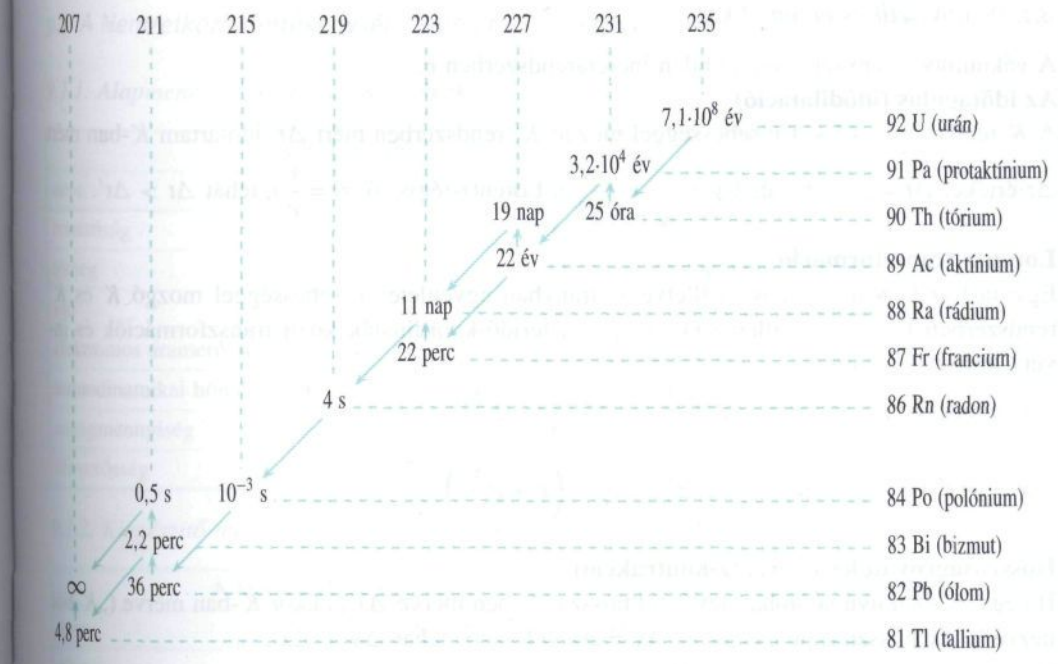
Dózisegyenérték

A várható biológiai hat

$$H = QD$$



$A = 4n + 3$; **aktíniumsorozat**



7.6. Sugárzásvédelem

Dózisfogalmak

Besugárzási dózis $= \dfrac{\text{töltés}}{\text{tömeg}}$

1 kg levegőben a sugárzás által ionizációval keltett azonos előjelű ionok töltése:

$$X = \frac{Q}{m}$$

X: a besugárzási dózis;

$[X] = \dfrac{\text{C}}{\text{kg}}$

Q: a töltés

m: a levegő tömege

Elnyelt sugárzás $= \dfrac{\text{energia}}{\text{tömeg}}$

1 kg anyaggal ionizáló részecskék útján közölt energia:

$$D = \frac{E_D}{m}$$

D: az elnyelt dózis;

$[D] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gy}$ (1 gray)

E_D: az energia

m: a tömeg

Dózisegyenérték

A várható biológiai hatást jellemzi.

$H = QD$

H: a dózisegyenérték;

$[H] = \text{Sv}$ (sievert); $[\text{Sv}] = \dfrac{\text{J}}{\text{kg}}$

Q: a sugárzás minőségi tényezője

8.1. Relativisztikus kinematika

A vákuumbeli fénysebesség minden inerciarendszerben c.

Az időtágulás (idődilatáció)

A K rendszerhez képest v sebességgel mozgó K' rendszerben mért $\Delta t'$ időtartam K-ban mért Δt értéke: $\Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$ (ahol $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ a Lorentz-tényező; $\beta = \dfrac{v}{c}$), tehát $\Delta t > \Delta t'$.

Lorentz-transzformáció

Egymáshoz képest a közös x, illetve x' irányban egyenletes v sebességgel mozgó K és K' rendszerbeli (x, y, z, v), illetve (x', y', z', v') téridő-koordináták közti transzformációk és inverz transzformációk:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma\left(t - \beta\frac{x}{c}\right),$$

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \gamma\left(t' + \beta\frac{x'}{c}\right)$$

Hosszúságrövidülés (Lorentz-kontrakció)

Ha egy K'-ben nyugalomban lévő rúd hossza K'-ben mérve $\Delta x'$, akkor K-ban mérve („K-ból nézve") Δx hosszúságú, és ekkor: $\Delta x = \Delta x'\sqrt{1-\beta^2}$, tehát $\Delta x < \Delta x'$.

Relativisztikus sebesség-összeadás

Ha egy test sebessége K-ban u, K'-ben u', akkor $u = \dfrac{u' + v}{1 + \dfrac{u'v}{c^2}}$ (ha $v \ll c$, akkor $u = u' + v$).

8.2. Relativisztikus dinamika

A v sebességgel **mozgó test tömege, impulzusa**

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad \mathbf{I} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0: a nyugalmi tömeg
c: a fénysebesség

A teljes energia: $E = mc^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

A mozgási energia: $E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0c^2$, ha $v \ll c$, akkor $E_{\text{kin}} \approx \dfrac{1}{2}m_0v^2$

A nyugalmi energia: $E_0 = m_0c^2$

Tömegdefektus

M nyugalmi tömeg m-re való csökkenése

$(M - m)c^2 = \Delta E = \Delta mc^2$

energia felszabadulásával jár.

9.1. A Nemzetközi Mértékegysé

9.1.1. Alapmennyiségek és alapeg

	A mennyisé
neve	
hosszúság	
tömeg	
idő	
elektromos áramerősség	
termodinamikai hőmérséklet	
anyagmennyiség	
fényerősség	

9.1.2. Kiegészítő mennyiségek és

	A kiegészítő men
neve	
síkszög	
térszög	

9.1.3. Az alapegységek definíciój

A hosszúság mértékegysége a m
Egy méter az a távolság, amely
tesz meg.

A tömeg mértékegysége a kilogr
Egy kilogramm az 1889-ben m
etalonnak elfogadott platina-iridi

Az idő mértékegysége a másodp
Egy másodperc az alapállapotú
menethez tartozó sugárzás 9 192

Az elektromos áramerősség mér
Egy amper annak az állandó ár
vékony, kör keresztmetszetű, eg
molva, közöttük méterenként 2 ·

A termodinamikai hőmérséklet n
Egy kelvin a víz hármaspontja t

Az anyagmennyiség mértékegys
Egy mól az az anyagmennyiség
van 12 g ^{12}C-ben.

9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI) (Système International d'Unités)

9.1.1. Alapmennyiségek és alapegységek

A mennyiség			Az SI-egység	
neve	jele	dimenzió jele	neve	jele
hosszúság	l	L	méter	m
tömeg	m	M	kilogramm	kg
idő	t	T	másodperc (szekundum)	s
elektromos áramerősség	I	I	amper	A
termodinamikai hőmérséklet	T	Θ	kelvin	K
anyagmennyiség	n	N	mól	mol
fényerősség	I_v	J	kandela	cd

9.1.2. Kiegészítő mennyiségek és kiegészítő egységek

A kiegészítő mennyiségek			A kiegészítő egységek	
neve	jele	dimenzió jele	neve	jele
síkszög	α, β	1	radián	rad
térszög	Ω, ω	1	szteradián	sr

9.1.3. Az alapegységek definíciója

A hosszúság mértékegysége a méter (m).

Egy méter az a távolság, amelyet a vákuumban terjedő fény 1/299 792 458 másodperc alatt tesz meg.

A tömeg mértékegysége a kilogramm (kg).

Egy kilogramm az 1889-ben megtartott Első Általános Súly- és Mértékügyi Értekezlet által etalonnak elfogadott platina-irídium henger tömege.

Az idő mértékegysége a másodperc (s).

Egy másodperc az alapállapotú cézium (^{133}Cs) atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenethez tartozó sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama.

Az elektromos áramerősség mértékegysége az amper (A).

Egy amper annak az állandó áramnak az erőssége, amely két végtelen hosszú, párhuzamos, vékony, kör keresztmetszetű, egymástól 1 méter távolságban, vákuumban levő vezetőben áramolva, közöttük méterenként $2 \cdot 10^{-7}$ N erőt létesít.

A termodinamikai hőmérséklet mértékegysége a kelvin (K).

Egy kelvin a víz hármaspontja termodinamikai hőmérsékletének 1/273,16-szorosa.

Az anyagmennyiség mértékegysége a mól (mol).

Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van 12 g ^{12}C-ben.

A fényerősség mértékegysége a kandela (cd).
Egy kandela annak a fényforrásnak a fényerőssége adott irányban, amelyik $540 \cdot 10^{12}$ Hz frekvenciájú monokromatikus fényt sugároz ki 1/683 watt/szteradián intenzitással az adott irányban.

9.1.4. A kiegészítő egységek definíciója

A síkszög egysége a radián (rad).
Egy radián a kör sugarával megegyező ívhosszhoz tartozó középponti síkszög.

A térszög egysége a szteradián (sr).
Egy szteradián a gömbsugár négyzetével megegyező területű gömbsüveghez tartozó középponti térszög.

9.1.5. Önálló nevű származtatott mértékegységek

A mennyiség neve	A mértékegység			
	neve	jele	kifejezése	
			szokásos egységekkel	alapmennyiségekkel
frekvencia	hertz	Hz	1/s	1/s
erő	newton	N	$m \cdot kg/s^2$	$m \cdot kg/s^2$
nyomás	pascal	Pa	N/m^2	$kg/(m \cdot s^2)$
energia	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg/s^2$
teljesítmény	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg/s^3$
elektromos töltés	coulomb	C	$A \cdot s$	$A \cdot s$
elektromos feszültség	volt	V	W/A	$m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A)$
elektromos kapacitás	farad	F	C/V	$s^4 \cdot A^2/(m^2 \cdot kg)$
elektromos ellenállás	ohm	Ω	V/A	$m^2 \cdot kg/(s^3 \cdot A^2)$
elektromos vezetőképesség	siemens	S	1/Ω	$s^3 \cdot A^2/(m^2 \cdot kg)$
mágneses fluxus	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A)$
mágneses indukció	tesla	T	Wb/m^2	$kg/(s^2 \cdot A)$
induktivitás	henry	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg/(s^2 \cdot A^2)$
fényáram	lumen	lm	$cd \cdot sr$	$cd \cdot sr$
megvilágítás	lux	lx	lm/m^2	$cd \cdot sr/m^2$
katalitikus aktivitás	katal	kat	mol/s	mol/s
radioaktív sugárforrás aktivitása	becquerel	Bq	1/s	1/s
elnyelt sugárdózis	gray	Gy	J/kg	m^2/s^2
dózisegyenérték	sievert	Sv	J/kg	m^2/s^2

9.1.6. Az SI-mértékegységren

A gyakorlatban előfordulnak
Ezek egy része korlátozások
nálható (B jelűek) vagy nem

Neve
hosszúságegységek
ångström
csillagászati egység
fényév
parsec
amerikai mérföld
amerikai tengeri mérföld
hivatalos angol mérföld
angol tengeri mérföld
tipográfiai pont
cicero (12 tipográfiai pont)
yard
foot (láb)
inch, hüvelyk, col
mil
terület-mértékegységek
hektár
négyszögöl (bécsi négyszögöl
katasztrális hold (1600 □-öl)
magyar hold (1200 □-öl)
acre
térfogategységek
liter
bécsi akó
magyar akó
magyar icce
barrel (hordó) olaj esetén
gallon olaj esetén
pint

nyban, amelyik $540 \cdot 10^{12}$ Hz frek-
radián intenzitással az adott irány-

középponti síkszög.

etű gömbsüveghez tartozó közép-

mértékegység	
kifejezése	
szokásos egységekkel	alapmennyiségekkel
s	1/s
· kg/s²	m · kg/s²
m²	kg/(m · s²)
· m	m² · kg/s²
	m² · kg/s³
· s	A · s
/A	m² · kg/(s³ · A)
V	s⁴ · A²/(m² · kg)
A	m² · kg/(s³ · A²)
Ω	s³ · A²/(m² · kg)
· s	m² · kg/(s² · A)
b/m²	kg/(s² · A)
b/A	m² · kg/(s² · A²)
· sr	cd · sr
/m²	cd · sr/m²
l/s	mol/s
s	1/s
g	m²/s²
g	m²/s²

9.1.6. Az SI-mértékegységrendszeren kívüli mértékegységek

A gyakorlatban előfordulnak az SI-hez nem tartozó mértékegységek.
Ezek egy része korlátozások nélkül használható (A jelűek) vagy csak adott szakterületen használható (B jelűek) vagy nem használható (C jelűek).

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
hosszúságegységek			
ångström	Å	10^{-10} m	C
csillagászati egység	au, ua, Cs. E.	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ m	B
fényév	ly	$9{,}460\,53 \cdot 10^{15}$ m	B
parsec	ps, pc	$3{,}0857 \cdot 10^{16}$ m	B
amerikai mérföld		$1{,}609\,35 \cdot 10^{3}$ m	C
amerikai tengeri mérföld		$1{,}853\,24 \cdot 10^{3}$ m	C
hivatalos angol mérföld		$1{,}609\,35 \cdot 10^{3}$ m	C
angol tengeri mérföld		$1{,}853\,18 \cdot 10^{3}$ m	C
tipográfiai pont		$3{,}76 \cdot 10^{-4}$ m	B
cicero (12 tipográfiai pont)		$4{,}512 \cdot 10^{-3}$ m	B
yard	yd	0,9144 m	C
foot (láb)	ft	0,3048 m	C
inch, hüvelyk, col	in	$2{,}54 \cdot 10^{-2}$ m	C
mil	mil	$2{,}54 \cdot 10^{-5}$ m	C
terület-mértékegységek			
hektár	ha	10^{4} m²	B
négyszögöl (bécsi négyszögöl)	□-öl	3,596 651 m²	C
katasztrális hold (1600 □-öl)	kh	5 754,64 m²	C
magyar hold (1200 □-öl)	mh	4 315,98 m²	C
acre		$4{,}046\,856 \cdot 10^{3}$ m²	C
térfogategységek			
liter	l	$1 \cdot 10^{-3}$ m³	A
bécsi akó		$5{,}659 \cdot 10^{-2}$ m³	C
magyar akó		$5{,}43 \cdot 10^{-2}$ m³	C
magyar icce		$8{,}484 \cdot 10^{-4}$ m³	C
barrel (hordó) olaj esetén		$1{,}587 \cdot 10^{-1}$ m³	C
gallon olaj esetén		$3{,}785 \cdot 10^{-3}$ m³	C
pint		$5{,}683 \cdot 10^{-4}$ m³	C

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
szögegységek			
ívfok	$\ldots^{\circ}$	$\pi/180 = 1{,}745 \cdot 10^{-2}$ rad	A
ívperc	$\ldots'$	$\pi/(180 \cdot 60) = 2{,}908 \cdot 10^{-4}$ rad	A
ívmásodperc	$\ldots''$	$\pi/(180 \cdot 60 \cdot 60) = 4{,}848 \cdot 10^{-6}$ rad	A
gon (újfok)	gon, $\ldots^{g}$	$\pi/200 = 1{,}57 \cdot 10^{-2}$ rad	B
újperc	$\ldots^{cg}$, $\ldots^{c}$	$\pi/(200 \cdot 100) = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ rad	B
ezredújfok	$\ldots^{mg}$	$\pi/(200 \cdot 1000) = 1{,}57 \cdot 10^{-5}$ rad	B
újmásodperc	$\ldots^{cc}$	$\pi/(200 \cdot 10000) = 1{,}57 \cdot 10^{-6}$ rad	B
időmértékegységek			
perc	min	60 s	A
óra	h	3 600 s	A
nap	d	86 400 s	A
sebességegységek			
km/h		0,2777 m/s	A
mérföld/óra (amerikai)	mph	0,447 m/s	C
tömegegységek			
metrikus karát		$2 \cdot 10^{-4}$ kg	C
mázsa	q	$1 \cdot 10^{2}$ kg	C
tonna	t	$1 \cdot 10^{3}$ kg	A
font	lb	0,4536 kg	C
uncia	oz	0,02835 kg	C
erőegységek			
dyn		$1 \cdot 10^{-5}$ N	B
pond		$9{,}8066 \cdot 10^{-3}$ N	C
kilopond	kp	9,8066 N	C
nyomásegységek			
torr	torr	133,322 Pa	C
higanymilliméter	Hgmm	133,322 Pa	C
technikai atmoszféra	at	98 066,5 Pa	C
fizikai atmoszféra	atm	760 torr = 101 325 Pa	C
bar	bar	10^{5} Pa	B

Neve
munka-, energiaegységek
elektronvolt
erg
literatmoszféra, fizikai
literatmoszféra, technikai
méterkilopond
wattóra
lóerőóra
kalória
teljesítményegységek
erg/szekundum
lóerő
voltamper
voltamper reaktív
mkp/s
kcal/h
viszkozitásegységek
poise
stokes
hőmérsékletegységek
Celsius-fok
Réaumur-fok
Fahrenheit-fok
elektromos egységek
biot
franklin
gauss
maxwell
oersted
sugárfizikai mennyiségek
curie
rad
röntgen
hangnyomásmennyiségek
bel ($\lg(p/p_0)$)
decibel ($20 \cdot \lg(p/p_o)$)
neper 8,685 89 db
phon ($10 \cdot \lg(I/I_0)$)

ezése SI-egységgel	
$1{,}745 \cdot 10^{-2}$ rad	A
$2{,}908 \cdot 10^{-4}$ rad	A
$4{,}848 \cdot 10^{-6}$ rad	A
$= 1{,}57 \cdot 10^{-2}$ rad	B
$= 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ rad	B
$= 1{,}57 \cdot 10^{-5}$ rad	B
$= 1{,}57 \cdot 10^{-6}$ rad	B
60 s	A
3600 s	A
86400 s	A
0,2777 m/s	A
0,447 m/s	C
$2 \cdot 10^{-4}$ kg	C
$1 \cdot 10^{2}$ kg	C
$1 \cdot 10^{3}$ kg	A
0,4536 kg	C
0,02835 kg	C
$1 \cdot 10^{-5}$ N	B
$9{,}8066 \cdot 10^{-3}$ N	C
9,8066 N	C
133,322 Pa	C
133,322 Pa	C
98066,5 Pa	C
760 torr = 101325 Pa	C
10^{5} Pa	B

Neve	Jelölés	Kifejezése SI-egységgel	
munka-, energiaegységek			
elektronvolt	eV	$1{,}602\,18 \cdot 10^{-19}$ J	B
erg	erg	$1 \cdot 10^{-7}$ J	B
literatmoszféra, fizikai	l · atm	$1{,}013\,28 \cdot 10^{2}$ J	C
literatmoszféra, technikai	l · at	$0{,}980\,665 \cdot 10^{2}$ J	C
méterkilopond	mkp	9,806 65 J	C
wattóra	Wh	$3{,}6 \cdot 10^{3}$ J	A
lóerőóra	LEh	$2{,}6478 \cdot 10^{6}$ J	C
kalória	cal	4,1868 J	C
teljesítményegységek			
erg/szekundum	erg/s	$1 \cdot 10^{-7}$ W	B
lóerő	LE	735,5 W	C
voltamper	VA	1 W	B
voltamper reaktív	var	1 W	B
mkp/s	mkp/s	9,8065 W	C
kcal/h	kcal/h	1,163 W	C
viszkozitásegységek			
poise	P	10^{-1} Pa · s	C
stokes	St	10^{-4} m^2/s	C
hőmérsékletegységek			
Celsius-fok	°C	1 K	A
Réaumur-fok	°R	$0{,}8 \cdot (t)_{°C}$	C
Fahrenheit-fok	°F	$1{,}8 \cdot (t)_{°C} + 32$	C
elektromos egységek			
biot	Bi	10 A	B
franklin	Fr	$(1/3) \cdot 10^{-9}$ C	B
gauss	G	10^{-4} T	B
maxwell	M	10^{-8} Wb	B
oersted	Oe	$(10^3/4\pi)$ A/m	B
sugárfizikai mennyiségek			
curie	Ci	$3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq	C
rad	rd	10^{-2} Gy	C
röntgen	R	$2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Ci/kg	C
hangnyomásmennyiségek			
bel ($\lg(p/p_0)$)	B	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
decibel ($20 \cdot \lg(p/p_o)$)	dB	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
neper 8,685 89 db	Np	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A
phon ($10 \cdot \lg(I/I_0)$)	phon	Nem helyettesíthetők SI-mértékegységekkel	A

9.2. Prefixumok

Előtag	Jele	Neve	Értéke
yotta-	Y	kvadrillió	10^{24}
zetta-	Z	ezertrillió	10^{21}
exa-	E	trillió	10^{18}
peta-	P	ezerbillió	10^{15}
tera-	T	billió	10^{12}
giga-	G	milliárd	10^{9}
mega-	M	millió	10^{6}
kiló-	k	ezer	10^{3}
hekto-*	h	száz	10^{2}
deka-*	da	tíz	10^{1}

Előtag	Jele	Neve	Értéke
yocto-	y	kvadrilliomod	10^{-24}
zepto-	z	ezertrilliomod	10^{-21}
atto-	a	trilliomod	10^{-18}
femto-	f	ezerbilliomod	10^{-15}
piko-	p	billiomod	10^{-12}
nano-	n	ezermilliomod	10^{-9}
mikro-	μ	milliomod	10^{-6}
milli-	m	ezred	10^{-3}
centi-*	c	század	10^{-2}
deci-*	d	tized	10^{-1}

* Ennek a négy prefixumnak a használata csak az alábbi kivételes esetekben ajánlott:

Mértékegység	Jele
hektoliter	hl vagy hL
hektopascal	hPa
dekagramm	dag vagy dkg
deciliter	dl vagy dL
deciméter	dm
centiméter	cm
centigramm	cg
centiliter	c vagy cl
centigray	cGy
centisievert	cSv

Az alábbi egységekhez tilos prefixumot kapcsolni:
– fok, ívperc, ívmásodperc
– perc, óra, nap, hét, hónap, év
– Celsius-fok
– csillagászati egység, parsec, fényév, tengeri mérföld
– hektár

9.2.1. Nagyon kis arányok kifejezése

Régebben a nagyon kis arányok kifejezésére a *part per...* alakú kifejezéseket használták:
ppm: milliomodrész; pphm: százmilliomodrész; ppb: billiomodrész.
Ezek helyett a megfelelő prefixumos alakokat kell használni.

9.2.2. Ajánlott prefixumok nagyon kicsi és nagyon nagy mennyiségek kifejezésére

Neve	Jele	Értéke
yototta	Ya	10^{48}
zetotta	Za	10^{45}
exotta	Ea	10^{42}
petotta	Pa	10^{39}
terotta	Ta	10^{36}
gigotta	Ga	10^{33}
megotta	Ma	10^{30}
kilotta	Ka	10^{27}

Neve	Jele	Értéke
yocotto	yo	10^{-48}
zepocto	zo	10^{-45}
attocto	ao	10^{-42}
femocto	fo	10^{-39}
picocto	po	10^{-36}
nanocto	no	10^{-33}
micocto	mo	10^{-30}
milocto	mo	10^{-27}

9.2.3. Bináris prefixumok

Az IEC (International Electrotechnical Com
ights and Measures) és az IEEE (Institute of

Neve	Jele	Értéke
kibi	Ki	2^{10}
mebi	Mi	2^{20}
gibi	Gi	2^{30}
tebi	Ti	2^{40}
pebi	Pi	2^{50}
exbi	Ei	2^{60}

9.3. Fontosabb fizikai állandók

9.3.1. Univerzális állandók

Az állandó neve	
fénysebesség (vákuumban)	
a vákuum dielektromos állandója	
a vákuum permeabilitása	
gravitációs állandó	
Planck-állandó	
a vákuum impedanciája	

9.3.2. Fizikai-kémiai állandók

Az állandó neve	Szárm
atomi tömegegység	$m_u = (1/$
atomi tömegegység energiaértéke	$E =$
	$E =$
Avogadro-állandó	
Boltzmann-állandó	$k =$
Faraday-állandó	$F =$
Loschmidt-szám (0 °C, 101 325 Pa)	$N_L =$
univerzális gázállandó	
Stefan–Boltzman-állandó	$\sigma = \frac{(}{}$
Wien-állandó	$b = \frac{(}{4,9}$
Ideális gáz moláris térfogata (0 °C, 101 325 Pa)	$V_m =$

Jele	Neve	Értéke
y	kvadrilliomod	10^{-24}
z	ezertrilliomod	10^{-21}
a	trilliomod	10^{-18}
f	ezerbilliomod	10^{-15}
p	billiomod	10^{-12}
n	ezermilliomod	10^{-9}
μ	milliomod	10^{-6}
m	ezred	10^{-3}
c	század	10^{-2}
d	tized	10^{-1}

ételes esetekben ajánlott:

bbi egységekhez tilos prefixumot
lni:
ívperc, ívmásodperc
, óra, nap, hét, hónap, év
ius-fok
agászati egység, parsec, fényév,
mérföld
ár

akú kifejezéseket használták:
billiomodrész.

yiségek kifejezésére

	Jele	Értéke
tto	yo	10^{-48}
cto	zo	10^{-45}
to	ao	10^{-42}
cto	fo	10^{-39}
to	po	10^{-36}
cto	no	10^{-33}
cto	mo	10^{-30}
to	mo	10^{-27}

9.2.3. Bináris prefixumok

Az IEC (International Electrotechnical Commission) ajánlása, egyeztetve a CIMP (International Committee for Weights and Measures) és az IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers) szervezetekkel.

Neve	Jele	Értéke
kibi	Ki	2^{10}
mebi	Mi	2^{20}
gibi	Gi	2^{30}
tebi	Ti	2^{40}
pebi	Pi	2^{50}
exbi	Ei	2^{60}

Néhány példa a használatra:

1 kibibit	1 kibit = 2^{10} bit = 1024 bit
1 kibibájt	1 kiB = 2^{10} B = 1024 B
1 mebibit	1 Mibit = 2^{20} bit = 1 048 576 bit
1 mebibájt	1 MiB = 2^{20} B = 1 048 576 B

9.3. Fontosabb fizikai állandók

9.3.1. Univerzális állandók

Az állandó neve	Jele	Egysége	Pontos értéke	Gyakorlatban használt értéke
fénysebesség (vákuumban)	c	m/s	299 792 458	$3 \cdot 10^{8}$
a vákuum dielektromos állandója	ε_0	$A \cdot s/(V \cdot m)$	$8{,}854\,187\,817 \cdot 10^{-12}$	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$
a vákuum permeabilitása	μ_0	$V \cdot s/(A \cdot m)$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$12{,}57 \cdot 10^{-7}$
gravitációs állandó	γ	$m^3/(kg \cdot s^2)$	$6{,}673\,(10) \cdot 10^{-11}$	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$
Planck-állandó	h	$J \cdot s$	$6{,}626\,068\,76 \cdot 10^{-34}$	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$
a vákuum impedanciája	Z_0	Ω	376,730 313 461	377

9.3.2. Fizikai-kémiai állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke	Gyakorlatban használt értéke
atomi tömegegység	$m_u = (1/12)m(^{12}C)$	m_u	kg	$1{,}660\,538\,73 \cdot 10^{-27}$	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$
atomi tömegegység energiaértéke	$E = m_u \cdot c^2$	E_{m_u}	J	$1{,}492\,417\,78 \cdot 10^{-10}$	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$
	$E = m_u \cdot c^2$	E_{m_u}	MeV	931,494 013	931,5
Avogadro-állandó		N_A	1/mol	$6{,}022\,141\,99 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$
Boltzmann-állandó	$k = R/N_A$	k	J/K	$1{,}380\,6503 \cdot 10^{-23}$	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$
Faraday-állandó	$F = N_A \cdot e$	F	C/mol	96 485,3415	96 500
Loschmidt-szám (0 °C, 101 325 Pa)	$N_L = N_A/V_m$	N_L	$1/m^3$	$2{,}686\,7775 \cdot 10^{25}$	$2{,}7 \cdot 10^{25}$
univerzális gázállandó		R	$\frac{J}{mol \cdot K}$	8,314 472	8,31
Stefan–Boltzman-állandó	$\sigma = \frac{(\pi^2/60)k^4}{\hbar^3 c^2}$	σ	$\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$	$5{,}670\,400 \cdot 10^{-8}$	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$
Wien-állandó	$b = \frac{(h \cdot c)/k}{4{,}965\,114\,231}$	b	$m \cdot K$	$2{,}897\,7686 \cdot 10^{-3}$	$2{,}9 \cdot 10^{-3}$
Ideális gáz moláris térfogata (0 °C, 101 325 Pa)	$V_m = R \cdot T/p$	V_m	$\frac{dm^3}{mol}$	22,413 996	22,41

9.3.3. Elektromágneses állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke
Bohr-magneton	$\mu_B = e \cdot h/2m_e$	μ_B	J/T	$927{,}400\,899\,(37) \cdot 10^{-26}$
elemi töltés		e	C	$1{,}602\,176\,462\,(63) \cdot 10^{-19}$
Josephson-állandó	$K_J = 2e/h$	K_J	Hz/V	$483\,597{,}898\,(19) \cdot 10^{9}$
mágneses fluxuskvantum	$\Phi_0 = h/2e$	Φ_0	Wb	$2{,}067\,833\,636\,(81) \cdot 10^{-15}$
magmagneton	$\mu_N = e \cdot h/2m_p$	μ_N	J/T	$5{,}050\,783\,17\,(20) \cdot 10^{-27}$
von Klitzing-állandó	$R_K = h/e^2$	R_K	Ω	25 812,807 572 (95)

9.3.4. Megállapított standard értékek

Az állandó neve	Származtatása	Jele és egysége	Pontos értéke
a ^{12}C moláris tömege	$M(^{12}C) = N_A m(^{12}C)$	$M(^{12}C)$ kg/mol	$12 \cdot 10^{-3}$
gravitációs gyorsulás normálértéke		g_N (m/s^2)	9,806 65
légköri nyomás		p (Pa)	101 325

9.3.5. Atomfizikai állandók

Az állandó neve	Származtatása	Jele	Egysége	Pontos értéke
alfa részecske tömege		m_α	kg	$6{,}644\,655\,98\,(52) \cdot 10^{-27}$
alfa részecske tömege		m_α	m_u	4,001 506 1747 (10)
Bohr-sugár	$a_0 = \dfrac{\alpha}{4\pi \cdot R_\alpha}$	a_0	m	$0{,}529\,177\,2083\,(19) \cdot 10^{-10}$
elektronsugár (klasszikus)	$r_e = \alpha^2 \cdot a_0$	r_e	m	$2{,}817\,940\,285\,(31) \cdot 10^{-15}$
elektron Compton-hullámhossza	$\lambda_C = \dfrac{h}{m_e \cdot c}$	λ_C	m	$2{,}426\,310\,215\,(18) \cdot 10^{-12}$
deutérium tömege		m_D	kg	$3{,}343\,583\,09\,(26) \cdot 10^{-27}$
elektron g faktor		g_e		$-2{,}002\,319\,304\,3737\,(82)$
elektron mágneses momentuma		μ_e	J/T	$-928{,}476\,362\,(37) \cdot 10^{-26}$
elektron tömege		m_e	kg	$9{,}109\,381\,88\,(72) \cdot 10^{-31}$
elektron tömege		m_e	m_u	$5{,}485\,799\,110\,(12) \cdot 10^{-4}$
müon tömege		m_μ	kg	$1{,}883\,531\,09\,(16) \cdot 10^{-28}$
neutron Compton-hullámhossza	$\lambda_{C,n} = h/m_n \cdot c$	$\lambda_{C,n}$	m	$1{,}319\,590\,898\,(10) \cdot 10^{-15}$
neutron g faktor	$g_N = \dfrac{2\mu_n}{e \cdot h/2m_p}$	g_n		$-3{,}826\,085\,45\,(90)$
neutron tömege		m_n	kg	$1{,}674\,927\,16\,(13) \cdot 10^{-27}$
neutron tömege		m_n	m_u	1,008 664 915 (55)
proton Compton-hullámhossza	$\lambda_{C,p} = h/(m_p \cdot c)$	$\lambda_{C,p}$	m	$1{,}321\,409\,847\,(10) \cdot 10^{-15}$
proton g faktor	$g_P = 2\mu_p/\mu_n$	g_p		$-3{,}826\,085\,45\,(90)$
proton tömege		m_p	kg	$1{,}672\,621\,58\,(13) \cdot 10^{-27}$
proton tömege		m_p	m_u	1,007 276 466 (13)
Rydberg-állandó	$R_\alpha = \alpha^2 \cdot m_e \cdot c/2h$	R_α	$\dfrac{1}{m}$	10 973 731,568 549 (83)

9.4. A víz (vízgőz, jég) fonto

sűrűség
0 °C-on víz
0 °C-on jég
legnagyobb sűrűség 4 °C-on 1
20 °C-on
100 °C-on
fagyáspont
101 325 Pa-on
forráspont
101 325 Pa-on
hármaspont értékei
608 Pa
kritikus pont értékei:
hőmérséklet
nyomás
sűrűség
törésmutató
101 325 Pa nyomású levegőre
vonatkoztatva, Na_D = 589,3 n
víz 20 °C-on
jég 0 °C-on
rendes sugár
rendellenes sugár
longitudinális hullám terjedési s
20 °C-on
viszkozitás
20 °C-on
felületi feszültség
levegő környezetben
20 °C-on
relatív dielektromos állandó
rádiófrekvenciákon 20 °C-on
fajhő
0 °C-on
20 °C-on
vízgőz
100 °C-on
jég
0 °C-on
párolgáshő
(101 325 Pa-on)
0 °C-on
20 °C-on
100 °C-on
olvadáshő
(101 325 Pa-on)
0 °C-on

ysége	Pontos értéke
Γ	927,400 899 (37) · 10^{-26}
	1,602 176 462 (63) · 10^{-19}
/V	483 597,898 (19) · 10^{9}
)	2,067 833 636 (81) · 10^{-15}
Γ	5,050 783 17 (20) · 10^{-27}
	25 812,807 572 (95)

	Jele és egysége	Pontos értéke
	$M(^{12}C)$ kg/mol	12 · 10^{-3}
	g_N (m/s^2)	9,806 65
	p (Pa)	101 325

Egy-ség	Pontos értéke
kg	6,644 655 98 (52) · 10^{-27}
m_u	4,001 506 1747 (10)
m	0,529 177 2083 (19) · 10^{-10}
m	2,817 940 285 (31) · 10^{-15}
m	2,426 310 215 (18) · 10^{-12}
kg	3,343 583 09 (26) · 10^{-27}
	−2,002 319 304 3737 (82)
J/T	−928,476 362 (37) · 10^{-26}
kg	9,109 381 88 (72) · 10^{-31}
m_u	5,485 799 110 (12) · 10^{-4}
kg	1,883 531 09 (16) · 10^{-28}
m	1,319 590 898 (10) · 10^{-15}
	−3,826 085 45 (90)
kg	1,674 927 16 (13) · 10^{-27}
m_u	1,008 664 915 (55)
m	1,321 409 847 (10) · 10^{-15}
	−3,826 085 45 (90)
kg	1,672 621 58 (13) · 10^{-27}
m_u	1,007 276 466 (13)
$\frac{1}{m}$	10 973 731,568 549 (83)

9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai

sűrűség	
0 °C-on víz	999,868 kg/m^3
0 °C-on jég	920 kg/m^3
legnagyobb sűrűség 4 °C-on	1000 kg/m^3
20 °C-on	998,230 kg/m^3
100 °C-on	958,38 kg/m^3
fagyáspont	
101 325 Pa-on	0,00 °C
forráspont	
101 325 Pa-on	100,00 °C
hármaspont értékei	
608 Pa	273,16 K
kritikus pont értékei:	
hőmérséklet	374,15 °C
nyomás	22,06 MPa
sűrűség	326 kg/m^3
törésmutató	
101 325 Pa nyomású levegőre vonatkoztatva, Na_D = 589,3 nm-en	
víz 20 °C-on	1,332 988
jég 0 °C-on	
rendes sugár	1,309 10
rendellenes sugár	1,310 50
longitudinális hullám terjedési sebessége	
20 °C-on	1483 m/s
viszkozitás	
20 °C-on	1,002·10^{-3} Pa·s
felületi feszültség	
levegő környezetben	
20 °C-on	0,0727 N/m
relatív dielektromos állandó	
rádiófrekvenciákon 20 °C-on	81
fajhő	
0 °C-on	4,218 kJ/(kg·K)
20 °C-on	4,182 kJ/(kg·K)
vízgőz	
100 °C-on	2,135 kJ/(kg·K)
jég	
0 °C-on	2,039 kJ/(kg·K)
párolgáshő	
(101 325 Pa-on)	
0 °C-on	2,50 MJ/kg
20 °C-on	2,45 MJ/kg
100 °C-on	2,26 MJ/kg
olvadáshő	
(101 325 Pa-on)	
0 °C-on	0,334 MJ/kg

9.5. A levegő fontosabb adatai

sűrűség		
(101 325 Pa-on)		
0 °C-on	1,293 kg/m^3	
20 °C-on	1,205 kg/m^3	
100 °C-on	0,946 kg/m^3	
longitudinális hullám terjedési sebessége		
0 °C-on	331,8 m/s	
20 °C-on	343,8 m/s	
100 °C-on	387,2 m/s	
abszolút törésmutató		
0 °C-on, 101 325 Pa nyomáson		
λ_{NaD} = 589,3 nm-en	1,000 292	
relatív dielektromos állandó		
0 °C-on 101 325 Pa nyomáson	1,000 594	
kritikus pont értékei		
hőmérséklet	−140,6 °C = 132,5 K	
nyomás	3,7 MPa	
sűrűség	350 kg/m^3	
hővezetési együttható		
18 °C-on	0,0242 J/(m·K·s)	
dinamikus viszkozitása		
20 °C-on	1,820·10^{-5} Pa·s	
fajhő		
0 °C-on		
c_p	997 J/(kg · K)	
c_v	712 J/(kg · K)	
olvadáspont	−220 °C = 53 K	
forráspont	−192 °C = 81 K	
forráshő	209 kJ/kg	
összetétele	térfogat%	tömeg%
nitrogén	78,09	75,52
oxigén	20,95	23,15
argon	0,93	1,28
szén-dioxid	0,0320	0,05
hidrogén	0,000 05	0,000 004

További adatok a 314. oldalon találhatók.

9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el

W. **Gilbert** (angol, 1544–1603)	$Gb = 10/4\pi$ A	magnetomotoros erő
G. **Galilei** (olasz, 1564–1642)	$gal = 0{,}01$ m/s^2	gyorsulás
E. **Torricelli** (olasz, 1608–1647)	torr = 133,3 Pa	nyomás
B. **Pascal** (francia, 1623–1662)	Pa = N/m^2	nyomás
I. **Newton** (angol, 1643–1727)	N = kg · m/s^2	erő
R. A. F. **Réaumur** (francia, 1683–1757)	°R	a hőmérséklet tapasztalati mértékegységei
G. D. **Fahrenheit** (német, 1686–1736)	°F	
A. **Celsius** (svéd, 1701–1744)	°C	
B. **Franklin** (amerikai, 1706–1790)	Fr = $1/(3 \cdot 10^9)$ C	elektromos töltés
C. A. **Coulomb** (francia, 1736–1806)	C = A · s	elektromos töltés
J. **Watt** (angol, 1736–1819)	W = J/s	teljesítmény
A. **Volta** (olasz, 1745–1827)	V = J/C	feszültség
J. B. **Biot** (francia, 1774–1862)	Bi = 10 A	elektromos áram
A. M. **Ampère** (francia, 1775–1836)	A	elektromos áram
H. C. **Oersted** (dán, 1777–1851)	Oe = $10^3/(4\pi)$ A/m	mágneses térerősség
C. F. **Gauss** (német, 1777–1855)	G = 10^{-4} T	mágneses indukció
G. S. **Ohm** (német, 1787–1854)	Ω = V/A	ellenállás
M. **Faraday** (angol, 1791–1867)	F = A · s/V	kapacitás
J. **Henry** (amerikai, 1797–1878)	H = V · s/A	induktivitás
J. L. M. **Poiseuille** (francia, 1799–1869)	P = 10^{-1} Pa · s	dinamikai viszkozitás
W. E. **Weber** (német, 1804–1891)	Wb = V · s	mágneses fluxus
A. J. **Ångström** (svéd, 1814–1874)	Å = 10^{-10} m	hosszúság
W. **Siemens** (német, 1816–1892)	S = A/V	vezetőképesség
J. P. **Joule** (angol, 1818–1889)	J = N · m	energia
G. G. **Stokes** (angol, 1819–1903)	St = 10^{-4} m^2/s	kinematikai viszkozitás
R. J. **Clausius** (német, 1822–1888)	Cl = 4,187 J/K	entrópia
W. **Thomson** (Lord Kelvin, angol, 1824–1907)	K	abszolút hőmérséklet
J. C. **Maxwell** (angol, 1831–1879)	M = 10^{-8} Wb	mágneses fluxus

W. C. **Röntgen** (német, 1845–192		
L. **Eötvös** (magyar, 1848–1919)		
H. A. **Becquerel** (francia, 1852–1		
N. **Tesla** (szerb, 1856–1943)		
H. **Hertz** (német, 1857–1894)		
P. **Curie** (francia, 1859–1906)		
Mme **Curie** (lengyel, 1867–1934)		
N. **Bohr** (dán, 1885–1962)		
R. **Sievert** (svéd, 1896–1966)		
E. **Fermi** (olasz, 1901–1954)		
L. H. **Gray** (angol, 1905–1965)		

9.7. Gázok normálállapotú sű

Név	ϱ (
ammónia	
argon	
acetilén (etin)	
n-bután	
cián	
dimetil-éter	
etán	
fluor	
hélium	
hidrogén	
deutérium	
trícium	
kén-dioxid	
kén-hidrogén	

neveztek el

A	magnetomotoros erő
l/s^2	gyorsulás
Pa	nyomás
	nyomás
^{2}	erő
	a hőmérséklet tapasztalati mértékegységei
0^9) C	elektromos töltés
	elektromos töltés
	teljesítmény
	feszültség
	elektromos áram
	elektromos áram
τ) A/m	mágneses térerősség
	mágneses indukció
	ellenállás
	kapacitás
	induktivitás
· s	dinamikai viszkozitás
	mágneses fluxus
	hosszúság
	vezetőképesség
	energia
/s	kinematikai viszkozitás
K	entrópia
	abszolút hőmérséklet
	mágneses fluxus

W. C. **Röntgen** (német, 1845–1923)	$R = 2{,}58 \cdot 10^{-4}$ C/kg	besugárzási dózis
L. **Eötvös** (magyar, 1848–1919)	$E = 10^{-11}$ gal/m	a nehézségi gyorsulás gradiense
H. A. **Becquerel** (francia, 1852–1908)	Bq = bomlás/másodperc	aktivitás
N. **Tesla** (szerb, 1856–1943)	$T = Wb/m^2$	mágneses indukció
H. **Hertz** (német, 1857–1894)	Hz = 1/s	frekvencia
P. **Curie** (francia, 1859–1906) Mme **Curie** (lengyel, 1867–1934)	Ci = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq	aktivitás
N. **Bohr** (dán, 1885–1962)	$\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ Am^2 Bohr-magneton	az elektron mágneses momentumának egysége
R. **Sievert** (svéd, 1896–1966)	S_v	dózisegyenérték
E. **Fermi** (olasz, 1901–1954)	$f = 10^{-15}$ m	hosszúság
L. H. **Gray** (angol, 1905–1965)	Gy = J/kg	elnyelési dózis

9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége (0 °C, 10^5 Pa)

Név	ϱ (kg/m^3)
ammónia	0,772
argon	1,782
acetilén (etin)	1,171
n-bután	2,503
cián	2,336
dimetil-éter	2,110
etán	1,356
fluor	1,695
hélium	0,179
hidrogén	0,0899
deutérium	0,180
trícium	0,270
kén-dioxid	2,858
kén-hidrogén	1,539

Név	ϱ (kg/m^3)
klór	3,220
kripton	3,740
levegő	1,293
metán	0,717
neon	0,900
nitrogén	1,251
oxigén	1,429
ózon	2,220
propán	2,019
sósavgáz	1,639
szén-dioxid	1,977
szén-monoxid	1,250
xenon	5,890
radon	9,074

9.8. Folyadékok sűrűsége 18 °C-on

Név	ϱ (kg/m^3)	Név	ϱ (kg/m^3)
aceton (dimetil-keton)	791	higany	13 546
etil-alkohol *(etanol)	789	*n*-hexán	659,5
metil-alkohol (metanol)	792	kenőolaj*	900...930
n-propil-alkohol (propan-1-ol)	804	kénsav (96%-os)	1840
i-propil-alkohol (propan-2-ol)	785	klórbenzol	1107
n-butil-alkohol (butan-1-ol)	810	kloroform	1489
i-amil-alkohol (pentan-3-ol)	809	méz	1390...1430
n-amil-alkohol (pentan-1-ol)	817	nitro-benzol	1205
i-butil-alkohol (butan-2-ol)	808	*n*-pentán*	626
ammóniaoldat (25%-os)	910	petróleum*	850
anilin	1022	salétromsav (65%-os)	1400
benzin	~ 740	sósav (37%-os)	1190
benzol	879	szén-diszulfid	1261
dioxán	1033	szén-tetraklorid	1589
ecetsav (etánsav)	1050	terpentinolaj	870
etil-acetát	901	toluol	866
éter (dietil-éter)	714	*m*-xilol	864,2
étolaj	918...925	víz*	998,2
gázolaj	~ 840	nehézvíz*	1105,3
glicerin	1260	tengervíz**	1025

*: 20 °C-on

**: 20 °C-on, 3,5%-os sótartalom esetén

9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége

Név	ϱ (kg/m^3)
aprószén	800...850
lignit	650...850
tőzeg, száraz	320...410
tőzeg, nedves	410...650
föld, száraz	1 100...1 600
föld, nedves	1 600...1 800
agyag, száraz	1 200...1 600
agyag, nedves	1 600...2 100
homok, finom, száraz	1 100...1 650
homok, finom, nedves	1 650...2 100
homok, durva	1 400...1 600

Név	ϱ (kg/m^3)
gránit, zúzott	1 800...2 500
mészkő, zúzott	1 500...1 800
búza	700...800
rozs	680...800
árpa	650...720
zab	400...550
kukorica, morzsolt	700...800
liszt	650...720
cukor, darabos	750...1 000
kősó	1 500...2 200
finomsó	650...1 500

9.10. Szilárd és folyékony elem

Név	ϱ (kg/m^3)
alumínium	2 702
antimon	6 691
arany	19 300
arzén	5 727
bárium	3 500
berillium	1 848
bizmut	9 747
bór	2 340
bróm	2 928
cérium	6 670
cézium	1 870
cink	7 140
cirkónium	6 530
diszprózium	8 536
erbium	9 051
európium	5 260
ezüst	10 500
foszfor (fehér)	1 820
foszfor (vörös)	2 200
gadolínium	7 895
gallium	5 904
germánium	5 350
hafnium	13 100
higany*	13 546
holmium	8 803
indium	7 310
irídium	22 420
itterbium	6 977

* 18 °C-on

Név	ϱ (kg/m³)
	13 546
	659,5
	900...930
-os)	1840
	1107
	1489
	1390...1430
	1205
	626
	850
65%-os)	1400
s)	1190
	1261
id	1589
	870
	866
	864,2
	998,2
	1105,3
	1025

év	ϱ (kg/m³)
t	1 800...2 500
ott	1 500...1 800
	700...800
	680...800
	650...720
	400...550
rzsolt	700...800
	650...720
s	750...1 000
	1 500...2 200
	650...1 500

9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége 20 °C-on

Név	ϱ (kg/m³)	Név	ϱ (kg/m³)	Név	ϱ (kg/m³)
alumínium	2 702	ittrium	4 450	plutónium	19 840
antimon	6 691	jód	4 930	polónium	9 142
arany	19 300	kadmium	8 642	prazeodímium	6 782
arzén	5 727	kalcium	1 530	rádium	5 000
bárium	3 500	kálium	862	rénium	21 020
berillium	1 848	kén (monoklin)	1 957	réz	8 920
bizmut	9 747	kén (rombos)	2 070	ródium	12 410
bór	2 340	kobalt	8 900	rubídium	1 532
bróm	2 928	króm	7 190	ruténium	12 370
cérium	6 670	lantán	6 146	stroncium	2 540
cézium	1 870	lítium	534	szamárium	7 536
cink	7 140	magnézium	1 738	szelén	4 810
cirkónium	6 530	mangán	7 430	szén (grafit)	2 260
diszprózium	8 536	molibdén	10 210	szén (gyémánt)	3 520
erbium	9 051	nátrium	974	szilícium	2 340
európium	5 260	neodímium	7 004	szkandium	2 992
ezüst	10 500	neptúnium	20 450	tallium	11 850
foszfor (fehér)	1 820	nikkel	8 902	tantál	16 600
foszfor (vörös)	2 200	nióbium	8 570	technécium	11 500
gadolínium	7 895	ólom	11 344	tellúr	6 250
gallium	5 904	ón (fehér ón, β ón)	7 310	terbium	8 219
germánium	5 350	ón (rideg ón, γ	6 540	titán	4 540
hafnium	13 100	ón, 162 °C felett)		tórium	11 660
higany*	13 546	ón (szürke ón, α	5 750	túlium	9 332
holmium	8 803	ón, 13,2 °C alatt)		urán	18 950
indium	7 310	ozmium	22 570	vanádium	6 110
irídium	22 420	palládium	12 020	vas	7 874
itterbium	6 977	platina	21 450	volfrám	19 300

* 18 °C-on

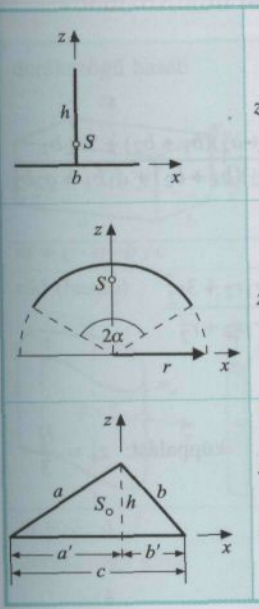
9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten

(Az anyagok jellegéből adódóan csak tájékoztató értékek.)

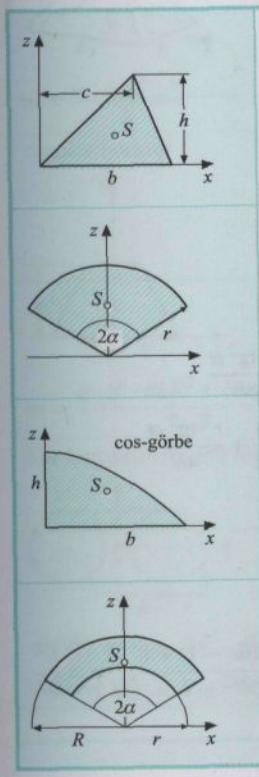
Név	ϱ (kg/m^3)
acél	7 800 ... 7 850
agyag	1 500 ... 2 700
állati rostok	1 200 ... 1 400
alumínium-oxid	~ 3 900
alumíniumötvözetek	2 600 ... 2 900
aszfalt	1 050 ... 1 380
bakelit	~ 1 335
balsafa	~ 200
bauxit	~ 2 600
bazalt	~ 2 800
berillium-oxid	3 000
beton	2 000 ... 2 800
bronz	7 200 ... 8 900
cement	3 100 ... 3 200
cinkötvözetek	5 000 ... 7 200
cirkon-karbid	6 800
cukor	~ 1 600
csillám	2 600 ... 3 200
ébenfa	~ 1 200
ebonit	1 150 ... 1 500
emberi test	1 010 ... 1 070
farostlemezek	450 ... 750
faszén	~ 1200
fémkerámiák	11 000 ... 12 500
fa (fenyő)	480 ... 620
fa (lombos)	700 ... 720
gránit	~ 2 900
gumi (feldolgozva)	1 000 ... 2 000
gumi (nyers)	~ 900
hó (friss)	~ 130
homokkő	1 900 ... 2 700
kerámiák	1 600 ... 3 900
korom	1 700 ... 1 800
magnéziumötvözetek	1 400 ... 1 800
márvány	~ 2 700
mészkő	2 600 ... 2 700
méz	~ 1440

Név	ϱ (kg/m^3)
nikkelötvözetek	7 800 ... 9 200
növényi rostok	1 300 ... 1 600
öntöttvas	7 100 ... 7 400
papír	700 ... 1 150
parafa	200 ... 500
paraffin	800 ... 900
polimerbeton	2 400 ... 2 500
porcelán	2 200 ... 2 500
rétegelt falemez	800 ... 900
samott-tégla	1 600 ... 1 900
sárgaréz	8 400 ... 8 600
szén (ásvány)	1 200 ... 1 700
szénrostok	1 700 ... 2 200
szénszálas műanyag	1 500 ... 1 600
szilícium-dioxid	2 600
szilícium-karbid	3 200
szilícium-nitrid	3 200
szilikáttégla	~ 1 900
szilikongumi	~ 1 250
szurok	~ 1100
szürkeöntvény	7 250
tantálötvözetek	16 600 ... 16 900
tégla	1 400 ... 1 600
titán-karbid	4 900
titánötvözetek	4 400 ... 5 100
üvegablak	2 400 ... 2 670
-flint	3 600 ... 4 700
-jénai	~ 2 600
-kvarc	~ 2 200
-ólom	2 600 ... 4 200
üvegszálas műanyag	1 300 ... 1 700
vasbeton	~ 2 400
volfrám-karbid	15 800
volfrámötvözetek	13 400 ... 19 600
zsír (sertés)	934 ... 938
zsírkő	2 600 ... 3 000

9.12. Homogén tömegeloszl



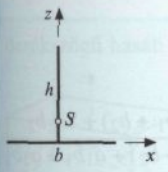
9.13. Homogén tömegeloszl



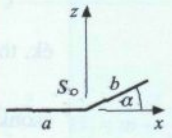
...írűsége szobahőmérsékleten

	ϱ (kg/m^3)
...tek	7 800 ... 9 200
...ok	1 300 ... 1 600
	7 100 ... 7 400
	700 ... 1 150
	200 ... 500
	800 ... 900
...n	2 400 ... 2 500
	2 200 ... 2 500
...mez	800 ... 900
	1 600 ... 1 900
	8 400 ... 8 600
...)	1 200 ... 1 700
	1 700 ... 2 200
...nűanyag	1 500 ... 1 600
...oxid	2 600
...rbid	3 200
...trid	3 200
	~ 1 900
...i	~ 1 250
	~ 1100
...ny	7 250
...tek	16 600 ... 16 900
	1 400 ... 1 600
	4 900
...ek	4 400 ... 5 100
	2 400 ... 2 670
	3 600 ... 4 700
	~ 2 600
	~ 2 200
	2 600 ... 4 200
...nűanyag	1 300 ... 1 700
	~ 2 400
...bid	15 800
...zetek	13 400 ... 19 600
	934 ... 938
	2 600 ... 3 000

9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja

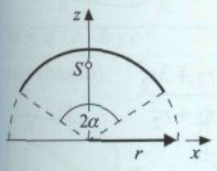


$$z_s = \frac{h^2}{2(b+h)}$$

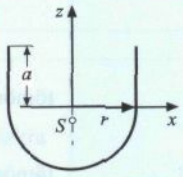


$$x_s = \frac{-a^2 + b^2\cos\alpha}{2(a+b)}$$

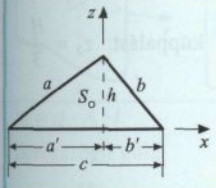
$$z_s = \frac{b^2\sin\alpha}{2(a+b)}$$



$$z_s = \frac{r\sin\alpha}{\alpha}$$

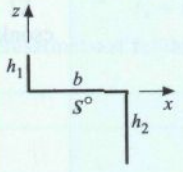


$$z_s = \frac{a^2 - 2r^2}{2a + \pi r}$$



$$x_s = \frac{a'(a+a') - b'(b+b')}{2(a+b+c)}$$

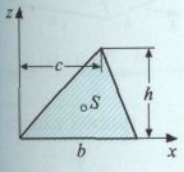
$$z_s = \frac{h(a+b)}{2(a+b+c)}$$



$$x_s = \frac{b\left(\frac{b}{2} + h_2\right)}{b + h_1 + h_2}$$

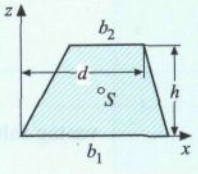
$$z_s = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2(b + h_1 + h_2)}$$

9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja



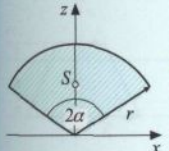
$$x_s = \frac{b+c}{3}$$

$$z_s = \frac{h}{3}$$

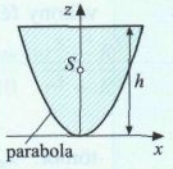


$$x_s = \frac{b_1^2 - b_2^2 + d(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$

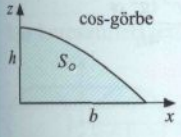
$$z_s = \frac{h(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$



$$z_s = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$$

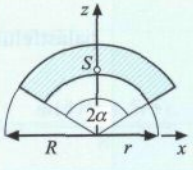


$$z_s = \frac{3}{5}h$$



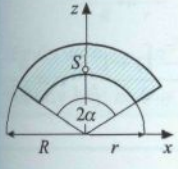
$$x_s = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)b$$

$$z_s = \frac{\pi}{8}h$$

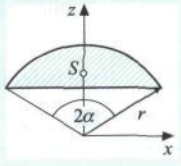


$$x_{s_1} = \frac{3}{8}b \qquad z_{s_1} = \frac{3}{5}h$$

$$x_{s_2} = \frac{3}{4}b \qquad z_{s_2} = \frac{3}{10}h$$

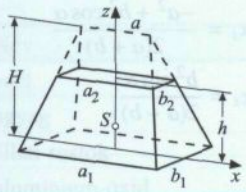


$$z_s = \frac{2(R^3 - r^3)\sin\alpha}{3(R^2 - r^2)\alpha}$$



$$z_s = \frac{4r\sin^3\alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$$

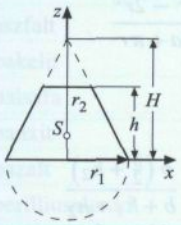
ék, csonkaék



ék, tömör: $z_s = \dfrac{H(a_1 + a)}{2(2a_1 + a)}$

csonkaék, tömör: $z_s = \dfrac{h}{2} \cdot \dfrac{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + 2a_2b_2}{(a_1 + a_2)(b_1 + b_2) + a_1b_1 + a_2b_2}$

egyenes körkúp

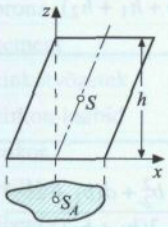


tömör csonkakúp: $z_s = \dfrac{h}{4} \cdot \dfrac{r_1^2 + 2r_1r_2 + 3r_2^2}{r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2}$

tömör kúp: $z_s = \dfrac{H}{4}$

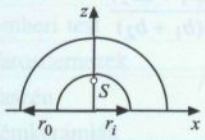
csonkakúppalást: $z_s = \dfrac{h(r_1 + 2r_2)}{3(r_1 + r_2)}$, kúppalást: $z_s = \dfrac{H}{3}$

ferde henger, hasáb



tömör test és palást: $z_s = \dfrac{h}{2}$

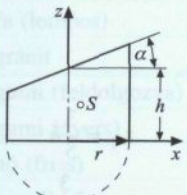
üreges félgömb



vastag falú: $z_s = \dfrac{3(r_0^4 - r_i^4)}{8(r_0^3 - r_i^3)}$

vékony félgömbhéj: $z_s = \dfrac{r}{2}$

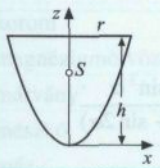
ferdén levágott körhenger



tömör: $x_s = \dfrac{r^2 \operatorname{tg}\alpha}{4h}$, $z_s = \dfrac{h}{2} + \dfrac{r^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{8h}$

palástfelület: $x_s = \dfrac{r^2 \operatorname{tg}\alpha}{2h}$, $z_s = \dfrac{h}{2} + \dfrac{r^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{4h}$

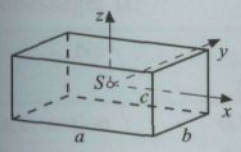
forgási paraboloid



tömör: $z_s = \dfrac{2}{3}h$

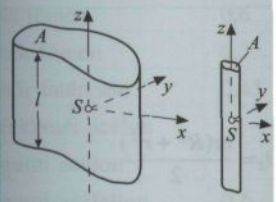
palástfelület: $z_s = \dfrac{h}{10c} \cdot \dfrac{(4c + 1)^{3/2}(6c - 1) + 1}{(4c + 1)^{3/2} - 1}$, $c = \dfrac{h^2}{r^2}$

derékszögű hasáb



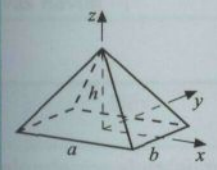
$m = \varrho \cdot a \cdot b \cdot c$

rúd (hasáb)



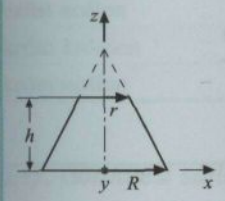
$m = \varrho \cdot A \cdot l$

derékszögű gúla



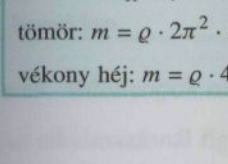
$m = \dfrac{\varrho \cdot a \cdot b \cdot h}{3}$

csonka körkúp



$m = \dfrac{\varrho \cdot \pi \cdot h(R^2 + R \cdot r +$
3

kör keresztmetszetű tórusz



tömör: $m = \varrho \cdot 2\pi^2 \cdot R \cdot r^2$

vékony héj: $m = \varrho \cdot 4\pi^2 \cdot$

$\frac{a)}{\cdot a)}$

$\frac{h}{2} \cdot \frac{(a_1+a_2)(b_1+b_2)+2a_2b_2}{(a_1+a_2)(b_1+b_2)+a_1b_1+a_2b_2}$

$\frac{h}{4} \cdot \frac{r_1^2+2r_1r_2+3r_2^2}{r_1^2+r_1r_2+r_2^2}$

$\frac{h(r_1+2r_2)}{3(r_1+r_2)}$, kúppalást: $z_s = \frac{H}{3}$

$= \frac{h}{2}$

$\frac{-r_i^4)}{-r_i^3)}$

$= \frac{r}{2}$

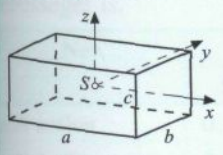
$z_s = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{8h}$

$\frac{\alpha}{}$, $z_s = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4h}$

$\frac{(4c+1)^{3/2}(6c-1)+1}{(4c+1)^{3/2}-1}$, $c = \frac{h^2}{r^2}$

9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai

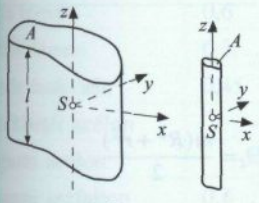
1. derékszögű hasáb



$m = \varrho \cdot a \cdot b \cdot c$

$\Theta_x = m\frac{b^2+c^2}{12}$ $\Theta_y = m\frac{c^2+a^2}{12}$ $\Theta_z = m\frac{a^2+b^2}{12}$

rúd (hasáb)



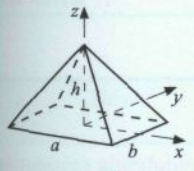
$m = \varrho \cdot A \cdot l$

vékony rudakra

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m \cdot l^2}{12}$ $\Theta_z = \frac{\varrho \cdot l}{I_x + I_y}$

I_x, I_y: a keresztmetszet felületének másodrendű nyomatéka

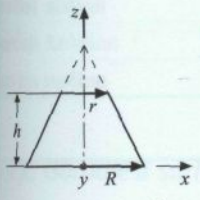
derékszögű gúla



$m = \frac{\varrho \cdot a \cdot b \cdot h}{3}$

$\Theta_x = \frac{m(b^2+2h^2)}{20}$ $\Theta_y = \frac{m(a^2+2h^2)}{20}$ $\Theta_z = \frac{m(a^2+b^2)}{20}$

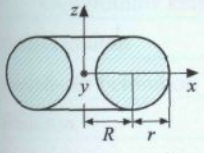
csonka körkúp



$m = \frac{\varrho \cdot \pi \cdot h(R^2+R \cdot r+r^2)}{3}$

$\Theta_z = \frac{3m}{10} \cdot \frac{r^5-R^5}{r^3-R^3}$

kör keresztmetszetű tórusz



tömör: $m = \varrho \cdot 2\pi^2 \cdot R \cdot r^2$

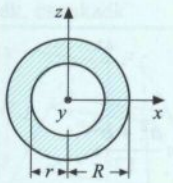
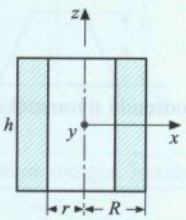
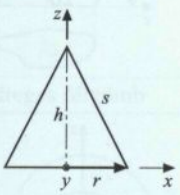
vékony héj: $m = \varrho \cdot 4\pi^2 \cdot R \cdot r \cdot t$

tömör:

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(4R^2+5r^2)}{8}$ $\Theta_z = m\left(R^2+\frac{3}{4}r^2\right)$

vékony héj:

$\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(2R^2+5r^2)}{4}$ $\Theta_z = \frac{m(R^2+6r^2)}{4}$

gömb (üreges) **2.**  vastag falú: $m = \frac{4}{3}\varrho \cdot \pi(R^3 - r^3)$ vékony héj: $m = \varrho \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot t$	vastag falú: $\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2}{3} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$ vékony héj: $\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \frac{2m \cdot r^2}{3}$
henger (üreges) **3.**  vastag falú: $m = \varrho \cdot \pi(R^2 - r^2)h$ vékony héj: $m = \varrho \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \cdot t$	vastag falú: $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m\left(R^2 + r^2 + \frac{h^2}{3}\right)}{4}$ $\Theta_z = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$ vékony héj: $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(6r^2 + h^2)}{12}$ $\Theta_z = mr^2$
körkúp  tömör: $m = \frac{\varrho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ vékony héj: $m = \varrho \cdot \pi \cdot r \cdot s \cdot t$	tömör: $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{20}$ $\Theta_z = \frac{3m \cdot r^2}{10}$ vékony héj: $\Theta_x = \Theta_y = \frac{m(3r^2 + 2h^2)}{12}$ $\Theta_x = \frac{m \cdot r^2}{2}$

Vékony héjak esetén $t \ll r$.
A henger és kúp végei nyitottak.

1. Kocka esetén: $\Theta = \frac{m \cdot a^2}{6}$

2. Tömör: $\Theta = \frac{2}{5} m \cdot R^2$.

3. Tömör, a tengely párhuzamos az alkotóval: $\Theta = \frac{1}{2} m \cdot R^2$

tömör, a tengely merőleges az alkotóra: $\Theta = \frac{1}{12} m(3r^2 + l^2)$

cső, kerék: $\Theta = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$.

9.16. Súrlódási tényezők

Az értékek nagymértékben
kinthetők. Sok esetben fig
sebességet is.

Név	Tap Szára
acél acélon	0,14
acél öntöttvason	0,19
fa fán	0,4...
fa fémen	0,6
bőr fémen	0,3...
bőr fatárcsán	0,45
fékbetét acélon	–
gumi acélon	–
gumi aszfalton	0,6...
vas jégen	–
vas havon	–

Név	t
alumínium alumíniumon	
alumínium acélon	
ezüst ezüstön	
ezüst acélon	
króm krómon	
króm acélon	

9.17. Gördülési súrlódási

Az adatok szokásos méret
értéke nő, nagyobbaknál c

Gumitömlős kerék
makadámúton
aszfalt- és betonúton
földúton
homokban

9.18. Műanyagok rugalm

Az alkalmazásnál figyelem
hőmérsékletet.

$\frac{r^5}{r^3}$

$\left(\frac{h^2}{3}\right)$ $\Theta_z = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$

$\Theta_z = mr^2$

$\Theta_z = \frac{3m \cdot r^2}{10}$

$\Theta_x = \frac{m \cdot r^2}{2}$

9.16. Súrlódási tényezők

Az értékek nagymértékben függnek a felületek minőségétől, így csak közelítő adatoknak tekinthetők. Sok esetben figyelembe kell venni a felületek deformációját és csúszás esetén a sebességet is.

Név	Tapadási súrlódási tényező, μ_0			Csúszási súrlódási tényező, μ		
	Száraz	Olajkenés	Vízkenés	Száraz	Olajkenés	Vízkenés
acél acélon	0,14	0,11	–	0,1	0,07	–
acél öntöttvason	0,19	0,1	–	0,18	0,09	–
fa fán	0,4...0,6	0,16	0,7	0,2...0,4	0,08	0,25
fa fémen	0,6	0,11	0,65	0,4...0,5	0,1	0,24
bőr fémen	0,3...0,5	0,16	0,4...0,6	0,3	0,15	0,36
bőr fatárcsán	0,45	–	–	0,25	–	–
fékbetét acélon	–	–	–	0,4	–	–
gumi acélon	–	–	–	1,6–3	–	–
gumi aszfalton	0,6...1,4	–	0,35...0,45	0,5...0,8	–	0,2...0,4
vas jégen	–	–	–	–	–	0,014
vas havon	–	–	–	–	–	0,035

Név	Csúszási súrlódási tényező, szárazon, μ
alumínium alumíniumon	1,3
alumínium acélon	0,5
ezüst ezüstön	1,4
ezüst acélon	0,5
króm krómon	0,4
króm acélon	0,5

Név	Csúszási súrlódási tényező, szárazon, μ
nikkel nikkelen	0,7
nikkel acélon	0,5
réz rézen	1,3
réz acélon	0,8
gyémánt gyémánton	0,1

9.17. Gördülési súrlódási tényezők

Az adatok szokásos méretű járműkerekekre vonatkoznak. Kisebb sugarú kerekek esetén μ_g értéke nő, nagyobbaknál csökken a megadott adatokhoz képest.

Gumitömlős kerék	μ_g	Egyéb kerekek	μ_g
makadámúton	0,02 ... 0,04	vasalt kerék földúton	0,2
aszfalt- és betonúton	0,015 ... 0,025	vasalt kerék betonúton	0,01
földúton	0,05 ... 0,15	villamos	0,006
homokban	0,15 ... 0,3	vasúti kocsi	0,002

9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten

Az alkalmazásnál figyelembe kell venni a viszonylag alacsony olvadási, bomlási, üvegesedési hőmérsékletet.

9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten

Az alkalmazásnál figyelembe kell venni a viszonylag alacsony olvadási, bomlási, üvegesedési hőmérsékletet.

Név	Young-modulus E (GPa)	Szakítószilárdság σ_B (MPa)	Poisson-szám μ
epoxigyanta	2 ... 3	30 ... 120	–
polietilén (LDPE) (kis sűrűségű)	0,1 ... 0,3	5 ... 25	–
polietilén (HDPE) (nagy sűrűségű)	0,5 ... 1,2	15 ... 40	0,46
poli(etilén-tereftalát) (PET, poliészter)	2 ... 4	80	0,37 ... 0,44
poliimid (PI)	2,0 ... 3,0	70 ... 150	–
polikarbonát (PC)	2,3 ... 2,4	55 ... 75	0,37
poli(metil-metakrilát) (PMMA, plexi)	2,4 ... 3,3	80	0,35 ... 0,40
polipropilén (PP)	0,9 ... 1,5	25 ... 40	–
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	0,3 ... 0,8	10 ... 40	0,46
poli(vinil-klorid) (PVC)	2,4 ... 4,0	25 ... 70	–

9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai

Az értékek nagymértékben függnek a gyártási, előállítási technológiától, származási helytől összetételtől és fajtától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

Név	Young-modulus E (GPa)	Szakítószilárdság σ_B (MPa)	Poisson-szám μ
acél (ausztenites)	191...199	440...750	–
acél (ferrites)	108...212	440...930	–
alumíniumötvözetek	60...80	300...700	–
bronz	105...124	200...320	0,35
cinkötvözetek	100...128	220...500	–
fémkerámiák	400...530	900	–
grafit	27	–	–
gránit	62	10...20	0,20
gyémánt	1000	–	–
porcelán	60...90	15...40	–
sárgaréz (60% Cu, 40% Zn)	78...123	140...780	0,36
SiC-szálak	–	2400...3800	0,16
titánötvözetek	101...128	540...1300	–
üvegszálak	–	3100...4800	–
üvegszál-erősítésű műanyag	10...45	100...300	–

9.20. Szilárd elemek rugalm

Az értékek nagymértékben fü

Név	Young-modulus E (GPa)
alumínium	70
arany	78
berillium	287
cink	108
ezüst	83
irídium	528
króm	279
molibdén	329
nikkel	200
ólom	16
ón	50
platina	168
réz	130
titán	116
vanádium	128
vas	100
volfrám	411

9.21. Longitudinális hullám
0 °C-on, 10^5 Pa nyomá

Név	
acetilén	
ammónia	
argon	
bróm	
etil-alkohol gőz 80 °C-on	
hélium	
hidrogén	

ony olvadási, bomlási, üvegesedési

zakítószilárdság σ_B (MPa)	Poisson-szám μ
30 ... 120	–
5 ... 25	–
15 ... 40	0,46
80	0,37 ... 0,44
70 ... 150	–
55 ... 75	0,37
80	0,35 ... 0,40
25 ... 40	–
10 ... 40	0,46
25 ... 70	–

technológiától, származási helytől

zakítószilárdság σ_B (MPa)	Poisson-szám μ
440...750	–
440...930	–
300...700	–
200...320	0,35
220...500	–
900	–
–	–
10...20	0,20
–	–
15...40	–
140...780	0,36
2400...3800	0,16
540...1300	–
100...4800	–
100...300	–

9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai

Az értékek nagymértékben függnek a gyártási technológiától, ezáltal az anyag szerkezetétől.

Név	Young-modulus E (GPa)	Torziós modulus G (GPa)	A rugalmasság határa σ (MPa)	Szakító-szilárdság σ_B (MPa)	Poisson-szám μ
alumínium	70	26	100	200	0,35
arany	78	27	–	260	0,44
berillium	287	132	–	–	0,032
cink	108	43	–	180	0,25
ezüst	83	30	–	280	0,37
irídium	528	210	–	–	0,26
króm	279	115	–	–	0,21
molibdén	329	20	–	400	0,31
nikkel	200	76	–	500	0,31
ólom	16	5,6	3	18	0,44
ón	50	18	–	20	0,36
platina	168	61	–	300	0,38
réz	130	48	120	450	0,34
titán	116	44	–	–	0,32
vanádium	128	47	–	–	0,37
vas	100	56	120	200	0,29
volfrám	411	161	–	400	0,28

9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben 0 °C-on, 10^5 Pa nyomáson

Név	c (m/s)	Név	c (m/s)
acetilén	327	higanygőz 360 °C-on	208
ammónia	415	klór	205
argon	308	metán	432
bróm	135	nitrogén	337
etil-alkohol gőz 80 °C-on	271	oxigén	317
hélium	971	szén-dioxid	258
hidrogén	1286	szén-monoxid	337

9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, 20 °C-on

Név	c (m/s)	Név	c (m/s)
aceton	1 190	petróleum	~ 1 320
benzol	1 326	propil-alkohol	1 220
etil-alkohol	1 168	szén-diszulfid	1 158
glicerin	1 923	szén-tetraklorid	943
higany	1 451	tengervíz	1 531
metil-alkohol	1 123	toluol	1 308
nehézvíz	1 399	xilol	1 357
nitrobenzol	1 470	víz	1 483
paraffinolaj	~ 1 420		

9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, 20 °C-on

Csak közelítő értékek, mert nagymértékben függhet az anyag szerkezetétől és összetételétől.

Név	c (m/s)	Név	c (m/s)
acél	5 100	keménygumi	1 570
alumínium	5 110	koronaüveg	5 300
bazalt	5 080	kvarcüveg	5 400
cink	3 600	márvány	3 800
bükkfa	3 300	ólom	1 200
tölgyfa	3 800	ón	2 700
fenyőfa	4 500	paraffin	1 300
flintüveg	4 000	porcelán	4 880
gránit	4 000	réz	3 800
tégla	3 650	sárgaréz	3 500
jég (−4 °C)	3 280	vas	5 180

9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben

t (°C)	c (m/s)
0	1403
20	1483
40	1529
60	1551
80	1555
100	1543

9.25. Longitudinális hullám te

t (°C)	
−100	
−60	
−40	
−20	
−15	
−10	
−5	
0	

9.26. Hangskálák hangjainak

A hang neve	A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála hangjainak frekvenciája (Hz)
c^1 (dó)	261, 5
cisz	279, 7
d (re)	296, 3
disz	314
e (mi)	332, 6
f (fá)	352, 4
fisz	373, 3
g (szó)	395, 5
gisz	419
a (lá)	440
aisz	470, 3
h (ti)	498, 3
c^2 (dó)	523

A kiegyenlített lebegésű temp

okban, 20 °C-on

lév	c (m/s)
	~ 1 320
l	1 220
	1 158
id	943
	1 531
	1 308
	1 357
	1 483

, 20 °C-on

g szerkezetétől és összetételétől.

lév	c (m/s)
	1 570
	5 300
	5 400
	3 800
	1 200
	2 700
	1 300
	4 880
	3 800
	3 500
	5 180

rsékletfüggése vízben

9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben

t (°C)	c (m/s)	t (°C)	c (m/s)
−100	263	5	334, 8
−60	293	10	337, 8
−40	306, 5	15	340, 8
−20	319, 3	20	343, 8
−15	322, 5	25	346, 7
−10	325, 6	30	349, 6
−5	328, 7	35	352, 5
0	331, 8	40	355, 3
		60	366, 5
		100	387, 2

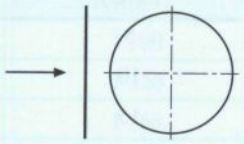
9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei

A hang neve	A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála hangjainak frekvenciája (Hz)	A dúr hangskála alaphangjainak és színező hangjainak frekvenciája (Hz)	Viszonya az alaphanghoz	Szomszédos hangközök a dúr hangskálán	
c^1 (dó)	261, 5	264	1	16/15	
cisz	279, 7	278, 3	16/15	135/128	$n_d/n_{c^1} = 9/8$
d (re)	296, 3	297	9/8	16/15	
disz	314	316, 8	6/5	25/24	$n_e/n_d = 10/9$
e (mi)	332, 6	330	5/4	16/15	$n_f/n_e = 16/15$
f (fá)	352, 4	352	4/3	16/15	
fisz	373, 3	375, 5	64/45	135/128	$n_g/n_f = 9/8$
g (szó)	395, 5	396	3/2	16/15	
gisz	419	422, 4	8/5	25/24	$n_a/n_g = 10/9$
a (lá)	440	440	5/3	16/15	
aisz	470, 3	469, 3	16/9	135/128	$n_h/n_a = 9/8$
h (ti)	498, 3	495	15/8	16/15	$n_{c^2}/n_h = 16/15$
c^2 (dó)	523	528	2		

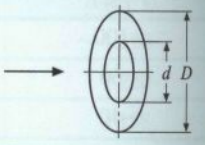
A kiegyenlített lebegésű temperált hangskála szomszédos hangjainak hangköze $\sqrt[12]{2}$.

9.27. Formatényezők (áramlási ellenállási tényezők)

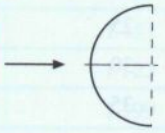
vékony körlemez
$k = 1{,}11$



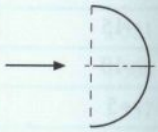
körgyűrű lemez
$k = 1{,}22$, ha $\frac{d}{D} = 0{,}5$



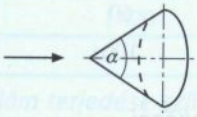
félgömbhéj (konvex) fenéklappal
$k = 0{,}42$
fenéklap nélkül
$k = 0{,}34$



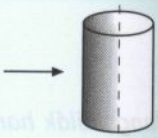
félgömbhéj (konkáv) fenéklappal
$k = 1{,}17$
fenéklap nélkül
$k = 1{,}33$



körkúp fenéklappal
$\alpha = 30°$ esetén $k = 0{,}34$
$\alpha = 60°$ esetén $k = 0{,}51$



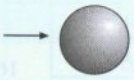
körhenger tengelyre merőleges áramlásban (zárt végekkel)
$k = 0{,}68$



csepp alak
$k = 0{,}05$

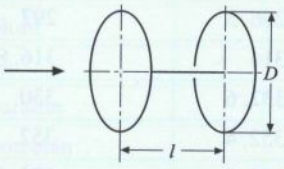
Zsukovszkij-profil
$k = 0{,}05 \ldots 0{,}2$

gömb
$k = 0{,}45$



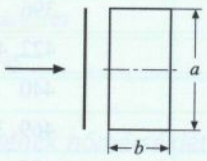
két, egymás mögötti körlemez

$\frac{l}{D}$	1	1,5	2	3
k	0,93	0,78	1,04	1,52



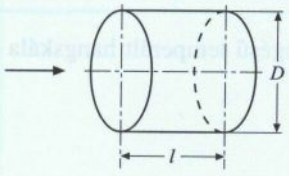
téglalap alakú lemez

$\frac{a}{b}$	1	2	4	10	18	∞
k	1,0	1,15	1,19	1,29	1,40	2,01



körhenger tengelyirányú áramlásban (zárt végekkel)

$\frac{l}{D}$	1	2	4	7
k	0,91	0,85	0,87	0,99



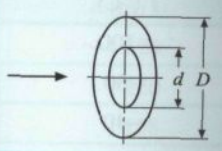
9.28. Néhány folyadék felület

Név
levegőkörnyezetben
aceton (dimetil-keton)
benzol
bróm
etil-alkohol (etanol)
glicerin
higany
izopropil-alkohol (propan-2-ol)
kén (141 °C-on)
kloroform
n-hexán
ón (400 °C-on)
petróleum
szén-tetraklorid
terpentinolaj
éter (dietil-éter)
toluol
víz

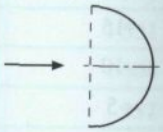
9.29. A víz felületi feszültség

Hőmérséklet t (°C)	Fel
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	

mez
a $\frac{d}{D} = 0{,}5$

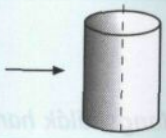


(konkáv)

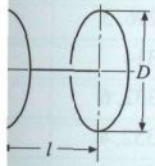


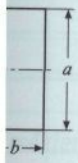
kül

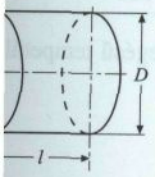
engelyre
ramlásban
el)



-profil
0,2







9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége 20 °C-on

Név	Felületi feszültség σ (N/m)
levegőkörnyezetben	
aceton (dimetil-keton)	0,0237
benzol	0,0285
bróm	0,038
etil-alkohol (etanol)	0,0227
glicerin	0,0635
higany	0,472
izopropil-alkohol (propan-2-ol)	0,0214
kén (141 °C-on)	0,058
kloroform	0,0273
n-hexán	0,0184
ón (400 °C-on)	0,518
petróleum	0,0264
szén-tetraklorid	0,0268
terpentinolaj	0,0268
éter (dietil-éter)	0,0171
toluol	0,0274
víz	0,0725

Név	Felületi feszültség σ (N/m)
vízkörnyezetben	
benzol	0,035
éter (dietil-éter)	0,0107
n-hexán	0,0511
higany	0,375
olaj	0,0206
olivaolaj	0,023
szén-tetraklorid	0,0405
toluol	0,0361
higanykörnyezetben	
benzol	0,357
etil-alkohol (etanol)	0,364
olaj	0,0295

9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében

Hőmérséklet t (°C)	Felületi feszültség σ (N/m)	Hőmérséklet t (°C)	Felületi feszültség σ (N/m)
5	0,07475	45	0,0686
10	0,07401	50	0,0678
15	0,07326	55	0,0669
20	0,07253	60	0,0660
25	0,07178	65	0,0651
30	0,07103	70	0,0642
35	0,07029	75	0,0633
40	0,06954	80	0,0623
		90	0,0606

9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója

Név	Eötvös-állandó k_E (J/K)	Név	Eötvös-állandó k_E (J/K)
benzol	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$	klór*	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$
ecetsav	$0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-7}$	metil-alkohol (metanol)	$0{,}67 \ldots 1{,}05 \cdot 10^{-7}$
etil-alkohol (etanol)	$0{,}94 \ldots 1{,}35 \cdot 10^{-7}$	nitrobenzol	$2{,}23 \cdot 10^{-7}$
éter (dietil-éter)	$2{,}17 \cdot 10^{-7}$	nitrogén*	$2{,}0 \cdot 10^{-7}$
fenol	$0{,}36 \ldots 1{,}94 \cdot 10^{-7}$	oxigén*	$1{,}92 \cdot 10^{-7}$
glicerin-trisztearát	$5{,}3 \ldots 6{,}8 \cdot 10^{-7}$	szén-diszulfid	$2{,}02 \cdot 10^{-7}$
higany	$0{,}62 \ldots 1{,}14 \cdot 10^{-7}$	szén-tetraklorid	$2{,}11 \cdot 10^{-7}$
fluor*	$1{,}78 \cdot 10^{-7}$	víz	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$

* Ezen gázok esetében a folyadékfázishoz tartozó hőmérsékleti tartományban értelmezett érték.

9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása 20 °C-on

Gázok	η (Pa · s)	Folyadékok	η (Pa · s)
ammónia	$1{,}00 \cdot 10^{-5}$	etil-alkohol (50%-os) (etanol)	$2{,}86 \cdot 10^{-3}$
hélium	$2{,}00 \cdot 10^{-5}$	benzol	$0{,}664 \cdot 10^{-3}$
hidrogén	$0{,}9 \cdot 10^{-5}$	glicerin	1,47
levegő	$1{,}82 \cdot 10^{-5}$	higany	$1{,}55 \cdot 10^{-3}$
metán	$1{,}04 \cdot 10^{-5}$	lenolaj	$5{,}30 \cdot 10^{-2}$
neon	$3{,}10 \cdot 10^{-5}$	melasz	165
oxigén	$2{,}02 \cdot 10^{-5}$	méz (16% víztartalmú)	19
szén-dioxid	$1{,}49 \cdot 10^{-5}$	méz (29 °C-on)	7
		petróleum	$2{,}14 \cdot 10^{-3}$
		szurok	10^{7}
		víz	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$

9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében

t (°C)	η (Pa · s)		t (°C)	η (Pa · s)	
	Levegő	Víz		Levegő	Víz
−100	$1{,}18 \cdot 10^{-5}$	–	50	$1{,}957 \cdot 10^{-5}$	$0{,}548 \cdot 10^{-3}$
−50	$1{,}46 \cdot 10^{-5}$	–	60	$2{,}000 \cdot 10^{-5}$	$0{,}467 \cdot 10^{-3}$
−20	$1{,}607 \cdot 10^{-5}$	–	70	–	$0{,}404 \cdot 10^{-3}$
0	$1{,}710 \cdot 10^{-5}$	$1{,}793 \cdot 10^{-3}$	80	$2{,}091 \cdot 10^{-5}$	$0{,}355 \cdot 10^{-3}$
10	–	$1{,}307 \cdot 10^{-3}$	90	–	$0{,}316 \cdot 10^{-3}$
20	$1{,}820 \cdot 10^{-5}$	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$	100	$2{,}179 \cdot 10^{-5}$	$0{,}282 \cdot 10^{-3}$
30	–	$0{,}797 \cdot 10^{-3}$	200	$2{,}588 \cdot 10^{-5}$	$0{,}136 \cdot 10^{-3}$
40	$1{,}906 \cdot 10^{-5}$	$0{,}653 \cdot 10^{-3}$	360	–	$0{,}066 \cdot 10^{-3}$
			500	$3{,}595 \cdot 10^{-5}$	–

9.33. Szilárd elemek hőta

Név	Olvadáspont t_o (°C)	
aktínium	1051	
alumínium	660,3	
antimon	630,6	
arany	1 064	
arzén	817 (hármaspont)	sz
asztácium	302	
bárium	727	
berillium	1 287	
bizmut	271,4	
bór	2075	
cérium	799	
cézium	28,44	
cink	419,5	
cirkónium	1 855	
diszprózium	1 411	
erbium	1 529	
európium	822	
ezüst	961,8	
foszfor	44,15	
francium	27	
gadolínium	1 314	
gallium	29,76	
germánium	938,3	
hafnium	2 233	
holmium	1 472	
indium	156,6	
irídium	2 446	
itterbium	824	

	Eötvös-állandó k_E (J/K)
	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$
metanol)	$0{,}67 \ldots 1{,}05 \cdot 10^{-7}$
	$2{,}23 \cdot 10^{-7}$
	$2{,}0 \cdot 10^{-7}$
	$1{,}92 \cdot 10^{-7}$
	$2{,}02 \cdot 10^{-7}$
d	$2{,}11 \cdot 10^{-7}$
	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$

ti tartományban értelmezett érték.

adékok	η (Pa · s)
0%-os) (etanol)	$2{,}86 \cdot 10^{-3}$
	$0{,}664 \cdot 10^{-3}$
	1,47
	$1{,}55 \cdot 10^{-3}$
	$5{,}30 \cdot 10^{-2}$
	165
artalmú)	19
)	7
	$2{,}14 \cdot 10^{-3}$
	10^7
	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$

let függvényében

η (Pa · s)	
Levegő	Víz
$1{,}957 \cdot 10^{-5}$	$0{,}548 \cdot 10^{-3}$
$2{,}000 \cdot 10^{-5}$	$0{,}467 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}404 \cdot 10^{-3}$
$2{,}091 \cdot 10^{-5}$	$0{,}355 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}316 \cdot 10^{-3}$
$2{,}179 \cdot 10^{-5}$	$0{,}282 \cdot 10^{-3}$
$2{,}588 \cdot 10^{-5}$	$0{,}136 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}066 \cdot 10^{-3}$
$3{,}595 \cdot 10^{-5}$	–

9.33. Szilárd elemek hőtani adatai

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C)	Hővezetési együttható a 0 ... 100 °C tartományban λ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0 ... 100 °C tartományban α (1/K)	Olvadáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on c (J/(kg · K))
aktínium	1051	3198	12	–	–	–	–
alumínium	660,3	2519	221	$2{,}39 \cdot 10^{-5}$	361	10886	900
antimon	630,6	1587	19	$1{,}05 \cdot 10^{-5}$	163	1256	205
arany	1064	2856	308	$1{,}42 \cdot 10^{-5}$	65	1759	130
arzén	817 (hármaspont)	614-től szublimál	50	$5{,}6 \cdot 10^{-6}$	373	1574 szublimálási hő	343
asztácium	302	337	2	–	–	–	–
bárium	727	1897	18	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$	56	1100	192
berillium	1287	2471	190	$1{,}13 \cdot 10^{-5}$	1350	32470	1825
bizmut	271,4	1564	8,9	$1{,}34 \cdot 10^{-5}$	52	857	124
bór	2075	3927	27	$6 \cdot 10^{-6}$	2090	35000	1030
cérium	799	3424	11	$6{,}3 \cdot 10^{-6}$	38	2680	205
cézium	28,44	671	36	$9{,}7 \cdot 10^{-5}$	16	611	230
cink	419,5	907	120	$2{,}98 \cdot 10^{-5}$	111	1800	383
cirkónium	1855	4409	23	$5{,}7 \cdot 10^{-6}$	211	6360	281
diszprózium	1411	2561	11	$9{,}9 \cdot 10^{-6}$	105	1725	173
erbium	1529	2862	14	$1{,}22 \cdot 10^{-5}$	103	1680	168
európium	822	1596	14	$3{,}5 \cdot 10^{-5}$	63	1155	176
ezüst	961,8	2162	429	$1{,}89 \cdot 10^{-5}$	103	2390	234
foszfor	44,15	277	0,236	$1{,}25 \cdot 10^{-4}$	21	1675	741
francium	27	677	–	–	–	–	–
gadolínium	1314	3264	11	$9{,}4 \cdot 10^{-6}$	99	1920	230
gallium	29,76	2204	29	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	80	3984	330
germánium	938,3	2833	60	$5{,}75 \cdot 10^{-6}$	465	4516	322
hafnium	2233	4603	23	$5{,}9 \cdot 10^{-6}$	122	3700	146
holmium	1472	2694	16	$1{,}12 \cdot 10^{-5}$	104	1695	165
indium	156,6	2072	82	$3{,}21 \cdot 10^{-5}$	29	2024	234
irídium	2446	4428	147	$6{,}4 \cdot 10^{-6}$	135	3186	133
itterbium	824	1194	39	$2{,}63 \cdot 10^{-5}$	53	921	145

9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója

Név	Eötvös-állandó k_E (J/K)	Név	Eötvös-állandó k_E (J/K)
benzol	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$	klór*	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$
ecetsav	$0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-7}$	metil-alkohol (metanol)	$0{,}67 \ldots 1{,}05 \cdot 10^{-7}$
etil-alkohol (etanol)	$0{,}94 \ldots 1{,}35 \cdot 10^{-7}$	nitrobenzol	$2{,}23 \cdot 10^{-7}$
éter (dietil-éter)	$2{,}17 \cdot 10^{-7}$	nitrogén*	$2{,}0 \cdot 10^{-7}$
fenol	$0{,}36 \ldots 1{,}94 \cdot 10^{-7}$	oxigén*	$1{,}92 \cdot 10^{-7}$
glicerin-trisztearát	$5{,}3 \ldots 6{,}8 \cdot 10^{-7}$	szén-diszulfid	$2{,}02 \cdot 10^{-7}$
higany	$0{,}62 \ldots 1{,}14 \cdot 10^{-7}$	szén-tetraklorid	$2{,}11 \cdot 10^{-7}$
fluor*	$1{,}78 \cdot 10^{-7}$	víz	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$

* Ezen gázok esetében a folyadékfázishoz tartozó hőmérsékleti tartományban értelmezett érték.

9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása 20 °C-on

Gázok	η (Pa · s)	Folyadékok	η (Pa · s)
ammónia	$1{,}00 \cdot 10^{-5}$	etil-alkohol (50%-os) (etanol)	$2{,}86 \cdot 10^{-3}$
hélium	$2{,}00 \cdot 10^{-5}$	benzol	$0{,}664 \cdot 10^{-3}$
hidrogén	$0{,}9 \cdot 10^{-5}$	glicerin	1,47
levegő	$1{,}82 \cdot 10^{-5}$	higany	$1{,}55 \cdot 10^{-3}$
metán	$1{,}04 \cdot 10^{-5}$	lenolaj	$5{,}30 \cdot 10^{-2}$
neon	$3{,}10 \cdot 10^{-5}$	melasz	165
oxigén	$2{,}02 \cdot 10^{-5}$	méz (16% víztartalmú)	19
szén-dioxid	$1{,}49 \cdot 10^{-5}$	méz (29 °C-on)	7
		petróleum	$2{,}14 \cdot 10^{-3}$
		szurok	10^{7}
		víz	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$

9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében

t (°C)	η (Pa · s)		t (°C)	η (Pa · s)	
	Levegő	Víz		Levegő	Víz
−100	$1{,}18 \cdot 10^{-5}$	–	50	$1{,}957 \cdot 10^{-5}$	$0{,}548 \cdot 10^{-3}$
−50	$1{,}46 \cdot 10^{-5}$	–	60	$2{,}000 \cdot 10^{-5}$	$0{,}467 \cdot 10^{-3}$
−20	$1{,}607 \cdot 10^{-5}$	–	70	–	$0{,}404 \cdot 10^{-3}$
0	$1{,}710 \cdot 10^{-5}$	$1{,}793 \cdot 10^{-3}$	80	$2{,}091 \cdot 10^{-5}$	$0{,}355 \cdot 10^{-3}$
10	–	$1{,}307 \cdot 10^{-3}$	90	–	$0{,}316 \cdot 10^{-3}$
20	$1{,}820 \cdot 10^{-5}$	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$	100	$2{,}179 \cdot 10^{-5}$	$0{,}282 \cdot 10^{-3}$
30	–	$0{,}797 \cdot 10^{-3}$	200	$2{,}588 \cdot 10^{-5}$	$0{,}136 \cdot 10^{-3}$
40	$1{,}906 \cdot 10^{-5}$	$0{,}653 \cdot 10^{-3}$	360	–	$0{,}066 \cdot 10^{-3}$
			500	$3{,}595 \cdot 10^{-5}$	–

9.33. Szilárd elemek hőtan

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Fo… t_f
aktínium	1051	
alumínium	660,3	
antimon	630,6	
arany	1 064	
arzén	817 (hármaspont)	6 szu
asztácium	302	
bárium	727	
berillium	1 287	
bizmut	271,4	
bór	2075	
cérium	799	
cézium	28,44	
cink	419,5	
cirkónium	1 855	
diszprózium	1 411	
erbium	1 529	
európium	822	
ezüst	961,8	
foszfor	44,15	
francium	27	
gadolínium	1 314	
gallium	29,76	
germánium	938,3	
hafnium	2 233	
holmium	1 472	
indium	156,6	
irídium	2 446	
itterbium	824	

	Eötvös-állandó k_E (J/K)
	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$
ol (metanol)	$0{,}67 \ldots 1{,}05 \cdot 10^{-7}$
	$2{,}23 \cdot 10^{-7}$
	$2{,}0 \cdot 10^{-7}$
	$1{,}92 \cdot 10^{-7}$
id	$2{,}02 \cdot 10^{-7}$
orid	$2{,}11 \cdot 10^{-7}$
	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$

kleti tartományban értelmezett érték.

lyadékok	η (Pa · s)
(50%-os) (etanol)	$2{,}86 \cdot 10^{-3}$
	$0{,}664 \cdot 10^{-3}$
	1,47
	$1{,}55 \cdot 10^{-3}$
	$5{,}30 \cdot 10^{-2}$
	165
víztartalmú)	19
-on)	7
	$2{,}14 \cdot 10^{-3}$
	10^7
	$1{,}002 \cdot 10^{-3}$

éklet függvényében

η (Pa · s)	
Levegő	Víz
$1{,}957 \cdot 10^{-5}$	$0{,}548 \cdot 10^{-3}$
$2{,}000 \cdot 10^{-5}$	$0{,}467 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}404 \cdot 10^{-3}$
$2{,}091 \cdot 10^{-5}$	$0{,}355 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}316 \cdot 10^{-3}$
$2{,}179 \cdot 10^{-5}$	$0{,}282 \cdot 10^{-3}$
$2{,}588 \cdot 10^{-5}$	$0{,}136 \cdot 10^{-3}$
–	$0{,}066 \cdot 10^{-3}$
$3{,}595 \cdot 10^{-5}$	–

9.33. Szilárd elemek hőtani adatai

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C)	Hővezetési együttható a 0 ... 100 °C tartományban λ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0 ... 100 °C tartományban α (1/K)	Olvadáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on c (J/(kg · K))
aktínium	1051	3198	12	–	–	–	–
alumínium	660,3	2519	221	$2{,}39 \cdot 10^{-5}$	361	10886	900
antimon	630,6	1587	19	$1{,}05 \cdot 10^{-5}$	163	1256	205
arany	1064	2856	308	$1{,}42 \cdot 10^{-5}$	65	1759	130
arzén	817 (hármaspont)	614-től szublimál	50	$5{,}6 \cdot 10^{-6}$	373	1574 szublimálási hő	343
asztácium	302	337	2	–	–	–	–
bárium	727	1897	18	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$	56	1100	192
berillium	1287	2471	190	$1{,}13 \cdot 10^{-5}$	1350	32470	1825
bizmut	271,4	1564	8,9	$1{,}34 \cdot 10^{-5}$	52	857	124
bór	2075	3927	27	$6 \cdot 10^{-6}$	2090	35000	1030
cérium	799	3424	11	$6{,}3 \cdot 10^{-6}$	38	2680	205
cézium	28,44	671	36	$9{,}7 \cdot 10^{-5}$	16	611	230
cink	419,5	907	120	$2{,}98 \cdot 10^{-5}$	111	1800	383
cirkónium	1855	4409	23	$5{,}7 \cdot 10^{-6}$	211	6360	281
diszprózium	1411	2561	11	$9{,}9 \cdot 10^{-6}$	105	1725	173
erbium	1529	2862	14	$1{,}22 \cdot 10^{-5}$	103	1680	168
európium	822	1596	14	$3{,}5 \cdot 10^{-5}$	63	1155	176
ezüst	961,8	2162	429	$1{,}89 \cdot 10^{-5}$	103	2390	234
foszfor	44,15	277	0,236	$1{,}25 \cdot 10^{-4}$	21	1675	741
francium	27	677	–	–	–	–	–
gadolínium	1314	3264	11	$9{,}4 \cdot 10^{-6}$	99	1920	230
gallium	29,76	2204	29	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	80	3984	330
germánium	938,3	2833	60	$5{,}75 \cdot 10^{-6}$	465	4516	322
hafnium	2233	4603	23	$5{,}9 \cdot 10^{-6}$	122	3700	146
holmium	1472	2694	16	$1{,}12 \cdot 10^{-5}$	104	1695	165
indium	156,6	2072	82	$3{,}21 \cdot 10^{-5}$	29	2024	234
irídium	2446	4428	147	$6{,}4 \cdot 10^{-6}$	135	3186	133
itterbium	824	1194	39	$2{,}63 \cdot 10^{-5}$	53	921	145

9.33. Szilárd elemek hőtani adatai (folytatás)

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C)	Hővezetési együttható a 0...100 °C tartományban λ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0...100 °C tartományban α (1/K)	Olvadáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on c (J/(kg · K))
ittrium	1526	3336	17	$1{,}08 \cdot 10^{-5}$	193	4135	285
jód	113,7	184,4	0,45	–	–	–	–
kadmium	321	767	97	$3{,}1 \cdot 10^{-5}$	57	886	232
kalcium	842	1484	200	$2{,}2 \cdot 10^{-5}$	209	3760	653
kálium	63,38	759	103	$8{,}3 \cdot 10^{-5}$	61	2033	741
kén	115,2	444,6	0,2	–	–	–	733
kobalt	1495	2927	95	$1{,}3 \cdot 10^{-5}$	263	6490	415
króm	1907	2671	94	$4{,}9 \cdot 10^{-6}$	260	6580	461
lantán	920	3455	13	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$	60	2897	197
lítium	180,5	1342	85	$4{,}6 \cdot 10^{-5}$	422	19600	3308
lutécium	1663	3393	16	$9{,}9 \cdot 10^{-6}$	–	–	–
magnézium	650	1090	160	$8{,}2 \cdot 10^{-6}$	362	5254	1068
mangán	1246	2061	8	$2{,}2 \cdot 10^{-5}$	267	4207	477
molibdén	2623	4639	140	$4{,}8 \cdot 10^{-6}$	290	6153	251
nátrium	97,72	883	140	$7{,}1 \cdot 10^{-5}$	113	4260	1235
neodímium	1016	3066	17	$9{,}6 \cdot 10^{-6}$	75	2000	205
neptúnium	644	3902	6	–	–	–	–
nikkel	1455	2913	91	$1{,}33 \cdot 10^{-5}$	292	6378	440
nióbium	2477	4744	54	$7{,}2 \cdot 10^{-6}$	290	7360	268
ólom	327,5	1749	35	$2{,}9 \cdot 10^{-5}$	2	862	130
ón (fehér, β ón)	–	–	67	$2{,}35 \cdot 10^{-5}$	–	–	213
ón (rideg, γ ón, 162 °C felett)	231,9	2602	–	–	60	2497	–
ozmium	3033	5012	88	$5{,}1 \cdot 10^{-6}$	154	3305	131
palládium	1555	2963	72	$1{,}1 \cdot 10^{-5}$	157	3398	244
platina	1768	3825	72	$8{,}8 \cdot 10^{-6}$	101	2405	134
plutónium	640	3228	6	–	–	–	–
polónium	254	962	–	–	–	–	–

Név	Olvadáspont t_o (°C)	For... po... t_f (...
prazeodímium	931	3...
prométium	1042	3...
protaktínium	1572	3...
rádium	700	1...
rénium	3186	5...
réz	1085	2...
ródium	1964	3...
rubídium	39,31	...
ruténium	2334	4...
stroncium	777	1...
szamárium	1072	1...
szelén	221	...
szén	3527	4...
szén (grafit)	3650 S	4...
szén (gyémánt)	3500 B	
szilícium	1414	3...
szkandium	1541	2...
tallium	303,5	1...
tantál	3017	5...
technécium	2157	4...
tellúr	449,5	
terbium	1359	3...
titán	1668	3...
tórium	1750	4...
túlium	1545	1...
uránium	1135	4...
vanádium	1910	3...
vas	1538	2...
volfrám	3422	5...

	Olvadáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on c (J/(kg · K))
$^{-5}$	193	4 135	285
	–	–	–
$^{-5}$	57	886	232
$^{-5}$	209	3 760	653
$^{-5}$	61	2 033	741
	–	–	733
$^{-5}$	263	6 490	415
$^{-6}$	260	6 580	461
$^{-5}$	60	2 897	197
$^{-5}$	422	19 600	3 308
$^{-6}$	–	–	–
$^{-6}$	362	5 254	1 068
$^{-5}$	267	4 207	477
$^{-6}$	290	6 153	251
^{5}	113	4 260	1 235
^{6}	75	2 000	205
	–	–	–
^{5}	292	6 378	440
^{6}	290	7 360	268
^{5}	2	862	130
^{5}	–	–	213
	60	2 497	–
	154	3 305	131
	157	3 398	244
	101	2 405	134
	–	–	–
	–	–	–

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C)	Hővezetési együttható a 0 . . . 100 °C tartományban λ (J/(m·K·s))	Lineáris hőtágulási együttható a 0 . . . 100 °C tartományban α (1/K)	Olvadáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Közepes fajhő 25 °C-on c (J/(kg · K))
prazeodímium	931	3 510	13	$6{,}7 \cdot 10^{-6}$	80	2 343	192
prométium	1 042	3 000	15	$1{,}1 \cdot 10^{-5}$	–	–	–
protaktínium	1 572	3 300	47	–	–	–	–
rádium	700	1 737	19	–	–	–	–
rénium	3 186	5 596	48	$6{,}2 \cdot 10^{-6}$	180	3 824	138
réz	1 085	2 562	395	$1{,}68 \cdot 10^{-5}$	205	4 796	385
ródium	1 964	3 695	150	$8{,}2 \cdot 10^{-6}$	210	4 800	244
rubídium	39,31	688	58	$9 \cdot 10^{-6}$	26	887	360
ruténium	2 334	4 150	117	$6{,}4 \cdot 10^{-6}$	252	5 610	238
stroncium	777	1 382	35	$2{,}25 \cdot 10^{-5}$	–	–	–
szamárium	1 072	1 790	13	$1{,}27 \cdot 10^{-5}$	72	1 280	180
szelén	221	685	0,52	$3{,}7 \cdot 10^{-5}$	69	333	352
szén	3 527	4 027	140	$7{,}1 \cdot 10^{-6}$	–	–	691
szén (grafit)	3 650 S	4 827	–	–	–	–	1 047
szén (gyémánt)	3 500 B	–	140	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-6}$	–	–	494
szilícium	1 414	3 265	150	$2{,}6 \cdot 10^{-6}$	1 650	13 700	678
szkandium	1 541	2 830	16	$1{,}02 \cdot 10^{-5}$	357	7 293	557
tallium	303,5	1 473	46	$3 \cdot 10^{-5}$	21	813	128
tantál	3 017	5 458	58	$6{,}5 \cdot 10^{-6}$	174	4 165	140
technécium	2 157	4 265	51	–	–	–	–
tellúr	449,5	988	3,3	$1{,}675 \cdot 10^{-5}$	138	820	201
terbium	1 359	3 221	11	$1{,}03 \cdot 10^{-5}$	103	1 840	183
titán	1 668	3 287	22	$8{,}6 \cdot 10^{-6}$	365	8 893	523
tórium	1 750	4 788	54	$1{,}12 \cdot 10^{-5}$	83	2 202	113
túlium	1 545	1 946	17	$1{,}33 \cdot 10^{-5}$	109	1 456	160
urán	1 135	4 131	28	$1{,}39 \cdot 10^{-5}$	53	1 753	116
vanádium	1 910	3 407	31	$8{,}3 \cdot 10^{-6}$	345	8 975	486
vas	1 538	2 861	80	$1{,}18 \cdot 10^{-5}$	272	6 095	465
volfrám	3 422	5 555	162	$4{,}5 \cdot 10^{-6}$	192	4 009	134

9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai

Ü: üvegesedik, B: bomlik S: szublimál

Az adatok csak tájékoztató jellegűek, az összetétel, származási hely, előállítási technológia, nedvességtartalom és porozitás nagymértékben befolyásolja az értékeket.

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Hővezetési együttható 20 °C-on λ (J/(m · K · s))	Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on α (1/K)	Fajhő, 20 °C-on c_p (J/(kg · K))
acél (ausztenites)	1350 ... 1550	13 ... 17	$1{,}6 \ldots 1{,}7 \cdot 10^{-5}$	470
acél (ferrites)	1350 ... 1550	30 ... 60	$1{,}05 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$	
agyag	–	0,035 ... 0,045	–	1300 ... 1700
alumínium-oxid	2050	25 ... 35	$7 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$	–
alumíniumötvözetek	–	121 ... 237	$1{,}85 \ldots 2{,}4 \cdot 10^{-5}$	–
beton	–	0,7 ... 1,2	$1{,}2 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$	840
bronz	880 ... 1040	45 ... 75	$1{,}68 \ldots 1{,}88 \cdot 10^{-5}$	360
cinkötvözetek	380 ... 420	95 ... 113	$2{,}4 \ldots 2{,}8 \cdot 10^{-5}$	–
csillám	–	0,5 ... 0,6	$0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$	880
fémkerámiák	1425	30 ... 34	$8{,}3 \ldots 8{,}9 \cdot 10^{-6}$	–
fenyőfa a rostokkal párhuzamosan	–	0,4	$3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-6}$	–
fenyőfa a rostokra merőlegesen	–	0,2	$3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-5}$	–
gipsz	–	0,29	–	800
gránit	–	2,1 ... 2,9	$3 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$	750
gyémánt	3500 B	140	$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-6}$	494
jég (0°C-on)	0	2,2	$5{,}1 \cdot 10^{-5}$	2093
kőszén	–	0,2 ... 0,3	–	1000 ... 1300
kvarcüveg	1480 Ü	1,4	$5 \ldots 6 \cdot 10^{-7}$	–
lombos fa a rostokkal párhuzamosan	–	0,2 ... 0,35	$3 \ldots 10 \cdot 10^{-6}$	1300 ... 1700
lombos fa a rostokra merőlegesen	–	0,1 ... 0,2	$3 \ldots 7 \cdot 10^{-5}$	
magnézium-oxid	2800	–	$1{,}0 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$	–
magnézium-ötvözetek	420 ... 650	70 ... 155	$2{,}0 \ldots 2{,}6 \cdot 10^{-5}$	–
nikkelötvözetek	1260 ... 1440	10 ... 90	$1{,}1 \ldots 1{,}8 \cdot 10^{-5}$	1700 ... 2100
parafa	–	0,045 ... 0,060	–	1,7 ... 2,1
porcelán	1700	0,8 ... 1,4	$3 \ldots 6{,}5 \cdot 10^{-6}$	800 ... 900
samott	–	0,8 ... 1,2	$5 \cdot 10^{-6}$	840
sárgaréz	880 ... 1020	55 ... 160	$1{,}75 \ldots 1{,}91 \cdot 10^{-5}$	380
szilícium-karbid	2700 S	90 ... 125	$4 \ldots 5 \cdot 10^{-6}$	–

Név	Olvad
titán-karbid	3
titánötvözetek	1540
üveg	330.
üvegszál-erősítésű műanyag	
volfrám-karbid	2
zsírkő (talkum)	1

9.35. Műanyagok hőtani a

A gyártási technológiától é
értékek.

Név	Olvadáspo (°C) Ü: üveges B: boml
cellulóz-acetát	70 ... 12
poliamid (PA 6, Nylon 6)	180 ... 22
polikarbonát (PC)	2(
poli(etilén-tereftalát) (poliészter)	2(
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	1
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	1
poliimid (kapton)	4
poli(metil-metakrilát) (plexi)	1
polipropilén (PP)	160 ... 1
polisztirol (PS)	1
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	3
poli(vinil-klorid) (PVC)	
poliésztergyanta	1

mazási hely, előállítási technológia, ja az értékeket.

Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on α (1/K)	Fajhő, 20 °C-on c_p (J/(kg · K))
$1{,}6 \ldots 1{,}7 \cdot 10^{-5}$	470
$1{,}05 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$	
–	1300 ... 1700
$7 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$	–
$1{,}85 \ldots 2{,}4 \cdot 10^{-5}$	–
$1{,}2 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$	840
$1{,}68 \ldots 1{,}88 \cdot 10^{-5}$	360
$2{,}4 \ldots 2{,}8 \cdot 10^{-5}$	–
$0{,}9 \ldots 1{,}3 \cdot 10^{-5}$	880
$8{,}3 \ldots 8{,}9 \cdot 10^{-6}$	–
$3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-6}$	–
$3{,}2 \ldots 4{,}3 \cdot 10^{-5}$	–
–	800
$3 \ldots 8 \cdot 10^{-6}$	750
$0{,}9 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-6}$	494
$5{,}1 \cdot 10^{-5}$	2093
–	1000 ... 1300
$5 \ldots 6 \cdot 10^{-7}$	–
$3 \ldots 10 \cdot 10^{-6}$	1300 ... 1700
$3 \ldots 7 \cdot 10^{-5}$	
$1{,}0 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-5}$	–
$2{,}0 \ldots 2{,}6 \cdot 10^{-5}$	–
$1{,}1 \ldots 1{,}8 \cdot 10^{-5}$	1700 ... 2100
–	1,7 ... 2,1
$5 \ldots 6{,}5 \cdot 10^{-6}$	800 ... 900
$5 \cdot 10^{-6}$	840
$1{,}5 \ldots 1{,}91 \cdot 10^{-5}$	380
$4 \ldots 5 \cdot 10^{-6}$	–

Név	Olvadáspont t_o (°C)	Hővezetési együttható 20 °C-on λ (J/(m · K · s))	Lineáris hőtágulási együttható 20 °C-on α (1/K)	Fajhő, 20 °C-on c_p (J/(kg · K))
titán-karbid	3100	21	$7{,}4 \cdot 10^{-6}$	–
titánötvözetek	1540 ... 1650	7 ... 20	$8{,}6 \ldots 9{,}3 \cdot 10^{-6}$	–
üveg	330 ... 825 Ü	0,7 ... 1,1	$3{,}5 \ldots 5{,}5 \cdot 10^{-6}$	–
üvegszál-erősítésű műanyag	–	0,31 ... 0,44	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	–
volfrám-karbid	2870	30 ... 90	–	–
zsírkő (talkum)	1460	3,3	$9 \ldots 10 \cdot 10^{-6}$	840

9.35. Műanyagok hőtani adatai

A gyártási technológiától és a kialakuló szerkezettől függően kismértékben változhatnak az értékek.

Név	Olvadáspont t_o (°C) Ü: üvegesedik B: bomlik	Hővezetési együttható λ (J/(m·K·s)) 23 °C-on	Lineáris hőtágulási együttható α (1/K)	Fajhő c (kJ/(kg·K))	Alkalmazási tartomány T_{alk} (°C)
cellulóz-acetát	70 ... 120 Ü	0,16 ... 0,32	$80 \ldots 180 \cdot 10^{-6}$	1,2 ... 1,6	−20 ... 95
poliamid (PA 6, Nylon 6)	180 ... 220 Ü	0,24 ... 0,28	$95 \cdot 10^{-6}$	2,1	−40 ... 160
polikarbonát (PC)	200 Ü	0,19 ... 0,22	$66 \ldots 70 \cdot 10^{-6}$	1,2	... 125
poli(etilén-tereftalát) (poliészter)	265	0,14 ... 0,40	$30 \ldots 65 \cdot 10^{-6}$	1,2 ... 1,35	−40 ... 170
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	150	0,45 ... 0,52	$100 \ldots 200 \cdot 10^{-6}$	1,9	... 120
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	120	0,33	$100 \ldots 200 \cdot 10^{-6}$	1,9	−60 ... 90
poliimid (kapton)	400 B	0,10 ... 0,35	$30 \ldots 60 \cdot 10^{-6}$	1,09	−270 ... 320
poli(metil-metakrilát) (plexi)	120 Ü	0,16 ... 0,25	$50 \ldots 90 \cdot 10^{-6}$	1,4 ... 1,5	... 90
polipropilén (PP)	160 ... 170	0,10 ... 0,22	$60 \ldots 100 \cdot 10^{-6}$	1,7 ... 1,9	−10 ... 120
polisztirol (PS)	110 Ü	0,04 ... 0,14	$30 \ldots 210 \cdot 10^{-6}$	1,2	... 95
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	320	0,25	$100 \ldots 160 \cdot 10^{-6}$	1,0	−260 ... 280
poli(vinil-klorid) (PVC)	90 Ü	0,12 ... 0,25	$75 \ldots 100 \cdot 10^{-6}$	–	−30 ... 75
poliésztergyanta	140 B	0,12 ... 0,2	$100 \ldots 130 \cdot 10^{-6}$	–	... 100

9.36. Folyadékok hőtani adatai

	Név		Fajhő 0 °C-on c $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right)$	Hővezetési együttható 18 °C-on λ $\left(\frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{s}}\right)$	Térfogati hőtágulási együttható β (1/°C)	Olvadáspont Fagyáspont t_o (°C) 10^5 Pa nyomáson
1.	aceton (dimetil-keton)	$(CH_3)CO$	2,16	0,162	$1{,}43 \cdot 10^{-3}$	−94,6
2.	benzin	–	2,10	0,163	$1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−50 ... − 130
3.	benzol	C_6H_6	1,74 (*)	0,140	$1{,}25 \cdot 10^{-3}$	5,5
4.	bróm	Br_2	0,46	0,12	$1{,}13 \cdot 10^{-3}$	−7,3
5.	etil-alkohol (etanol)	$(C_2H_5)OH$	2,39	0,198	$1{,}10 \cdot 10^{-3}$	−112
6.	éter (dietil-éter)	$(C_2H_5)O$	2,30	0,140	$1{,}62 \cdot 10^{-3}$	−116,3
7.	gázolaj	–	–	0,151	–	−30
8.	glicerin (vízmentes)	$C_3H_5(OH)_3$	2,39 (*)	0,291	$0{,}50 \cdot 10^{-3}$	18
9.	higany	Hg	0,138	8,374	$0{,}181 \cdot 10^{-3}$	−38,9
10.	kénsav (tömény)	H_2SO_4	1,39 (*)	0,465	$0{,}56 \cdot 10^{-3}$	10,5
11.	kloroform	$CHCl_3$	0,94	–	$1{,}28 \cdot 10^{-3}$	−63,7
12.	konyhasóoldat (20%)	–	3,91	0,593	–	−18
13.	metil-alkohol (metanol)	CH_3OH	2,41	–	$1{,}19 \cdot 10^{-3}$	−97,8
14.	*n*-pentán	C_5H_{12}	2,27 (*)	0,140	$1{,}62 \cdot 10^{-3}$	−129,7
15.	petróleum	–	2,10	0,160	$0{,}92 \ldots 1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−70
16.	salétromsav	HNO_3	1,72	0,535	$1{,}24 \cdot 10^{-3}$	−41,3
17.	sósav (20%)	HCl + aq	3,14	0,465	$0{,}30 \cdot 10^{-3}$	−14
18.	szén-diszulfid	CS_2	1,00	–	$1{,}19 \cdot 10^{-3}$	−111,8
19.	szén-tetraklorid	CCl_4	0,84	0,105	$1{,}23 \cdot 10^{-3}$	−22,6
20.	terpentinolaj	–	1,80	0,105	$1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−10
21.	víz	H_2O	4,18 (*)	0,587	$0{,}13 \cdot 10^{-3}$	0
22.	nehézvíz	D_2O	4,21 (*)	–	–	3,8
23.	trícium-oxid	T_2O	4,19 (*)	–	–	4,5

(*) 20 °C-on

Forráspont t_f (°C) 10^5 Pa nyomáson	Olvadáshő Fagyáshő L_o (kJ/kg)	Fo
56,5	82,1	
40 ... 220	–	
80,1	127	
58,8	67,8	
78,4	107	
34,5	98,4	
200 ... 300	–	
290	201	
357	11,7	
338	109	
61,1	75	
108,8	–	
64,7	83,7	
36,1	116	
150 ... 300	–	
86	39,7	
110	–	
46,2	74,1	
76,8	17,6	
160	–	
100	335	
101,4	318	
–	–	

Térfogati hőtágulási együttható β (1/°C)	Olvadáspont Fagyáspont t_o (°C) 10^5 Pa nyomáson
$1{,}43 \cdot 10^{-3}$	−94,6
$1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−50 . . . − 130
$1{,}25 \cdot 10^{-3}$	5,5
$1{,}13 \cdot 10^{-3}$	−7,3
$1{,}10 \cdot 10^{-3}$	−112
$1{,}62 \cdot 10^{-3}$	−116,3
–	−30
$0{,}50 \cdot 10^{-3}$	18
$0{,}181 \cdot 10^{-3}$	−38,9
$0{,}56 \cdot 10^{-3}$	10,5
$1{,}28 \cdot 10^{-3}$	−63,7
–	−18
$1{,}19 \cdot 10^{-3}$	−97,8
$1{,}62 \cdot 10^{-3}$	−129,7
$0{,}92 \ldots 1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−70
$1{,}24 \cdot 10^{-3}$	−41,3
$0{,}30 \cdot 10^{-3}$	−14
$1{,}19 \cdot 10^{-3}$	−111,8
$1{,}23 \cdot 10^{-3}$	−22,6
$1{,}00 \cdot 10^{-3}$	−10
$0{,}13 \cdot 10^{-3}$	0
–	3,8
–	4,5

Forráspont t_f (°C) 10^5 Pa nyomáson	Olvadáshő Fagyáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_f (kJ/kg)	Kritikus hőmérséklet t_{kr} (°C)	Kritikus nyomás p_{kr} (MPa)	Név	
56,5	82,1	525	236	6,08	aceton (dimetil-keton)	1.
40 . . . 220	–	–	–	–	benzin	2.
80,1	127	396	288,5	4,85	benzol	3.
58,8	67,8	1180	310	10,33	bróm	4.
78,4	107	906	244	6,28	etil-alkohol (etanol)	5.
34,5	98,4	377	194	4,51	éter (dietil-éter)	6.
200 . . . 300	–	–	–	–	gázolaj	7.
290	201	1101	240	10,00	glicerin (vízmentes)	8.
357	11,7	285	1460	105,6	higany	9.
338	109	553	–	–	kénsav (tömény)	10.
61,1	75	247	262	5,49	kloroform	11.
108,8	–	–	–	–	konyhasóoldat (20%)	12.
64,7	83,7	1110	237	1,01	metil-alkohol (metanol)	13.
36,1	116	353	197	3,34	*n*-pentán	14.
150 . . . 300	–	335	–	–	petróleum	15.
86	39,7	482	–	–	salétromsav	16.
110	–	–	–	–	sósav (20%)	17.
46,2	74,1	364	277	7,55	szén-diszulfid	18.
76,8	17,6	193	283	4,51	szén-tetraklorid	19.
160	–	293	376	–	terpentinolaj	20.
100	335	2256	374,2	22,06	víz	21.
101,4	318	2073	–	–	nehézvíz	22.
–	–	–	374,2	22,08	trícium-oxid	23.

9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai

	Név		Fajhő (10^5 Pa-on, 273 K-en)		$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$	Hővezetési együttható 18 °C-on λ	Térfogati hőtágulási együttható β
			c_p	c_V			
			(kJ/(kg · K))			(J/(m · K · s))	(1/K)
1.	ammónia	NH_3	2,056	1,566	1,31	$22{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}802 \cdot 10^{-3}$
2.	argon	Ar	0,523	0,318	1,65	$16{,}2 \cdot 10^{-3}$	$3{,}642 \cdot 10^{-3}$
3.	acetilén (etin)	C_2H_2	1,512	1,214	1,25	$18{,}8 \cdot 10^{-3}$	$3{,}726 \cdot 10^{-3}$
4.	*n*-bután	C_4H_{10}	1,658	–	–	$13{,}5 \cdot 10^{-3}$	–
5.	etán	C_2H_6	1,666	1,365	1,22	$19{,}7 \cdot 10^{-3}$	$3{,}750 \cdot 10^{-3}$
6.	fluor	F_2	0,342	–	–	$27{,}7 \cdot 10^{-3}$	–
7.	hélium	He	5,234	3,161	1,66	$143{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}660 \cdot 10^{-3}$
8.	hidrogén	H_2	14,236	10,112	1,41	$175{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}662 \cdot 10^{-3}$
9.	nehézhidrogén	D_2	14,487	–	–	$128{,}7 \cdot 10^{-3}$	–
10.	hidrogén-klorid	HCl	0,812	0,573	1,41	–	–
11.	kén-dioxid	SO_2	0,628	0,477	1,27	$8{,}4 \cdot 10^{-3}$	$3{,}385 \cdot 10^{-3}$
12.	kén-hidrogén	H_2S	1,068	0,821	1,30	$13{,}0 \cdot 10^{-3}$	–
13.	klór	Cl_2	0,502	0,374	1,35	$8{,}9 \cdot 10^{-3}$	–
14.	kripton	Kr	–	–	1,68	$87{,}5 \cdot 10^{-3}$	$3{,}690 \cdot 10^{-3}$
15.	levegő	–	0,997	0,712	1,40	$24{,}2 \cdot 10^{-3}$	$3{,}675 \cdot 10^{-3}$
16.	metán	CH_4	2,161	1,637	1,32	$30{,}2 \cdot 10^{-3}$	–
17.	éter (dimetil-éter)	$(CH_3)_2O$	–	–	1,11	–	–
18.	neon	Ne	1,030	0,623	1,65	$46{,}4 \cdot 10^{-3}$	$3{,}661 \cdot 10^{-3}$
19.	nitrogén	N_2	1,038	0,741	1,40	$24{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}674 \cdot 10^{-3}$
20.	oxigén	O_2	0,916	0,653	1,40	$24{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}674 \cdot 10^{-3}$
21.	ózon	O_3	0,795	–	1,29	–	–
22.	propán	C_3H_8	1,595	–	1,14	$15{,}1 \cdot 10^{-3}$	–
23.	szén-dioxid	CO_2	0,821	0,632	1,30	$14{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}726 \cdot 10^{-3}$
24.	szén-monoxid	CO	1,047	0,745	1,40	$23{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}367 \cdot 10^{-3}$
25.	vízgőz	H_2O	1,847	1,386	1,40	$18{,}0 \cdot 10^{-3}$	–
26.	xenon	Xe	–	–	1,66	$5{,}7 \cdot 10^{-3}$	$3{,}720 \cdot 10^{-3}$

Olvadáspont Fagyáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C)	Olvad Fagy L_o (k
10^5 Pa		
–77,7	–33,4	33
–189,3	–185,8	2
–83,5	–81,5	
–138,0	–0,5	8
–183,0	–88,5	9
–220,0	–188,0	3
–272,2(1)	–268,9	
–259,2	–252,8	5
–254,6	–249,7	
–112,0	–85,0	5
–75,3	–10,0	1
–85,6	–60,4	
–103,0	–35,0	1
–157,2	–151,7	
–220,0	–192,0	
–182,6	–161,6	
–138,0	–23,7	
–248,8	–245,9	
–210,0	–195,8	
–218,8	–182,9	
–251,0	–112,0	
–187,8	–42,1	
–56,3(2)	–78,0(3)	
–205,0	–191,5	
0,0	100,0	
–111,9	–108,0	

(1) $26 \cdot 10^5$ Pa nyomáson
(2) $5{,}197\,52 \cdot 10^5$ Pa nyomá
(3) szublimálási pont
(4) szublimálási hő

$\frac{c_p}{c_V}$	Hővezetési együttható 18 °C-on λ (J/(m · K · s))	Térfogati hőtágulási együttható β (1/K)
31	$22{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}802 \cdot 10^{-3}$
65	$16{,}2 \cdot 10^{-3}$	$3{,}642 \cdot 10^{-3}$
25	$18{,}8 \cdot 10^{-3}$	$3{,}726 \cdot 10^{-3}$
-	$13{,}5 \cdot 10^{-3}$	–
22	$19{,}7 \cdot 10^{-3}$	$3{,}750 \cdot 10^{-3}$
-	$27{,}7 \cdot 10^{-3}$	–
56	$143{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}660 \cdot 10^{-3}$
41	$175{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}662 \cdot 10^{-3}$
-	$128{,}7 \cdot 10^{-3}$	–
41	–	–
27	$8{,}4 \cdot 10^{-3}$	$3{,}385 \cdot 10^{-3}$
30	$13{,}0 \cdot 10^{-3}$	–
35	$8{,}9 \cdot 10^{-3}$	–
38	$87{,}5 \cdot 10^{-3}$	$3{,}690 \cdot 10^{-3}$
0	$24{,}2 \cdot 10^{-3}$	$3{,}675 \cdot 10^{-3}$
2	$30{,}2 \cdot 10^{-3}$	–
1	–	–
5	$46{,}4 \cdot 10^{-3}$	$3{,}661 \cdot 10^{-3}$
0	$24{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}674 \cdot 10^{-3}$
0	$24{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}674 \cdot 10^{-3}$
0	–	–
4	$15{,}1 \cdot 10^{-3}$	–
0	$14{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}726 \cdot 10^{-3}$
0	$23{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}367 \cdot 10^{-3}$
0	$18{,}0 \cdot 10^{-3}$	–
	$5{,}7 \cdot 10^{-3}$	$3{,}720 \cdot 10^{-3}$

Olvadáspont Fagyáspont t_o (°C)	Forráspont t_f (°C) 10^5 Pa	Olvadáshő Fagyáshő L_o (kJ/kg)	Forráshő L_o (kJ/kg)	Kritikus hőmérséklet t_{kr} (°C)	Kritikus nyomás p_{kr} (MPa)	Név	
−77,7	−33,4	339	1368	132,4	11,28	ammónia	1.
−189,3	−185,8	29,3	167	−122,0	4,90	argon	2.
−83,5	−81,5	–	754	35,9	6,34	etin (acetilén)	3.
−138,0	−0,5	81,6	386	152,8	3,49	*n*-bután	4.
−183,0	−88,5	95,1	486	32,2	4,96	etán	5.
−220,0	−188,0	37,7	159	−129,0	5,70	fluor	6.
−272,2[1]	−268,9	–	25,1	−267,9	0,23	hélium	7.
−259,2	−252,8	58,6	461	239,9	1,29	hidrogén	8.
−254,6	−249,7	–	314	−234,8	1,69	nehézhidrogén	9.
−112,0	−85,0	56,5	448	51,4	8,43	hidrogén-klorid	10.
−75,3	−10,0	117	390	157,5	7,88	kén-dioxid	11.
−85,6	−60,4	69,5	551	100,4	9,02	kén-hidrogén	12.
−103,0	−35,0	188	261	114,0	7,70	klór	13.
−157,2	−151,7	19,7	117	−63,8	5,49	kripton	14.
−220,0	−192,0	–	209	−140,7	3,82	levegő	15.
−182,6	−161,6	58,2	504	−82,5	4,63	metán	16.
−138,0	−23,7	–	469	127,0	5,30	éter (dimetil-éter)	17.
−248,8	−245,9	–	105[4]	−228,7	2,73	neon	18.
−210,0	−195,8	25,8	199	−147,1	3,39	nitrogén	19.
−218,8	−182,9	13,8	213	−118,8	5,04	oxigén	20.
−251,0	−112,0	–	251	−5,0	9,36	ózon	21.
−187,8	−42,1	80,0	448	96,8	4,26	propán	22.
−56,3[2]	−78,0[3]	18,4	573[4]	31,0	7,35	szén-dioxid	23.
−205,0	−191,5	30,2	216	−140,0	3,49	szén-monoxid	24.
0,0	100,0	334	2256	374,2	22,06	vízgőz	25.
−111,9	−108,0	17,6	461	16,6	5,89	xenon	26.

[1] $26 \cdot 10^5$ Pa nyomáson

[2] $5{,}197\,52 \cdot 10^5$ Pa nyomáson

[3] szublimálási pont

[4] szublimálási hő

9.38. Gyulladási hőmérsékletek, égéshők, fűtőértékek

Közelítő értékek, sok esetben függ a pontos összetételtől.

Égéshő: (felső fűtőérték) az a hőmennyiség, amely 1 kg vagy 1 m^3 20 °C-os tüzelőanyag tökéletes elégetésekor felszabadul, ha az égéstermékeket a kiindulási hőmérsékletre hűtjük vissza.

Fűtőérték: (alsó fűtőérték) az égéshőnek az égésnél keletkező víz elpárologtatásához szükséges hővel csökkentett értéke.

Név	Gyulladási hőmérséklet t_{gy} (°C)	Égéshő H_f (MJ/kg)	Fűtőérték H_a (MJ/kg)
szilárd anyagok			
antracit	425...440	33...35	32...34
kőszén	350...450	29...35	27...34
kohókoksz	550...750	28...31	28...30
barnaszén-brikett	–	20...21	~ 20
fa (száraz)	285...300	16...18	15...17
tőzeg (száraz)	225-280	14...16	12...15
barnaszén	250...450	10...13	8...11
fa (nedves)	–	~ 11	~ 8
folyadékok			
bután (cseppfolyósítva)	425...440	49	46
propán (cseppfolyósítva)	470	50	42
gázolaj	350...430	44...46	39...44
benzin	230...300	44	42
petróleum	320	42...46	40...44
xilol	495	43	41
toluol	553	42	41
benzol	540...580	42	40
etil-alkohol (etanol)	390...425	30	26
spiritusz (90%)	–	28	24
metil-alkohol (metanol)	465	22	19
szén-diszulfid	102...120	–	15
gázok, gőzök			
benzolgőz	–	147	138
butángőz	490...530	130	121
propángőz	510	100	92
etán	320...360	70	64
etilén (etin)	545...560	64	59
acetilén (etén)	335	58...59	56...57

Név	
fagáz (nedves)	
fagáz (száraz)	
metán	
földgáz	
ammónia	
szén-monoxid	
hidrogén	
vízgáz	
generátorgáz	

9.39. Lánghőmérsékletek

kőszén kazánban égetve
kőszén előtüzeléssel
barnaszén kazánban égetve
földgáz Bunsen-égőben égetv
földgáz oxigénben égetve
hidrogén oxigénnel égetve
hidrogén levegőben égetve
etil-alkohol (etanol) lángja
acetilén (etén) oxigénben ég

9.40. Gázmolekulák és gá szabad úthossza 20

Közvetett mérési eredmény

Név	Termikus átlagsebesség v (m/s)
H_2	1910
He	1350
Ne	604
Ar	427
Kr	295
Xe	236

gy 1 m^3 20 °C-os tüzelőanyag tökéidulási hőmérsékletre hűtjük vissza.
kező víz elpárologtatásához szüksé-

géshő (MJ/kg)	Fűtőérték H_a (MJ/kg)
33...35	32...34
29...35	27...34
28...31	28...30
20...21	~ 20
16...18	15...17
14...16	12...15
10...13	8...11
~ 11	~ 8
49	46
50	42
44...46	39...44
44	42
42...46	40...44
43	41
42	41
42	40
30	26
28	24
22	19
–	15
147	138
130	121
100	92
70	64
64	59
58...59	56...57

Név	Gyulladási hőmérséklet t_{gy} (°C)	Égéshő H_f (MJ/kg)	Fűtőérték H_a (MJ/kg)
fagáz (nedves)	–	46	42
fagáz (száraz)	–	33	29
metán	650...750	40	36
földgáz	560...600	18...49	15...44
ammónia	650...780	17	14
szén-monoxid	610...650	13	13
hidrogén	575...585	12,77	10,80
vízgáz	600	11	10
generátorgáz	600	5...6	~ 5

9.39. Lánghőmérsékletek

kőszén kazánban égetve	1 000...1 200 °C
kőszén előtüzeléssel	1 300...1 500 °C
barnaszén kazánban égetve	700...1 200 °C
földgáz Bunsen-égőben égetve	1 550...1 870 °C
földgáz oxigénben égetve	2 200 °C
hidrogén oxigénnel égetve	2 280...2 900 °C
hidrogén levegőben égetve	1 770...1 960 °C
etil-alkohol (etanol) lángja	1 700 °C
acetilén (etén) oxigénben égetve	2 700...3 100 °C

9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza 20 °C-on, normál légköri nyomáson (10^5 Pa)

Közvetett mérési eredményekből számított értékek.

Név	Termikus átlagsebesség v (m/s)	Közepes szabad úthossz l (m)
H_2	1910	$1{,}18 \cdot 10^{-7}$
He	1350	$1{,}79 \cdot 10^{-7}$
Ne	604	$1{,}22 \cdot 10^{-7}$
Ar	427	$6{,}31 \cdot 10^{-8}$
Kr	295	$4{,}73 \cdot 10^{-8}$
Xe	236	$3{,}50 \cdot 10^{-8}$

Név	Termikus átlagsebesség v (m/s)	Közepes szabad úthossz l (m)
Hg	190	$3{,}03 \cdot 10^{-8}$
O_2	478	$6{,}44 \cdot 10^{-8}$
N_2	511	$6{,}05 \cdot 10^{-8}$
CO_2	408	$3{,}94 \cdot 10^{-8}$
vízgőz	615	$3{,}94 \cdot 10^{-8}$

9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében

Hőmérséklet t (° C)	Telített vízgőz		Víz	
	Nyomás p (kPa)	Sűrűség ϱ (kg/m^3)	Sűrűség ϱ (kg/m^3)	Párolgáshő L_p (kJ/kg)
0	0,607 95	0,0048	999,867	2500,5
5	0,872 73	0,0068	999,926	2488,8
10	1,225 7	0,0094	999,727	2477,0
15	1,696 5	0,0128	999,126	2465,3
20	2,333 9	0,0173	998,23	2453,6
25	3,167 5	0,0230	997,07	2442,3
30	4,236 4	0,0303	995,67	2430,1
35	5,619 2	0,0396	994,05	2417,9
40	7,374 5	0,0511	992,24	2406,3
45	9,581 0	0,0656	990,24	2394,1
50	12,336	0,0828	988,07	2382,4
55	15,739	0,1043	985,73	2370,3
60	19,917	0,1302	983,24	2358,6
65	25,006	0,1611	980,59	2345,9
70	31,155	0,1981	977,81	2333,8
75	38,549	0,2418	974,89	2321,3
80	47,356	0,2933	971,83	2308,3
85	57,800	0,3534	968,65	2295,3
90	70,107	0,4235	965,34	2282,3
95	84,523	0,5045	961,92	2269,3
100	101,324	0,5977	958,38	2256,4
125	232,12	1,299	939,0	2187,3
150	476,01	2,548	916,9	2112,8
175	892,50	4,617	892,1	2031,5
200	1 554,3	7,857	864,7	1940,7
225	2 550,7	12,75	834,0	1836,8
250	3 977,5	19,98	799,2	1715,8
275	5 948,6	30,57	759,4	1572,6
300	8 591,5	46,24	712,0	1403,1
325	12 057	70,68	654,0	1188,7
350	16 536	113,6	572,4	891,8
370	21 052	200,0	448,4	448,0
374,2	22 106	326,2	326,2	0

9.42. A víz forrásponti hőm

Nyomás	
p (Pa)	p (torr)
87 991	660
88 658	665
89 324	670
89 991	675
90 658	680
91 242	685
91 991	690
92 657	695
93 324	700
93 991	705
94 657	710
95 324	715
95 990	720
96 657	725
97 324	730
97 990	735
98 657	740
99 323	745
99 990	750
100 657	755
101 325	760

9.43. Néhány anyag hőát

levegő, gázok természetes á
levegő, enyhe áramlással
levegő, erős áramlással
túlhevített vízgőz
víz, természetes áramlás es
áramló víz
víz, forrás közben
kondenzálódó gőz

Víz	
Sűrűség ϱ (kg/m^3)	Párolgáshő L_p (kJ/kg)
999,867	2500,5
999,926	2488,8
999,727	2477,0
999,126	2465,3
998,23	2453,6
997,07	2442,3
995,67	2430,1
994,05	2417,9
992,24	2406,3
990,24	2394,1
988,07	2382,4
985,73	2370,3
983,24	2358,6
980,59	2345,9
977,81	2333,8
974,89	2321,3
971,83	2308,3
968,65	2295,3
965,34	2282,3
961,92	2269,3
958,38	2256,4
939,0	2187,3
916,9	2112,8
892,1	2031,5
864,7	1940,7
834,0	1836,8
799,2	1715,8
759,4	1572,6
712,0	1403,1
654,0	1188,7
572,4	891,8
448,4	448,0
326,2	0

9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében

Nyomás		Hőmérséklet
p (Pa)	p (torr)	t (°C)
87 991	660	96,10
88 658	665	96,30
89 324	670	96,50
89 991	675	96,71
90 658	680	96,91
91 242	685	97,12
91 991	690	97,32
92 657	695	97,52
93 324	700	97,71
93 991	705	97,91
94 657	710	98,11
95 324	715	98,30
95 990	720	98,49
96 657	725	98,69
97 324	730	98,88
97 990	735	99,07
98 657	740	99,26
99 323	745	99,44
99 990	750	99,63
100 657	755	99,82
101 325	760	100,00

Nyomás		Hőmérséklet
p (Pa)	p (torr)	t (°C)
101 990	765	100,18
102 656	770	100,37
103 323	775	100,55
103 990	780	100,73
104 656	785	100,91
105 323	790	101,09
105 989	795	101,27
106 656	800	101,44
107 323	805	101,62
107 989	810	101,80
108 656	815	101,97
109 322	820	102,14
109 989	825	102,32
110 656	830	102,49
111 322	835	102,66
111 989	840	102,83
112 655	845	103,00
100 322	850	103,17
113 989	855	103,33
114 655	860	103,50

9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója

	α (J/(m^2 · K · s))
levegő, gázok természetes áramlás esetén	6 . . . 20
levegő, enyhe áramlással	20 . . . 50
levegő, erős áramlással	50 . . . 250
túlhevített vízgőz	23 . . . 116
víz, természetes áramlás esetén	250 . . . 2 000
áramló víz	2 000 . . . 8 000
víz, forrás közben	3 000 . . . 6 000
kondenzálódó gőz	5 000 . . . 15 000

9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője

Az emissziós tényező értéke nagyon sok paramétertől (hőmérséklet, hullámhossz, a felület érdessége, polírozottsága, oxidáltsága, a vizsgálat szöge) függ, ezért a közölt adatok csak tájékoztató jellegűek.

Név		t (°C)	ε
acél	fényes	100	0,08
	oxidált	200	0,79
alumínium	fényes	25	0,022
		100	0,028
	oxidált	200	0,11
		600	0,19
arany	fényes	100	0,02
		500	0,03
beton		25	0,95
emberi test		36,5	0,98
jég		0	0,98
króm	fényes	100	0,08
nikkel	fényes	100	0,06
olajfesték		25	0,9
platina	fényes	25	0,037
		100	0,047

Név			t (°C)	ε
platina (folyt.)			500	0,01
			1000	0,15
			1500	0,19
réz		fényes	100	0,02
samott			1000	0,75
vas	**lemez**	fényes	100	0,05
		oxidált	100	0,74
	öntött	fényes	100	0,21
		oxidált	200	0,64
	kovácsolt	futtatott	25	0,94
		oxidált	200	0,6
volfrám		fényes	25	0,024
			100	0,032
			500	0,071
			1500	0,23
			2000	0,28

9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	ε_{rel}
alumínium-oxid	9 ... 10
bakelit	4,5 ... 8
bárium-titanát	1 000 ... 9 000
borostyán	2,2 ... 2,9
celluloid	2,6 ... 6
csillám	5 ... 9
ebonit	2 ... 3,5
gumi	2,5 ... 3
gyémánt	5,68
jég	3,2
kemény porcelán	5 ... 6,5
keménygumi	2,5 ... 3,5
keménypapír lemez	5
kén	3,6 ... 4,3
konyhasó	5,8

Név	ε_{rel}
kvarc (kristály)	3,5 ... 4,5
kvarc (üveg)	4
márvány	8,4 ... 14
mikanit	3,5 ... 5
műgyanta	3,5 ... 4,5
olajospapír	5
papír	1,2 ... 3
paraffin	2,2
porcelán	5,5 ... 6,5
prespán	2 ... 4
sellak	2,7 ... 3,7
tégla	2,3
trolitur	2,3 ... 2,5
üveg	3 ... 15

9.46. Műanyagok relati

Az értékek a gyakorlati

Név
cellulóz-acetát
poliamid (PA 6, Nylon 6)
polikarbonát (PC)
poli(etilén-tereftalát) (poli
polietilén (nagy sűrűségű,
polietilén (kis sűrűségű, L
poliimid (kapton)
poli(metil-metakrilát) (ple
polipropilén (PP)
polisztirol (PS)
poli(tetra-fluoretilén) (tefl
poli(vinil-klorid) (PVC)

9.47. Folyadékok relat

Az értékek a gyakorlati

Név
benzol
etil-alkohol (etanol)
éter (dietil-éter)
glicerin
kábelolaj
metil-alkohol (metanol)

9.48. Gázok relatív die

Név
argon
hélium
hidrogén
levegő, száraz

őmérséklet, hullámhossz, a felület
igg, ezért a közölt adatok csak tájé-

Név		t (°C)	ε
(folyt.)		500	0,01
		1000	0,15
		1500	0,19
	fényes	100	0,02
		1000	0,75
emez	fényes	100	0,05
	oxidált	100	0,74
ntött	fényes	100	0,21
	oxidált	200	0,64
ovácsolt	futtatott	25	0,94
	oxidált	200	0,6
	fényes	25	0,024
		100	0,032
		500	0,071
		1500	0,23
		2000	0,28

frekvenciákon érvényesek.

Név	ε_{rel}
ristály)	3,5 . . . 4,5
veg)	4
	8,4 . . . 14
	3,5 . . . 5
a	3,5 . . . 4,5
ír	5
	1,2 . . . 3
	2,2
	5,5 . . . 6,5
	2 . . . 4
	2,7 . . . 3,7
	2,3
	2,3 . . . 2,5
	3 . . . 15

9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	ε_{rel} (1 MHz-en)
cellulóz-acetát	3,2 . . . 7,5
poliamid (PA 6, Nylon 6)	3,6
polikarbonát (PC)	2,9 . . . 3,1
poli(etilén-tereftalát) (poliészter)	3
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	2,3 . . . 2,4
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	2,2 . . . 2,35
poliimid (kapton)	3,4
poli(metil-metakrilát) (plexi)	2,1 . . . 4,5
polipropilén (PP)	2,2 . . . 2,6
polisztirol (PS)	2,4 . . . 3,1
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	2,0 . . . 2,1
poli(vinil-klorid) (PVC)	2,7 . . . 3,1

9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója

Az értékek a gyakorlati felhasználás szempontjából érdekes frekvenciákon érvényesek.

Név	ε_{rel}
benzol	2,28
etil-alkohol (etanol)	25,1
éter (dietil-éter)	4,4
glicerin	41,1
kábelolaj	2,25
metil-alkohol (metanol)	33,7

Név	ε_{rel}
petróleum	2,2
szén-diszulfid	2,6
terpentinolaj	2,2 . . . 4,9
transzformátorolaj	2,2 . . . 2,5
víz	81,1

9.48. Gázok relatív dielektromos állandója 0 °C-on, 10^5 Pa nyomáson

Név	ε_{rel}
argon	1,000 504
hélium	1,000 066
hidrogén	1,000 252
levegő, száraz	1,000 594

Név	ε_{rel}
nitrogén	1,000 528
oxigén	1,000 486
szén-dioxid	1,000 985

9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége

A gyakorlati szigetelési esetekre vonatkozó tájékoztató értékek.

Név	$U_á$ (kV/mm)
bakelit	10
celluloid	35...45
csillám	47...68
gumi	10
keménygumi	15...30
keménypapír	20...25
kvarc (kristály)	30...40
kvarc (üveg)	10...30
levegő*	2...4
márvány	1...3

Név	$U_á$ (kV/mm)
nitrogén	2,4
olajozott papír	20...30
pala	0,1...0,3
paraffin	11,5
paraffinolaj	70
porcelán	34...38
prespán	10...13
sellak	40
szén-dioxid	25
transzformátorolaj	10

*: A pára- és portartalomtól függően változó érték.

9.50. Szigetelt vörösréz vezetékek megengedhető terhelése

Keresztmetszet (mm^2)	Állandó terhelésnél		Szakaszos terhelésnél legnagyobb áramerősség
	legnagyobb áramerősség	túlárambiztosító névleges áramerőssége	
	(A)		
0,5	7,5	6	7,5
0,75	9	6	9
1	11	6	11
1,5	14	10	14
2,5	20	15	20
4	25	20	25
6	31	25	31
10	43	35	60
25	100	80	140

9.51. Szobahőmérs... lagos ellenáll...

Név
alumínium
antimon
arany
arzén
bárium
berillium
bizmut
cérium
cézium
cink
cirkónium
diszprózium
erbium
európium
ezüst
gadolínium
gallium
germánium
hafnium
higany
holmium
indium
irídium
itterbium
ittrium
kadmium
kalcium
kálium
kobalt
króm
lantán
lítium

tek.

	$U_á$ (kV/mm)
	2,4
bír	20...30
	0,1...0,3
	11,5
	70
	34...38
	10...13
	40
	25
brolaj	10

ge

	Szakaszos terhelésnél legnagyobb áramerősség
osító erőssége	
	7,5
	9
	11
	14
	20
	25
	31
	60
	140

9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése

Név	Fajlagos ellenállás 20 °C-on ϱ ($\Omega \cdot$ m)	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, ..., 100 °C között α (1/K)
alumínium	$2{,}67 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
antimon	$4{,}01 \cdot 10^{-7}$	$5{,}1 \cdot 10^{-3}$
arany	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$	$4, \cdot 10^{-3}$
arzén	$3{,}33 \cdot 10^{-7}$	–
bárium	$3{,}5 \cdot 10^{-7}$	–
berillium	$3{,}3 \cdot 10^{-8}$	$9 \cdot 10^{-3}$
bizmut	$1{,}17 \cdot 10^{-6}$	$4{,}6 \cdot 10^{-3}$
cérium	$8{,}54 \cdot 10^{-7}$	$8{,}7 \cdot 10^{-3}$
cézium	$2 \cdot 10^{-7}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
cink	$5{,}96 \cdot 10^{-8}$	$4{,}2 \cdot 10^{-3}$
cirkónium	$4{,}4 \cdot 10^{-7}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
diszprózium	$9{,}1 \cdot 10^{-7}$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
erbium	$8{,}6 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-3}$
európium	$9 \cdot 10^{-7}$	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$
ezüst	$1{,}63 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
gadolínium	$1{,}34 \cdot 10^{-6}$	$1{,}76 \cdot 10^{-3}$
gallium	$1{,}55 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-3}$
germánium	$4{,}6 \cdot 10^{-1}$	–
hafnium	$3{,}22 \cdot 10^{-7}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
higany	$9{,}59 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-3}$
holmium	$9{,}4 \cdot 10^{-7}$	$1{,}71 \cdot 10^{-3}$
indium	$8{,}8 \cdot 10^{-8}$	$5{,}2 \cdot 10^{-3}$
irídium	$5{,}1 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
itterbium	$2{,}8 \cdot 10^{-7}$	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$
ittrium	$5{,}3 \cdot 10^{-7}$	$2{,}71 \cdot 10^{-3}$
kadmium	$7{,}3 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
kalcium	$3{,}7 \cdot 10^{-8}$	$4{,}57 \cdot 10^{-3}$
kálium	$6{,}8 \cdot 10^{-8}$	$5{,}7 \cdot 10^{-3}$
kobalt	$6{,}34 \cdot 10^{-8}$	$6{,}6 \cdot 10^{-3}$
króm	$1{,}32 \cdot 10^{-7}$	$2{,}14 \cdot 10^{-3}$
lantán	$5{,}7 \cdot 10^{-7}$	$2{,}18 \cdot 10^{-3}$
lítium	$9{,}29 \cdot 10^{-8}$	$4{,}35 \cdot 10^{-3}$

9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése (folytatás)

Név	Fajlagos ellenállás 20 °C-on ϱ ($\Omega \cdot m$)	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, ..., 100 °C között α (1/K)
magnézium	$4{,}2 \cdot 10^{-8}$	$4{,}25 \cdot 10^{-3}$
mangán	$1{,}60 \cdot 10^{-6}$	–
molibdén	$5{,}7 \cdot 10^{-8}$	$4{,}35 \cdot 10^{-3}$
nátrium	$4{,}5 \cdot 10^{-8}$	$5{,}5 \cdot 10^{-3}$
neodímium	$6{,}4 \cdot 10^{-7}$	$1{,}64 \cdot 10^{-3}$
nikkel	$6{,}9 \cdot 10^{-8}$	$6{,}8 \cdot 10^{-3}$
nióbium	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$	$2{,}6 \cdot 10^{-3}$
ólom	$2{,}06 \cdot 10^{-7}$	$4{,}2 \cdot 10^{-3}$
ón (fehér, β ón)	$1{,}26 \cdot 10^{-7}$	$4{,}6 \cdot 10^{-3}$
ozmium	$8{,}8 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
palládium	$1{,}08 \cdot 10^{-7}$	$4{,}2 \cdot 10^{-3}$
platina	$1{,}058 \cdot 10^{-7}$	$3{,}92 \cdot 10^{-3}$
prazeodímium	$6{,}8 \cdot 10^{-7}$	$1{,}71 \cdot 10^{-3}$
rénium	$1{,}87 \cdot 10^{-7}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
réz	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
ródium	$4{,}7 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
rubídium	$1{,}21 \cdot 10^{-7}$	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$
ruténium	$7{,}7 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
szamárium	$9{,}2 \cdot 10^{-7}$	$1{,}48 \cdot 10^{-3}$
szelén	$1{,}2 \cdot 10^{-7}$	–
szén (amorf)	$1{,}375 \cdot 10^{-5}$	–
szilícium	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$	–
szkandium	$6{,}6 \cdot 10^{-7}$	$2{,}82 \cdot 10^{-3}$
tallium	$1{,}66 \cdot 10^{-7}$	$5{,}2 \cdot 10^{-3}$
tantál	$1{,}35 \cdot 10^{-7}$	$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
tellúr	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	–
terbium	$1{,}16 \cdot 10^{-6}$	–
titán	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$
tórium	$1{,}4 \cdot 10^{-7}$	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$
túlium	$9 \cdot 10^{-7}$	$1{,}95 \cdot 10^{-3}$
urán	$2{,}7 \cdot 10^{-7}$	$3{,}4 \cdot 10^{-3}$
vanádium	$1{,}96 \cdot 10^{-7}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
vas	$1{,}01 \cdot 10^{-7}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
volfrám	$5{,}4 \cdot 10^{-8}$	$4{,}8 \cdot 10^{-3}$

9.52. Szilárd, elektrom
és az ellenállás h

Összetételtől, anyagszer

Anyagcsere
acél (ausztenites)
acél (ferrites)
alumíniumötvözetek
bronz
grafit
kantal
konstantán
króm-nikkel
manganin
rezisztin
sárgaréz
szén (technikai felhasznál
szilit
újezüst

9.53. Szigetelő anyag

Az anyagok szerkezeté
zölt adatok, ezért csak

Név
bakelit
borostyán
csillám
ebonit (keménygumi)
gumi
kerámiák
kvarcüveg
márvány

nek
e (folytatás)

ajlagos ellenállás hőfokfüggése 0, . . . , 100 °C között α (1/K)
$4{,}25 \cdot 10^{-3}$
–
$4{,}35 \cdot 10^{-3}$
$5{,}5 \cdot 10^{-3}$
$1{,}64 \cdot 10^{-3}$
$6{,}8 \cdot 10^{-3}$
$2{,}6 \cdot 10^{-3}$
$4{,}2 \cdot 10^{-3}$
$4{,}6 \cdot 10^{-3}$
$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
$4{,}2 \cdot 10^{-3}$
$3{,}92 \cdot 10^{-3}$
$1{,}71 \cdot 10^{-3}$
$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
$4{,}8 \cdot 10^{-3}$
$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
$1{,}48 \cdot 10^{-3}$
–
–
–
$2{,}82 \cdot 10^{-3}$
$5{,}2 \cdot 10^{-3}$
$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
–
–
$3{,}8 \cdot 10^{-3}$
$4{,}0 \cdot 10^{-3}$
$1{,}95 \cdot 10^{-3}$
$3{,}4 \cdot 10^{-3}$
$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
$4{,}8 \cdot 10^{-3}$

9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása és az ellenállás hőfokfüggése

Összetételtől, anyagszerkezettől függően változhatnak az értékek.

Anyagcsere	Fajlagos ellenállás 20 °C-on ϱ ($\Omega \cdot$ m)	Fajlagos ellenállás hőfokfüggése 20 °C-on α (1/K)
acél (ausztenites)	$7{,}1 \ldots 9{,}5 \cdot 10^{-7}$	$4{,}2 \ldots 5 \cdot 10^{-3}$
acél (ferrites)	$1{,}4 \ldots 5{,}5 \cdot 10^{-7}$	
alumíniumötvözetek	$2{,}8 \ldots 7{,}7 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$
bronz	$1{,}8 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-6}$
grafit	$8 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-4}$
kantal	$1{,}3 \ldots 1{,}4 \cdot 10^{-6}$	$6 \ldots 9 \cdot 10^{-5}$
konstantán	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$-5 \cdot 10^{-5}$
króm-nikkel	$8{,}5 \cdot 10^{-6}$	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$
manganin	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$1 \ldots 2 \cdot 10^{-5}$
rezisztin	$5{,}1 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-6}$
sárgaréz	$0{,}5 \ldots 1{,}2 \cdot 10^{-7}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$
szén (technikai felhasználású)	$4 \cdot 10^{-5} \ldots \cdot 10^{-4}$	$-3 \ldots 9 \cdot 10^{-4}$
szilit	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
újezüst	$3 \ldots 4 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^{-4}$

9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása 20 °C-on

Az anyagok szerkezetének és összetételének függvényében nagymértékben változhatnak a közölt adatok, ezért csak közepes értékeknek tekintendők.

Név	ϱ ($\Omega \cdot$ m)
bakelit	$10^9 \ldots 10^{11}$
borostyán	10^{16}
csillám	$10^{12} \ldots 10^{15}$
ebonit (keménygumi)	$10^{10} \ldots 10^{13}$
gumi	$10^{10} \ldots 10^{13}$
kerámiák	$10^{10} \ldots 10^{13}$
kvarcüveg	10^{16}
márvány	$10^{12} \ldots 10^{14}$

Név	ϱ ($\Omega \cdot$ m)
mikanit	10^{11}
papír, száraz	$10^{10} \ldots 10^{12}$
porcelán	$10^{10} \ldots 10^{12}$
samott-tégla	10^{12}
sellak	10^{14}
szilikáttégla	10^{10}
üveg	$10^8 \ldots 10^{15}$

9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása

A szerkezettől nagymértékben függ a fajlagos ellenállás, ezért a közölt értékek csak tájékoztató jellegűek.

Név	Fajlagos ellenállás ϱ ($\Omega \cdot$ m)
cellulóz-acetát	10^{10}
epoxigyanta	10^{12}
fenolgyanta	10^{9}
poliamid (PA 6, Nylon 6)	10^{11}
poliésztergyanta	10^{12}
polietilén (nagy sűrűségű, HDPE)	10^{14}
polietilén (kis sűrűségű, LDPE)	$> 10^{14}$
polikarbonát (PC)	10^{14}
poli(metil-metakrilát) (plexi)	$> 10^{13}$
polipropilén (PP)	$> 10^{14}$
polisztirol (PS)	$> 10^{14}$
poliszulfon	10^{15}
poli(tetra-fluoretilén) (teflon)	$> 10^{16}$
poli(vinil-klorid) (PVC) kemény	$> 10^{14}$
poli(vinil-klorid) (PVC) lágy	10^{10}
szilikon üvegszállal	10^{10}

9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása

Ferro- és paramágneses anyagok	μ_r	Diamágneses anyagok	μ_r
acél	200... 2000	metil-alkohol (metanol)	0,999 993 0
kobalt közepes érték	170	benzol	0,999 992 2
nikkel közepes érték	270	víz	0,999 991 0
öntöttvas	50... 500	réz	0,999 990
transzformátorlemez	1000... 10 000	petróleum	0,999 989
ferrit	50... 1000	alumínium-oxid	0,999 986
oxigén	1,000 001 9	konyhasó	0,999 986
bárium	1,000 006 9	bizmut	0,999 84
magnézium	1,000 017	petróleum	0,999 989
alumínium	1,000 02		
platina	1,000 26		
króm	1,000 28		
mangán	1,000 87		
oxigén (folyékony)	1,003 6		

9.56. Néhány elem mágneses Curie-pontja

Név	Vas	Nikkel	Kobalt
t_C (°C)	768	358	1075

9.57. Keménym

Az adatok gyárt
definíciója is kü

Név	Összetétel	Curie-pont T_c (°C)	Relatív permeabilitás μ_r	Remanens indukció B_r (T)	Koercitív térerősség H_c (kA/m)	Energiatartalom BH_{max} (kJ/m^3)
W-acél	0,5... 0,8% C, 5... 6% W	–	–	1,05... 1,08	5,5	2,9

a közölt értékek csak tájékoztató

ϱ (Ω · m)

gneses anyagok	μ_r
lkohol (metanol)	0,999 993 0
	0,999 992 2
	0,999 991 0
	0,999 990
um	0,999 989
um-oxid	0,999 986
só	0,999 986
	0,999 84
um	0,999 989

9.57. Keménymágneses anyagok

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

Név	Összetétel		Curie-pont T_c (°C)	Relatív permeabilitás μ_r	Remanens indukció B_r (T)	Koercitív térerősség H_c (kA/m)	Energiatartalom BH_{max} (kJ/m^3)
W-acél	0,5…0,8% C, 5…6% W		–	–	1,05…1,08	5,5	2,9
Cr-acél	0,9…1,2% C, 2…6% Cr		750	23…32	0,86…1	5,1	2…2,6
Co-acél	3% Co	1% C, 6% Cr,	800	22…28	0,72	10,4	2,78
	9% Co	1% W,	840	10…14	0,8	12,74	4,14
	15% Co	1,5% Mn	840	19…13	0,85	14,33	5,17
KS-acél	0,6% C, 2% Cr, 7% W, 35% Co		890	~ 10	1	19,9	7,96
Ni-Al ötvözet	12…13% Al, 21…27% Ni		720…730	5…7	0,51…0,74	39…41	7…8,7
Alnico 2	9…13% Al, 12…17% Co, 19…24% Ni		720	4…5	0,64…0,76	50…56	11,9…13,5
Alnico 3	11% Al, 24,5% Ni, 10% Co, 4% Cu		750	5	0,64…0,75	50…52,8	9,6…11,5
Alnico 5 anizotróp	8…9% Al, 13…14% Ni, 24% Co, 3% Cu, 0,5…0,7% Nb		~ 800	4,5…5	1,1…1,3	46…52	40…64
Tinocal 180 anizitróp	6…8% Al, 17…19% Ni, 24% Co, 5% Ti, 3% Cu		~ 800	3…4	0,65…0,75	70…80	15…20
Tinocal 400 anizotróp	14…15% Ni, 7…7,5% Al, 34% Co, 5…7% Ti, 4% Cu		875	3…4	0,78…0,85	96…118	32…40
Alnico 8 anizotróp	7% Al, 14,5% Ni, 34% Co, 4% Cu, 1% Nb, 7% Ti		–	–	0,82	150	51,5
Cunico	45…50% Cu, 29…30% Co, 21…25% Ni		~ 850	3,6	0,34…0,53	36…56	6,7…7,8
Cunife	20% Ni, 60…68% Cu, 2,5% Cr		720	4,6	0,33…0,55	28,6…33	6,8…8,6
Vicalloy	52…13% Co, 92…3% V		~ 700	7,1…7,9	0,9…1,4	23,8…40	8…27,7
Comalloy	15% Co, 15…20% Mo		–	–	1	18,3	8

9.58. Lágymágneses anyagok

Az adatok gyártók és gyártási technológiák szerint változhatnak, az egyes mennyiségek mérési definíciója is különbözhet.

Név	Összetétel	Curie-pont T_C (°C)	Kezdeti permeabilitás, μ_k	Maximális permeabilitás μ_{max}	Telítési indukció B_s (T)	Remanans indukció B_r (T)	Koercitív térerősség H_c (A/m)
Armcovas	max. 0,04% C	768	300	5 000	2,15	–	70...100
Fe-Si izotrop	0,7...1,1% Si	780	40...55	400...600	2,12...2,14	1,2	40
Fe-Si izotrop	1,7...2,8% Si	775...780	40...55	400...600	2...2,04	1,2	40
Fe-Si izotrop	3,2...4,4% Si	775...760	40...55	400...600	1,93...2,02	1,2	40
Fe-Si izotrop	3,1...4,6% Si	755...775	40...55	400...600	1,92...2,02	1,2	40
Fe-Si anizotrop	3% Si	740	1500	40 000	2	1,2	8
Fe-Si textúrás	3% Si	740	–	116 000	2	1,2	5,6
Hyperm 1	3...4% Si	770	500	8 500	1,85	–	80
Hyperm 5	4...5% Si	770	500	25 000	2	–	16
Hyperm 20	20% Cr, 5% Al	–	1300	3 800	1,15	–	50
Hyperm 36	36...40% Ni	230	1 800	6 500	1,2	–25	–
Permalloy	70...80% Ni	600	9 000	100 000	1,02	0,6	4
Permalloy-C	78,5% Ni, 3...4% Mo	480	6 000	70 000	0,8	0,5	4
Super-Permalloy	77%Ni, 1% Si, 0,5% Mn	–	10 000	50 000	1,08	–	2,8
Supermalloy	79% Ni, 5% Mo, 0,5% Mn	410	80 000	300 000...1 000 000	0,8	–	0,15
Mumetal	76% Ni, 5% Cu, 2% Cr	420	25 000	70 000	0,65...0,9	–	0,8...5
Permendur	50% Co	980	800	4 500...8 000	2,45	–	120
Perminvar	45% Ni, 25% Co	710	1 800	150 000	1,55	–	4

9.59. Elemek elektrokémi értékű tömege és o

Az elem neve (zárójelben oxidációsszám-változás
alumínium (3)
bróm (1)
cink (2)
ezüst (1)
fluor (1)
hidrogén (1)
higany (1)
higany (2)
jód (1)
kalcium (2)
kálium (1)
kén (2)
klór (1)
króm (4)
lítium (1)
magnézium (2)
mangán (2)
mangán (3)
nátrium (1)
nikkel (2)
nikkel (3)
ólom (2)
ón (2)
ón (4)
oxigén (2)
platina (4)
réz (1)
réz (2)
vas (2)
vas (3)

ak, az egyes mennyiségek mérési

Supermalloy	79% Ni, 5% Mo, 0,5% Mn	410	80 000	300 000...1 000 000	0,8	–	0,8...5	0,15
Mumetal	76% Ni, 5% Cu, 2% Cr	420	25 000	70 000	0,65...0,9	–	0,8...5	
Permendur	50% Co	980	800	4 500...8 000	2,45	–	120	
Perminvar	45% Ni, 25% Co	710	1 800	150 000	1,55	–	4	

9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációsszám-változása

Az elem neve (zárójelben az oxidációsszám-változás)	Elektrokémiai egyenértéke k (mg/C)	Kémiailag egyenértékű tömege (g)
alumínium (3)	0,093 2	8,99
bróm (1)	0,828 2	79,916
cink (2)	0,388 8	32,69
ezüst (1)	1,117 93	107,88
fluor (1)	0,196 9	19,00
hidrogén (1)	0,010 45	1,008
higany (1)	2,078 9	200,61
higany (2)	1,039 4	100,3
jód (1)	1,315 2	126,91
kalcium (2)	0,207 6	20,04
kálium (1)	0,405 2	39,10
kén (2)	0,166 1	16,03
klór (1)	0,367 4	35,457
króm (4)	0,179 7	17,34
lítium (1)	0,071 9	6,94
magnézium (2)	0,126 0	12,16
mangán (2)	0,284 6	27,47
mangán (3)	0,189 7	18,31
nátrium (1)	0,238 2	22,991
nikkel (2)	0,304 1	29,34
nikkel (3)	0,202 7	19,56
ólom (2)	1,073 6	103,61
ón (2)	0,615 0	59,35
ón (4)	0,307 5	29,68
oxigén (2)	0,082 90	8,00
platina (4)	0,505 8	48,81
réz (1)	0,658 4	63,54
réz (2)	0,329 2	31,77
vas (2)	0,289 3	27,92
vas (3)	0,192 9	18,61

9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége 100 °C hőmérséklet-különbség esetén

(A platinához viszonyított feszültségek)

Termofeszültség 0 ... 100 °C hőmérséklet-tartományban U_t (mV)		Termofeszültség 0 ... 100 °C hőmérséklet-tartományban U_t (mV)	
alumínium	0,42	magnézium	0,44
antimon	4,89	molibdén	1,45
arany	0,74	nikkel	−1,48
bizmut	−7,34	ólom	0,44
cérium	1,14	ón (fehér, β ón)	0,42
cink	0,76	palládium	−0,57
cirkónium	1,17	réz	0,76
ezüst	0,74	ródium	0,70
germánium	33,9	szén	0,70
higany	0,045	szilícium	−41,56
indium	0,69	tallium	0,58
irídium	0,65	tantál	0,33
ittrium	0,55	tórium	−0,13
kadmium	0,91	vanádium	0,63
kalcium	−0,51	vas	1,98
kobalt	−1,33	volfrám	1,12
lítium	1,82		

9.61. Volta-féle feszültségsor

Zn-Pb	0,39 V	Zn-Fe	0,75 V
Pb-Sn	0,06 V	Fe-Ag	0,30 V
Sn-Fe	0,30 V	Ag-Au	−0,07 V
Fe-Cu	0,14 V	Au-Cu	−0,09 V
összesen:	0,89 V	összesen:	0,89 V

9.62. Termoelemek elek hőmérsékletre von

t (°C)	Réz-konstantán (T típus) U_t (mV)
−270	−6,258
−210	−5,753
−200	−5,603
−100	−3,378
−50	−1,819
0	0
20	0,789
40	1,611
50	2,035
100	4,277
200	9,286
300	14,860
400	20,869
500	–
600	–
700	–
760	–
800	–
900	–
1000	–
1100	–
1200	–
1300	–
1400	–
1500	–
1600	–
1700	–
1760	–
1800	–
1820	–

[1]: konstantán: 55% Cu,
[2]: kiterjesztett mérési ta
[3]: csak rövid idejű mér

ofeszültség 0 . . . 100 °C ıérséklet-tartományban U_t (mV)
0,44
1,45
−1,48
0,44
0,42
−0,57
0,76
0,70
0,70
−41,56
0,58
0,33
−0,13
0,63
1,98
1,12

9.62. Termoelemek elektromotoros ereje o °C-os referencia-hőmérsékletre vonatkoztatva

t (°C)	Réz-konstantán[1] (T típus) U_t (mV)	Vas-konstantán[1] (J típus) U_t (mV)	Platina (13% ródium)–platina (R típus) U_t (mV)	Platina (6% ródium)–platina (30% ródium) (B típus) U_t (mV)
−270	−6,258	–	–	–
−210	−5,753	−8,096	–	–
−200	−5,603	−7,890	–	–
−100	−3,378	−4,632	–	–
−50	−1,819	−2,431	−0,226	–
0	0	0	0	–
20	0,789	1,019	0,111	–
40	1,611	2,058	0,232	0
50	2,035	2,585	0,296	0,002
100	4,277	5,268	0,647	0,033
200	9,286	10,777	1,468	0,178
300	14,860	16,325	2,400	0,431
400	20,869	21,846	3,407	0,786
500	–	27,388	4,471	1,241
600	–	33,096	5,582	1,791
700	–	39,130	6,741	2,430
760	–	42,922	7,460	2,855
800	–	45,498[2]	7,949	3,154
900	–	51,875[2]	9,203	3,957
1000	–	57,942[2]	10,503	4,833
1100	–	63,777[2]	11,846	5,777
1200	–	69,536[2]	13,224	6,783
1300	–	–	14,624	7,845
1400	–	–	16,035	8,952
1500	–	–	17,445	10,094
1600	–	–	18,842[3]	11,257
1700	–	–	20,215[3]	12,426
1760	–	–	21,006[3]	13,124
1800	–	–	–	13,585
1820	–	–	–	13,814

[1]: konstantán: 55% Cu, 45% Ni

[2]: kiterjesztett mérési tartomány

[3]: csak rövid idejű mérésre használható

9.63. Az elektromágneses színkép tartományai

Hullámhossz λ (m)	Frekvencia ν (Hz)	Fotonenergia E (J)	Megnevezés	Felhasználás
10^{6}	$3 \cdot 10^{2}$	$2 \cdot 10^{-30}$	hangfrekvenciás tartomány	technikai felhasználás
10^{3}	$3 \cdot 10^{5}$	$2 \cdot 10^{-27}$	rádiófrekvenciák	rádió és televízió földi műsorszórás hosszú (HH) közép (KH) rövid (RH) ultrarövid (URH)
10^{0}	$3 \cdot 10^{8}$	$2 \cdot 10^{-24}$		hullámokon
10^{-3}	$3 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-21}$	mikrohullámok	műholdas műsorszórás televízió, telefon adatátvitel helymeghatározás (GPS) hőkezelés (mikrohullámú sütő)
			infravörös	orvosi terápia hőképkészítés technológiai hőkezelés
10^{-6}	$3 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{-18}$		
380 nm– 780 nm	789,5 THz– 384,6 THz	0,523 aJ– 0,255 aJ	látható fény	emberi látás, képalkotás, optikai eszközök
			ultraibolya	orvosi terápia, sterilizálás
10^{-9}	$3 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{-15}$	röntgensugárzás	orvosi diagnosztika orvosi terápia
10^{-12}	$3 \cdot 10^{20}$	$2 \cdot 10^{-12}$	gamma-sugárzás	ipari anyagszerkezet-vizsgálat ipari technológiai folyamatok
			kozmikus sugarak	a részecskefizika vizsgálatának tárgya
10^{-15}	$3 \cdot 10^{23}$	$2 \cdot 10^{-9}$		

9.64. Különféle anyag
három nevezete
hőmérsékleten

9.64.1. Folyadékok

Név
etil-alkohol (etanol)
éter (dietil-éter)
benzol
glicerin
kanadabalzsam
szénkéneg (szén-szulfid
terpentin
víz
lenolaj
ricinusolaj

9.64.2. Szilárd anyag

Név
gyémánt
kősó (NaCl)
folypát (CaF_2)
jénai üvegek:
bór-korona (BK – 1)
nehézkorona (SK – 1)
flint (F – 3)
nehézflint (SF – 4)

és	Felhasználás
s	technikai felhasználás
	rádió és televízió földi műsorszórás
	hosszú (HH)
	közép (KH)
k	rövid (RH)
	ultrarövid (URH) hullámokon
	műholdas műsorszórás televízió, telefon adatátvitel helymeghatározás (GPS) hőkezelés (mikrohullámú sütő)
	orvosi terápia hőképkészítés technológiai hőkezelés
	emberi látás, képalkotás, optikai eszközök
	orvosi terápia, sterilizálás
	orvosi diagnosztika orvosi terápia
s	ipari anyagszerkezet-vizsgálat ipari technológiai folyamatok
ık	a részecskefizika vizsgálatának tárgya

9.64. Különféle anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója 20 °C hőmérsékleten és 10^5 Pa nyomáson

9.64.1. Folyadékok

Név	n $\lambda = 760{,}82$ nm O_A	n $\lambda = 589{,}3$ nm Na_D	n $\lambda = 396{,}85$ nm Ca_H	Határszög Na_D, α_h	Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$
etil-alkohol (etanol)	–	1,36170	1,37380	47° 16′	0,0139
éter (dietil-éter)	1,3488	1,35259	1,36430	47° 40′	0,0135
benzol	1,49098	1,50132	1,53402	41° 46′	0,03769
glicerin	1,4646	1,46949	1,48357	42° 47′	0,01638
kanadabalzsam	–	1,54200	–	40° 26′	–
szénkéneg (szén-szulfid)	1,60876	1,62769	1,69939	37° 54′	0,08123
terpentin	1,46624	1,47230	1,49149	42° 47′	0,02208
víz	1,3289	1,33299	1,34348	48° 31′	0,012328
lenolaj	–	1,486	–	42° 18′	–
ricinusolaj	–	1,478	–	42° 35′	–

9.64.2. Szilárd anyagok

Név	n $\lambda = 760{,}82$ nm O_A	n $\lambda = 589{,}3$ nm Na_D	n $\lambda = 396{,}85$ nm Ca_H	Határszög Na_D, α_h	Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$
gyémánt	2,4024	2,41720	2,46580	24° 26′	0,0559
kősó (NaCl)	1,53681	1,54426	1,56843	40° 21′	0,02781
folypát (CaF_2)	1,430995	1,43383	1,44210	44° 13′	0,009614
jénai üvegek:					
bór-korona (BK – 1)	1,50491	1,51002	1,52457	41° 29′	0,01695
nehézkorona (SK – 1)	1,60347	1,61016	1,62999	38° 23′	0,02301
flint (F – 3)	1,60294	1,61279	1,64518	38° 19′	0,03213
nehézflint (SF – 4)	1,73924	1,75496	1,81038	34° 44′	0,0631

9.64.3. Kettőstörő anyagok

Név	n $\lambda = 760{,}82$ nm O_A	n $\lambda = 589{,}3$ nm Na_D	n $\lambda = 396{,}85$ nm Ca_H	Határszög Na_D, α_h	Diszperzió $n_{396{,}85\ nm} - n_{656{,}28\ nm}$
jég (0 °C-on)					
rendes sugár	1,3071	1,30910	1,31330	49° 48′	0,0066
rendellenes sugár	1,3086	1,31050	1,31470	49° 42′	0,0067
kvarckristály (SiO_2)					
rendes sugár	1,53919	1,54422	1,55812	40° 21′	0,016243
rendellenes sugár	1,5481	1,55332	1,56769	40° 04′	0,0168
mészpát (kalcit, $CaCO_3$)					
rendes sugár	1,64996	1,65838	1,68318	37° 05′	0,02877
rendellenes sugár	1,48269	1,48643	1,49774	42° 17′	0,01312

9.65. A víz diszperziója 20 °C-on, 10^5 Pa nyomáson, levegőre vonatkoztatva

Hullámhossz	Hg	H	Hg	Cd	H	Hg
nm	404,658	434,0483	435,8367	479,994	486,135	546,0753
n_{lev}	1,342 742	1,340 340	1,340 210	1,337 448	1,337 123	1,334 466

Hullámhossz	He	Na	Cd	H	K
nm	587,5654	589,30	643,85034	656,2819	768,20
n_{lev}	1,333 041	1,332 988	1,331 458	1,331 151	1,328 89

9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése $\lambda = 589{,}3$ nm-en

Hőmérséklet °C	Törésmutató n_{lev}	Hőmérséklet °C	Törésmutató n_{lev}	Hőmérséklet °C	Törésmutató n_{lev}
15	1,333 34	45	1,329 88	75	1,324 13
20	1,332 99	50	1,329 09	80	1,323 03
25	1,332 52	55	1,328 15	85	1,321 87
30	1,331 95	60	1,327 21	90	1,320 42
35	1,331 31	65	1,326 22	95	1,319 22
40	1,330 58	70	1,325 20	100	1,317 83

9.67. Normálállapot
(0 °C hőmérsékleten,

Név
hidrogén
hélium
nitrogén
oxigén
fluor
neon
klór

[1] Folyékony halmaz

9.68. Referenciának levegőben, 15
(Spektroszkópiai ala

A vonalat adó elem neve	A vo nev
kálium	α
oxigén	A
oxigén	B
kadmium	C'
oxigén	α
hidrogén	α,
nátrium	D
nátrium	D_1
hélium	D_3
vas	E
higany	b_1
higany	b_2
vas	b_3
higany	b_4
vas	c
vas	d
hidrogén	β,
vas	e
hidrogén	γ,

n λ 396,85 nm λ_{CaH}	Határszög Na_D, α_h	Diszperzió $n_{396,85\ nm} - n_{656,28\ nm}$
1,331330	49° 48′	0,0066
1,331470	49° 42′	0,0067
1,335812	40° 21′	0,016243
1,336769	40° 04′	0,0168
1,338318	37° 05′	0,02877
1,339774	42° 17′	0,01312

re vonatkoztatva

	H 486,135	Hg 546,0753
1,338 48	1,337 123	1,334 466

	K 768,20
1,329 51	1,328 89

Hőmérséklet °C	Törésmutató n_{lev}
75	1,324 13
80	1,323 03
85	1,321 87
90	1,320 42
95	1,319 22
100	1,317 83

9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói

(0 °C hőmérsékleten, 10^5 Pa nyomáson, λ_{Na_D} = 589,3 nm-en)

Név	n	
hidrogén	1,000 132	(1,12)[1]
hélium	1,000 035	(1,028)[1]
nitrogén	1,000 298	(1,197)[1]
oxigén	1,000 271	(1,221)[1]
fluor	1,000 195	
neon	1,000 067	
klór	1,000 773	

[1] Folyékony halmazállapotban

Név	n
argon	1,000 281
kripton	1,000 427
xenon	1,000 702
szén-dioxid	1,000 45
levegő	1,000 292
ammónia	1,000 37

9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza levegőben, 15 °C hőmérsékleten és 10^5 Pa nyomáson

(Spektroszkópiai alappontok)

A vonalat adó elem neve	A vonal neve	λ (nm)	A vonalat adó elem neve	A vonal neve	λ (nm)
kálium	α	769,898	vas	f	432,576
		766,491	kalcium	G	430,774
oxigén	A	760,82	kalcium	g	422,672 8
oxigén	B	686,72	hidrogén	δ, H	410,173 6
kadmium	C'	643,846 96	kálium	β	404,720
oxigén	α	628,29			404,414
hidrogén	α, C	656,278 5	kalcium	H	396,847 5
nátrium	D_1	589,593 2	kalcium	H', K	393,367
nátrium	D_2	588,996 5	vas	L	382,588 5
hélium	D_3	587,562 3			382,118 2
vas	E	527,036 1			382,043
		526,953 8			381,584 3
higany	b_1	518,360	vas	M	373,486 7
higany	b_2	517,268			372,437 8
vas	b_3	517,160 1			371,993
higany	b_4	516,732	vas	N	358,119 5
vas	c	495,760 4	vas	O	344,061 2
vas	d	466,813	kalcium	R	317,934
hidrogén	β, F	486,132	vas	S	310,067 1
vas	e	438,354	vas	s	304,761 1
hidrogén	γ, G'	434,046			

9.69. A látható tartományban átlátszó és áttetsző anyagok áteresztési, visszaverési és elnyelési értékei

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.
(*tr:* transzmisszió, áteresztés; *r:* reflexió, visszaverés; *a:* abszorpció, elnyelés)

Az anyag neve	Vastagság	*tr*, %	*r*, %	*a*, %	Szórás
közönséges üveg	1...4 mm	90 ... 92	6 ... 8	2 ... 3	nincs
mintás díszüveg (ornamens)	3...6 mm	60 ... 90	7 ... 20	3 ... 20	gyenge
drótbetétes üveg	6 mm	53 ... 70	15 ... 27	15 ... 20	
matt üveg (fény a sima oldalról)	2...3 mm	63 ... 78	15 ... 20	10 ... 17	gyenge
matt üveg (fény a maratott oldalról)	2...3 mm	82 ... 88	7 ... 8	5 ... 10	gyenge
opálüveg	2...4 mm	12 ... 38	42 ... 57	20 ... 31	erős

9.70. A látható tartományban átlátszatlan anyagok visszaverési értékei

A beeső fényintenzitásra vonatkoztatott százalékos értékek.
(*r:* reflexió, visszaverés)

Az anyag neve	*r*, %	Szórás	Tükrözés
fényes alumínium	80 ... 85	–	erős
oxidált alumínium	75 ... 85	erős	gyenge
csiszolt alumínium	65 ... 75	gyenge	közepes
matt alumínium	55 ... 65	erős	–
fényes króm	60 ... 70	–	erős
fehér tűzzománc	65 ... 75	közepes	közepes
fényes nikkel	50 ... .60	–	erős
matt nikkel	48 ... 52	közepes	gyenge
matt fehér papír	70 ... 80	közepes	gyenge
fényes fehér papír	70 ... 80	gyenge	közepes
üvegtükör	80 ... 88	–	erős
csiszolt ezüst	90 ... 92	–	erős
világos vakolat	40 ... 45	gyenge	–
beton, cement	20 ... 30	erős	–
régi téglafal	5 ... 10	erős	–

9.71. Néhány fényforrás f

Fényforrás
gyertya
petróleumlámpa
izzólámpák
fényszóró
kis vetítőlámpák

9.72. Az emberi szem sp

A maximális érzékenység
V_λ a csapok relatív érzéke
V'_λ a pálcikák relatív érzé

λ (nm)	V_λ
380	0,000 04
390	0,000 12
400	0,000 40
410	0,001 2
420	0,004 0
430	0,0116
440	0,023
450	0,038
460	0,060
470	0,091
480	0,139
490	0,208
500	0,323
507	–
510	0,503
520	0,710
530	0,862
540	0,954
550	0,995
555	**1,000**
560	0,995
570	0,952

k áteresztési,

zorpció, elnyelés)

r, %	a, %	Szórás
... 8	2 ... 3	nincs
... 20	3 ... 20	gyenge
... 27	15 ... 20	
... 20	10 ... 17	gyenge
... 8	5 ... 10	gyenge
... 57	20 ... 31	erős

verési értékei

ikrözés
ıge
epes
–
epes
ıge
ıge
epes
–
–
–

9.71. Néhány fényforrás fényerőssége

Fényforrás	Fényerősség I_V (cd)	Fényforrás	Fényerősség I_V (cd)
gyertya	0,5 ... 1	mozigép vetítőlámpa	20 000
petróleumlámpa	5 ... 50	fényemittáló dióda (LED)	
izzólámpák	25 ... 250	normál fényerejű	$1 \ldots 10 \cdot 10^{-3}$
fényszóró	$10 \ldots 100 \cdot 10^6$	extra fényerejű	$100 \ldots 1000 \cdot 10^{-3}$
kis vetítőlámpák	500 ... 2000	ultra nagy fényerejű	10 ... 50

9.72. Az emberi szem spektrális érzékenysége

A maximális érzékenységre normált értékek.
V_λ a csapok relatív érzékenysége (nappali látás, jó megvilágítás)
V'_λ a pálcikák relatív érzékenysége (éjszakai látás, gyenge megvilágítás)

λ (nm)	V_λ	V'_λ
380	0,000 04	0,000 59
390	0,000 12	0,002 2
400	0,000 40	0,009 3
410	0,001 2	0,034 8
420	0,004 0	0,096 6
430	0,0116	0,199 8
440	0,023	0,328 1
450	0,038	0,455
460	0,060	0,567
470	0,091	0,676
480	0,139	0,793
490	0,208	0,904
500	0,323	0,982
507	–	**1,000**
510	0,503	0,997
520	0,710	0,935
530	0,862	0,811
540	0,954	0,650
550	0,995	0,481
555	**1,000**	–
560	0,995	0,328 8
570	0,952	0,207 6

λ (nm)	V_λ	V'_λ
580	0,870	0,121 2
590	0,757	0,065 5
600	0,631	0,033 15
610	0,503	0,015 93
620	0,381	0,007 37
630	0,265	0,003 34
640	0,175	0,001 50
650	0,107	0,000 68
660	0,061	0,000 31
670	0,032	0,000 15
680	0,017	0,000 07
690	0,008 2	0,000 04
700	0,004 1	0,000 02
710	0,002 1	0,000 01
720	0,001 05	–
730	0,000 52	–
740	0,000 25	–
750	0,000 12	–
760	0,000 06	–
770	0,000 03	–
780	0,000 015	–

9.73. Szabad atomok első ionizációs energiája

Z	Az atom neve	Ionizációs energia E_i (aJ)	Ionizációs energia E_i (eV)	Z	Az atom neve	Ionizációs energia E_i (aJ)	Ionizációs energia E_i (eV)
13	alumínium	0,96	6	16	kén	1,66	10,37
51	antimon	1,38	8,64	17	klór	2,07	12,98
79	arany	1,48	9,24	27	kobalt	1,26	7,91
18	argon	2,52	15,78	36	kripton	2,24	14,01
33	arzén	1,57	9,83	24	króm	1,08	6,78
56	bárium	0,83	5,21	57	lantán	0,89	5,58
4	berillium	1,49	9,32	3	lítium	0,86	5,39
83	bizmut	1,17	7,29	12	magnézium	1,22	7,65
5	bór	1,33	8,31	25	mangán	1,19	7,44
35	bróm	1,89	11,82	42	molibdén	1,14	7,1
58	cérium	0,89	5,54	11	nátrium	0,82	5,14
55	cézium	0,62	3,89	60	neodímium	0,89	5,53
30	cink	1,50	9,41	10	neon	3,45	21,59
40	cirkónium	1,06	6,64	28	nikkel	1,22	7,65
66	diszprózium	0,95	5,95	41	nióbium	1,08	6,77
68	erbium	0,98	6,10	7	nitrogén	2,33	14,55
63	európium	0,91	5,67	82	ólom	1,19	7,42
47	ezüst	1,21	7,58	50	ón	1,18	7,35
15	foszfor	1,68	10,49	8	oxigén	2,18	13,63
9	fluor	2,79	17,45	76	ozmium	1,39	8,71
64	gadolínium	0,99	6,16	46	palládium	1,34	8,38
31	gallium	0,96	5,99	78	platina	1,44	9,01
32	germánium	1,26	7,91	59	prazeodímium	0,87	5,47
72	hafnium	1,09	6,83	75	rénium	1,26	7,89
2	hélium	3,92	24,5	29	réz	1,24	7,73
1	hidrogén	2,17	13,5	45	ródium	1,19	7,46
80	higany	1,67	10,45	37	rubídium	0,67	4,18
67	holmium	0,96	6,02	44	ruténium	1,18	7,37
49	indium	0,93	5,79	38	stroncium	0,91	5,7
77	irídium	1,46	9,11	62	szamárium	0,90	5,64
70	itterbium	1	6,26	34	szelén	1,56	9,76
39	ittrium	0,99	6,22	6	szén	1,80	11,27
53	jód	1,67	10,4	14	szilícium	1,31	8,16
48	kadmium	1,44	8,99	21	szkandium	1,05	6,57
20	kalcium	0,97	6,08	81	tallium	0,98	6,11
19	kálium	0,69	4,34	73	tantál	1,26	7,90

Z	Az atom neve
52	tellúr
65	terbium
22	titán
90	tórium
69	túlium

9.74. Néhány atomm

Az atommag	
deutérium*	
trícium	
hélium	
hélium	
lítium	
lítium	
berillium	
bór	
szén	
nitrogén	
oxigén	
króm	
mangán	
vas	
kobalt	
nikkel	
réz	
cink	
arany	
higany	
ólom	
bizmut	
tórium	
urán	
urán	
urán	

*: A deutérium atomr

	neve	Ionizációs energia E_i (aJ)	Ionizációs energia E_i (eV)
		1,66	10,37
		2,07	12,98
		1,26	7,91
		2,24	14,01
		1,08	6,78
		0,89	5,58
		0,86	5,39
	ium	1,22	7,65
		1,19	7,44
		1,14	7,1
		0,82	5,14
	ium	0,89	5,53
		3,45	21,59
		1,22	7,65
		1,08	6,77
		2,33	14,55
		1,19	7,42
		1,18	7,35
		2,18	13,63
		1,39	8,71
	n	1,34	8,38
		1,44	9,01
	nium	0,87	5,47
		1,26	7,89
		1,24	7,73
		1,19	7,46
		0,67	4,18
		1,18	7,37
	n	0,91	5,7
	m	0,90	5,64
		1,56	9,76
		1,80	11,27
		1,31	8,16
	m	1,05	6,57
		0,98	6,11
		1,26	7,90

Z	Az atom neve	Ionizációs energia E_i (aJ)	Ionizációs energia E_i (eV)	Z	Az atom neve	Ionizációs energia E_i (aJ)	Ionizációs energia E_i (eV)
52	tellúr	1,44	9,02	92	urán	0,99	6,20
65	terbium	0,94	5,86	23	vanádium	1,08	6,74
22	titán	1,09	6,83	26	vas	1,26	7,91
90	tórium	0,97	6,08	74	volfrám	1,28	7,98
69	túlium	0,99	6,18	54	xenon	1,94	12,14

9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája

Az atommag	Z	A	m_{mag} (m_u)	Számított érték				Mért érték
				$\Delta m \cdot c^2/A$-ból		cseppmodellből		
				E		E		E
				pJ	MeV	pJ	MeV	pJ
deutérium*	1	2	2,014	−0,136	−0,851	–	–	−0,186
trícium	1	3	3,016	−0,426	−2,664	–	–	−0,453
hélium	2	3	3,016	−0,357	−2,232	–	–	−0,412
hélium	2	4	4,003	−1,093	−6,831	–	–	−1,134
lítium	3	6	6,015	−0,710	−4,438	–	–	−0,854
lítium	3	7	7,016	−0,863	−5,359	–	–	−0,898
berillium	4	9	9,012	−0,999	−6,245	–	–	−1,035
bór	5	10	10,013	−0,997	−6,229	–	–	−1,038
szén	6	12	12,000	−1,189	−7,436	–	–	−1,231
nitrogén	7	14	14,003	−1,157	−7,233	−1,178	−7,361	−1,198
oxigén	8	16	15,995	−1,238	−7,735	−1,214	−7,589	−1,278
króm	24	52	51,940	−1,369	−8,556	−1,408	−8,797	−1,406
mangán	25	55	54,938	−1,380	−8,625	−1,411	−8,816	−1,404
vas	26	56	55,938	−1,137	−7,107	−1,408	−8,803	−1,409
kobalt	27	59	58,933	−1,368	−8,550	−1,432	−8,948	−1,405
nikkel	28	58	57,935	−1,360	−8,501	−1,398	−8,738	−1,399
réz	29	63	62,929	−1,365	−8,533	−1,428	−8,928	−1,402
cink	30	64	63,929	−1,362	−8,512	−1,417	−8,856	−1,400
arany	79	197	196,967	−1,235	−7,721	−1,392	−8,701	−1,268
higany	80	200	199,968	−1,234	−7,715	−1,391	−8,692	−1,267
ólom	82	208	207,974	−1,394	−8,710	−1,394	−8,713	−1,261
bizmut	83	209	208,979	−1,226	−7,663	−1,386	−8,665	1,257
tórium	90	232	232,038	−1,189	−7,429	−1,381	−8,631	−1,220
urán	92	234	234,039	−1,187	−7,415	−1,364	−8,527	−1,218
urán	92	235	235,044	−1,185	−7,408	−1,369	−8,557	−1,216
urán	92	238	238,048	−1,183	−7,394	−1,377	−8,609	−1,213

*: A deutérium atommagjának önálló neve van: deuteron

9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája

Izotóp	Felezési idő $T_{1/2}$	A bomlás neme	A sugárzás maximális energiája	
			(MeV)	(fJ)
$^{3}_{1}H$	12,3 év	β^-	0,018	2,880
$^{11}_{6}C$	20,5 perc	β^+	0,968	154,8
$^{14}_{6}C$	5568 év	β^-	0,155	24,80
$^{22}_{11}Na$	2,6 év	β^-	0,542	86,72
		γ	1,277	204,3
$^{24}_{11}Na$	15 óra	β^-	1,394	223
		γ	2,754	440,6
$^{32}_{15}P$	14,2 nap	β^-	1,707	273,1
$^{35}_{16}S$	88 nap	β^-	0,167	26,72
$^{40}_{19}K$	$1{,}2 \cdot 10^9$ év	β^- 89%	1,33	212,8
		EB 11%	–	–
		γ	1,46	233,6
$^{42}_{19}K$	12,5 óra	β^-	3,55	568
		γ	1,53	244,8
$^{45}_{20}Ca$	164 nap	β^-	0,254	40,64
$^{54}_{25}Mn$	291 nap	EB	–	134,4
		γ	0,84	
$^{55}_{26}Fe$	2,6 év	EB	–	–
$^{59}_{26}Fe$	45,1 nap	β^-	0,462	73,92
		γ	1,098	175,7
$^{56}_{27}Co$	77,3 nap	EB 80%	–	–
		β^- 20%	1,50	240
		γ	0,85	136
$^{60}_{27}Co$	5,24 év	β^-	0,312	49,92
		γ	1,332	213,1
$^{82}_{35}Br$	35,9 óra	β^-	0,444	71,04
		γ	0,777	124,3
$^{89}_{38}Sr$	50,5 nap	β^-	1,463	234,1
$^{90}_{38}Sr$	27,7 év	β^-	0,545	87,2
$^{129}_{53}I$	$1{,}72 \cdot 10^7$ év	β^-	0,15	24
		γ	0,038	6,08
$^{131}_{53}I$	8,1 nap	β^-	0,608	97,28
		γ	0364	58,24
$^{132}_{53}I$	2,3 óra	β^-	1,53	244,8
		γ	0,673	107,7
$^{137}_{55}Cs$	26,6 év	β^-	0,514	82,24
		γ	0,662	105,9
$^{194}_{77}Ir$	19 óra	β^-	2,24	358,4
		γ	0,295	47,2
$^{198}_{79}Au$	2,69 nap	β^-	0,96	153,6
		γ	0,412	65,92
$^{203}_{80}Hg$	46,9 nap	β^-	0,208	33,28
		γ	0,279	44,64
$^{240}_{81}Tl$	3,56 év	β^- 98%	0,764	122,2
		EB 2%	–	–

EB: elektronbefogás

9.76. Szilárd elemek határhullámhossza

Elemek neve	Ki λ_n W_n
alumínium	
antimon	
arany	
arzén	
bárium	
berillium	
bizmut	
bór	
cérium	
cézium	
cink	
cirkónium	
európium	
ezüst	
gadolínium	
gallium	
germánium	
hafnium	
higany	
indium	
irídium	
ittrium	
kadmium	
kalcium	
kálium	
kobalt	
króm	
lantán	
lítium	
magnézium	
mangán	
molibdén	
nátrium	
neodímium	
nikkel	
nióbium	
ólom	

Lásd még a 282. és

dioaktív izotóp
imális energiája

zési $T_{1/2}$	A bomlás neme	A sugárzás maximális energiája (MeV)	(fJ)
v	β^-	0,312	49,92
	γ	1,332	213,1
ra	β^-	0,444	71,04
	γ	0,777	124,3
ap	β^-	1,463	234,1
v	β^-	0,545	87,2
0^7 év	β^-	0,15	24
	γ	0,038	6,08
	β^-	0,608	97,28
	γ	0364	58,24
	β^-	1,53	244,8
	γ	0,673	107,7
	β^-	0,514	82,24
	γ	0,662	105,9
	β^-	2,24	358,4
	γ	0,295	47,2
ıp	β^-	0,96	153,6
	γ	0,412	65,92
ıp	β^-	0,208	33,28
	γ	0,279	44,64
	β^- 98%	0,764	122,2
	EB 2%	–	–

9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete

Elemek neve	Kilépési munka W_{min} (aJ)	Kilépési munka W_{min} (eV)	Határ-hullámhossz λ (nm)	Kristályszerkezet
alumínium	0,68	4,25	290	lapcentrált köbös
antimon	0,69	4,33	285	romboéderes
arany	0,77	4,80	260	lapcentrált köbös
arzén	0,82	5,10	245	romboéderes
bárium	0,42	2,60	480	tércentrált köbös
berillium	0,71	4,45	280	szoros illeszkedésű hatszöges
bizmut	0,70	4,40	280	romboéderes
bór	0,72	4,50	280	tetragonális, romboéderes
cérium	0,46	2,90	435	lapcentrált köbös
cézium	0,31	1,96	635	tércentrált köbös
cink	0,69	4,29	290	szoros illeszkedésű hatszöges
cirkónium	0,64	4,00	310	szoros illeszkedésű hatszöges
európium	0,40	2,50	500	tércentrált köbös
ezüst	0,69	4,30	290	lapcentrált köbös
gadolínium	0,50	3,10	400	szoros illeszkedésű hatszöges
gallium	0,66	4,10	300	rombos
germánium	0,78	4,90	255	gyémánt
hafnium	0,62	3,90	320	szoros illeszkedésű hatszöges
higany	0,72	4,52	275	romboéderes
indium	0,64	4,00	310	tetragonális
irídium	0,74	4,6	270	lapcentrált köbös
ittrium	0,50	3,1	400	szoros illeszkedésű hatszöges
kadmium	0,67	4,16	300	szoros illeszkedésű hatszöges
kalcium	0,45	2,83	440	lapcentrált köbös
kálium	0,36	2,26	550	tércentrált köbös
kobalt	0,75	4,70	265	szoros illeszkedésű hatszöges
króm	0,73	4,54	275	tércentrált köbös
lantán	0,56	3,50	355	szoros illeszkedésű hatszöges
lítium	0,42	2,64	470	tércentrált köbös
magnézium	0,58	3,64	345	szoros illeszkedésű hatszöges
mangán	0,64	3,97	310	tércentrált köbös
molibdén	0,71	4,45	280	tércentrált köbös
nátrium	0,41	2,55	485	tércentrált köbös
neodímium	0,51	3,20	395	szoros illeszkedésű hatszöges
nikkel	0,78	4,90	255	lapcentrált köbös
nióbium	0,69	4,30	290	tércentrált köbös
ólom	0,66	4,14	300	lapcentrált köbös

Lásd még a 282. és 285. oldalon is.

9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete (folytatás)

Elemek neve	Kilépési munka W_{min} (aJ)	Kilépési munka W_{min} (eV)	Határ-hullámhossz λ (nm)	Kristályszerkezet
ón (fehér, β)	0,70	4,40	280	tetragonális
ozmium	0,77	4,80	260	szoros illeszkedésű hatszöges
palládium	0,80	5,00	250	lapcentrált köbös
platina	0,88	5,50	225	lapcentrált köbös
rénium	0,80	5,00	250	szoros illeszkedésű hatszöges
réz	0,73	4,53	275	lapcentrált köbös
ródium	0,74	4,60	270	lapcentrált köbös
rubídium	0,35	2,16	575	térközpontú köbös
ruténium	0,75	4,71	265	szoros illeszkedésű hatszöges
szamárium	0,43	2,70	465	romboéderes
szelén	0,75	4,70	265	hexagonális
szén	0,77	4,80	260	hexagonális
szilícium	0,77	4,80	260	gyémánt
szkandium	0,56	3,50	355	szoros illeszkedésű hatszöges
tallium	0,60	3,77	330	szoros illeszkedésű hatszöges
tantál	0,67	4,20	295	térközpontú köbös
tellúr	0,78	4,84	255	hexagonális
terbium	0,48	3,00	415	szoros illeszkedésű hatszöges
titán	0,66	4,14	300	szoros illeszkedésű hatszöges
tórium	0,54	3,40	365	lapcentrált köbös
urán	0,58	3,60	345	rombos
vanádium	0,67	4,21	295	térközpontú köbös
vas	0,70	4,40	280	térközpontú köbös
volfrám	0,73	4,54	275	térközpontú köbös

9.77. Diffúziós együtthatók és aktivációs energiák

Befogadó kristály	Diffundáló atom	Diffúziós állandó D_0 (cm^2/s)	Aktivációs energia E (eV)
szilícium	Al	8,0	3,47
szilícium	Ga	3,6	3,51
szilícium	In	16,0	3,90
szilícium	As	0,32	3,56
szilícium	Au	0,001	1,13
réz	Cu	0,20	2,04
réz	Zn	0,34	1,98
ezüst	Ag	0,40	1,91
ezüst	Cu	1,2	2,00

9.78. Félvezető anyagok töltéshordozó moz

Félvezető anyagok	Sáv	0 K	
		aJ	eV
gyémánt	i	0,87	5,4
Si	i	0,19	1,1
Ge	i	0,12	0,7
Sn	d	0,00	0,0
InSb	d	0,04	0,2
InAs	d	0,07	0,4
InP	d	0,23	1,4
GaP	i	0,37	2,3
GaAs	d	0,24	1,5
GaSb	d	0,13	0,8
AlSb	i	0,26	1,6
SiC	–	0,48	3,0
Te	d	0,05	0,3
ZnSb	–	0,09	0,5
HgTe(1)	d	−4,81	−3
PbS	d	0,05	0,2
PbSe	d	0,03	0,1
PbTe	d	0,03	0,1
CdS	d	0,41	2,5
CdSe	d	0,29	1,8
CdTe	d	0,26	1,6
ZnO	–	0,55	3,4
ZnS	–	0,63	3,9
SnTe	d	0,05	0,3
AgCl	–	–	–
AgI	–	–	–
Cu_2O	–	0,35	2,
TiO_2	–	0,49	3,0

i: közvetett tiltott sáv

9.78. Félvezető anyagok tilos sávszélessége 0 K és 300 K hőmérsékleten, töltéshordozó mozgékonyságai és olvadáspontjai

Félvezető anyagok	Sáv	Tilos sávszélesség E_g 0 K aJ	0 K eV	300 K aJ	300 K eV	Elektronmozgékonyság μ_n ($cm^2/(V \cdot s)$) Szobahőmérsékleten	Lyukmozgékonyság μ_p ($cm^2/(V \cdot s)$) Szobahőmérsékleten	Olvadáspont t_o (°C)
gyémánt	i	0,87	5,4	–	–	1 800	1 200	3 540
Si	i	0,19	1,17	0,18	1,14	1 300	500	1 414
Ge	i	0,12	0,74	0,11	0,67	4 500	3 500	938
Sn	d	0,00	0,00	0,00	0,00	–	–	232
InSb	d	0,04	0,24	0,03	0,18	77 000	750	523
InAs	d	0,07	0,43	0,06	0,35	33 000	460	942
InP	d	0,23	1,42	0,22	1,35	4 600	150	1 070
GaP	i	0,37	2,32	0,36	2,26	110	75	1 350
GaAs	d	0,24	1,52	0,23	1,43	8 800	400	1 240
GaSb	d	0,13	0,81	0,13	0,78	4 000	1 400	706
AlSb	i	0,26	1,65	0,24	1,52	–	–	–
SiC	–	0,48	3,00	–	–	100	50	–
Te	d	0,05	0,33	–	–	–	–	450
ZnSb	–	0,09	0,56	0,09	0,56	–	–	–
HgTe[1]	d	−4,81	−30	–	–	–	–	–
PbS	d	0,05	0,29	0,05 . . . 0,06	0,34 . . . 0,37	550	600	1 110
PbSe	d	0,03	0,17	0,04	0,27	1 020	930	1 065
PbTe	d	0,03	0,19	0,05	0,30	1 620	750	904
CdS	d	0,41	2,58	0,39	2,42	200	20	1 475
CdSe	d	0,29	1,84	0,28	1,74	200	–	1 250
CdTe	d	0,26	1,61	0,23	1,45	600	100	1 040
ZnO	–	0,55	3,44	0,51	3,20	–	–	–
ZnS	–	0,63	3,91	0,58	3,60	–	–	–
SnTe	d	0,05	0,30	0,03	0,18	–	–	–
AgCl	–	–	–	0,51	3,20	50	–	–
AgI	–	–	–	0,45	2,80	–	–	–
Cu_2O	–	0,35	2,17	–	–	–	–	–
TiO_2	–	0,49	3,03	–	–	–	–	–

i: közvetett tiltott sáv *d*: közvetlen tiltott sáv [1]: a sávok átfedik egymást

9.79. Elemek és vegyületek szupravezetési hőmérséklete

Elemek	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)	Elemek	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)	Elemek	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)
alumínium	1,175	irídium	0,11	rénium	1,7
berillium	0,026	kadmium	0,517	ruténium	0,49
cink	0,85	lantán	4,88	tallium	2,38
cirkónium	0,61	molibdén	0,915	tantál	4,47
gallium	1,08	nióbium	9,25	titán	0,4
hafnium	0,128	ólom	7,196	tórium	1,38
higany	4,15	ón	3,722	vanádium	5,4
indium	3,41	ozmium	0,66	volfrám	0,0154

Vegyületek	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)	Egyéb anyagok	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)
Ti_2O	3,44	Ba-La-Cu-O	> 30
La_3In	10,4	La-Sr-Cu-O	37
NbTi	10,5	Y-La-Cu-O	> 90
NbZr	11	Y-Ba-Cu-O	95
NbN	16,0	Bi-Sr-Ca-Cu-O	110
V_3Ga	16,3	Tl-Ba-Ca-Cu-O	125
V_3Si	17,1	Tl-Ba-Ca-Cu-O*	131′
Nb_3Al	17,5	Hg-Ba-Ca-Cu-O	133′
Nb_3Sn	18,1	Hg-Ba-Ca-Cu-O**	155′
Nb_3Ge	23,2	Hg-Pb-Ba-Ca-Cu-O	133″
		Hg-Ba-Ca-Cu-O***	164″
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....
		.....	.....

*: 7 GPa nyomáson
**: 25 GPa nyomáson
***: 30 GPa nyomáson
′: Előállítása 1993-ban
″: Előállítása 1994-ben

9.80. Az anyagot összet

Kölcsönhatás	Erő részec
gravitációs	g
gyenge	W
elektromágneses	
erős	

[1] Ez idáig (2004.) kísérl

9.81. A standardmodell

Minden kvarknak és lep

9.82. A fermionok gene

Fermionok	
első generáció	
kvarkok	up
	do
leptonok	ele
	ele
második generáció	
kvarkok	ch
	str
leptonok	mi
	mi
harmadik generáció	
kvarkok	to
	bo
leptonok	ta
	ta

*: elemi töltésegységbe
**: proton (neutron) tö
*** A legújabb mérési
nullánál nagyobb a töm

si	Elemek	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)
	rénium	1,7
	ruténium	0,49
	tallium	2,38
	tantál	4,47
	titán	0,4
	tórium	1,38
	vanádium	5,4
	volfrám	0,0154

anyagok	Szupravezetési hőmérséklet T_s (K)
	> 30
	37
	> 90
	95
O	110
-O	125
-O*	131′
-O	133′
-O**	155′
-Cu-O	133″
-O***	164″
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői

Kölcsönhatás	Erőátvivő elemi részecske (bozon)	Kölcsönható részecskék	A kölcsönhatás	
			relatív erőssége	hatótávolsága (m)
gravitációs	graviton[1]	mindegyik	10^{-39}	végtelen
gyenge	W^+, W^-, Z^0	mindegyik	10^{-5}	10^{-18}
elektromágneses	foton	minden, töltéssel vagy mágneses momentummal rendelkező	10^{-2}	végtelen
erős	8 gluon	hadronok	1	10^{-15}

[1] Ez idáig (2004.) kísérletileg még nem sikerült kimutatni létezését.

9.81. A standardmodell részecskéi

Minden kvarknak és leptonnak létezik antirészecskéje, ezeket a táblázat nem tartalmazza.

9.82. A fermionok generációi

Fermionok		Jelölés	Elektromos töltés*	Tömeg**
első generáció				
kvarkok	up	u	+2/3	0,004
	down	d	−1/3	0,008
leptonok	elektron	e	−1	0,0005
	elektron-neutrínó	ν_e	0	> 0?***
második generáció				
kvarkok	charm	c	+2/3	1,4
	strange	s	−1/3	0,1
leptonok	müon	μ	−1	0,01
	müon-neutrínó	ν_μ	0	> 0?***
harmadik generáció				
kvarkok	top	t	+2/3	175
	bottom	b	−1/3	4,2
leptonok	tau	τ	−1	1,78
	tau-neutrínó	ν_τ	0	> 0?***

*: elemi töltésegységben kifejezve

**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1$ GeV/c^2)

*** A legújabb mérési eredmények szerint legalább az egyik neutrínónak nagyon kicsi, de nullánál nagyobb a tömege. Ezzel együtt fellép a neutrínóoszcilláció jelensége.

9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdonságai

A bozon neve	A közvetített kölcsönhatás	Elektromos töltés*	Spin	Tömeg**
foton	elektromágneses	0	1	0
W^+	gyenge	+1	1	81
Z^0		0	1	92
W^-		−1	1	81
8 gluon	erős	0	1	0
graviton	gravitáció	0	2	0

*: elemi töltésegységben kifejezve

**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

9.84. A hadronok felépítése és tulajdonságai

Hadronok		Kvarkösszetétel	Elektromos töltés*	Spin	Tömeg**	Élettartam (s)
barionok	proton	uud	1	1/2	0,938	$> 5 \cdot 10^{32}$
	neutron	udd	0	1/2	0,40	900
	lambda	uds	0	1/2	1,116	$2{,}63 \cdot 10^{-10}$
	omega mínusz	sss	−1	3/2	1,672	$8{,}2 \cdot 10^{-11}$
	delta	uuu	2	3/2	1,232	$\sim 6 \cdot 10^{-24}$
mezonok	pion$^+$	$u\bar{d}$	1	0	0,140	$2{,}60 \cdot 10^{-8}$
	pion^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	0	0,135	$8{,}4 \cdot 10^{-16}$
	kaon	$u\bar{s}$	1	0	0,494	$1{,}24 \cdot 10^{-8}$
	ró	$u\bar{d}$	1	1	0,770	$\sim 4{,}4 \cdot 10^{-24}$
	d-mezon	$c\bar{u}$	0	0	1,865	$4{,}3 \cdot 10^{-13}$
	b-mezon	$u\bar{b}$	1	0	5,271	$1{,}4 \cdot 10^{-12}$

A feles spinű hadronok a fermionok, az egész spinűek a bozonok családjába tartoznak.

*: elemi töltésegységben kifejezve

**: proton (neutron) tömegegységben kifejezve ($m_p \sim m_n \sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

9.85. A fizikai Nobel-

1901	Wilhelm Conra
1902	Hendrik Antoon Pieter **Zeeman**
1903	Antoine Henri Pierre **Curie** Marie **Curie** (S
1904	Lord (John Wil
1905	Philipp Eduard
1906	Sir Joseph John
1907	Albert Abrahan
1908	Gabriel **Lippm**
1909	Guglielmo **Ma** Karl Ferdinand
1910	Johannes Dider
1911	Wilhelm **Wien**
1912	Nils Gustaf **Da**
1913	Heike **Kamerli**
1914	Max von **Laue**
1915	Sir William He William Lawre
1916	–
1917	Charles Glover
1918	Max Karl Erns
1919	Johannes **Stark**
1920	Charles Edoua
1921	Albert **Einstei**
1922	Niels Henrik D
1923	Robert Andrew
1924	Karl Manne G
1925	James **Franck** Gustav **Hertz**
1926	Jean Baptiste
1927	Arthur Holly Charles Thoms
1928	Owen Willans
1929	Prince Louis V
1930	Sir Csandrasze
1931	–
1932	Werner **Heise**
1933	Erwin **Schröd** Paul Adrien M
1934	–
1935	James **Chadw**
1936	Victor Franz Carl David **Ar**

Spin	Tömeg**
1	0
1	81
1	92
1	81
1	0
2	0

$\sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

pin	Tömeg**	Élettartam (s)
1/2	0,938	$> 5 \cdot 10^{32}$
1/2	0,40	900
1/2	1,116	$2{,}63 \cdot 10^{-10}$
3/2	1,672	$8{,}2 \cdot 10^{-11}$
3/2	1,232	$\sim 6 \cdot 10^{-24}$
0	0,140	$2{,}60 \cdot 10^{-8}$
0	0,135	$8{,}4 \cdot 10^{-16}$
0	0,494	$1{,}24 \cdot 10^{-8}$
1	0,770	$\sim 4{,}4 \cdot 10^{-24}$
0	1,865	$4{,}3 \cdot 10^{-13}$
0	5,271	$1{,}4 \cdot 10^{-12}$

ozonok családjába tartoznak.

$\sim 1\ \mathrm{GeV/c^2}$)

1901	Wilhelm Conrad **Röntgen**
1902	Hendrik Antoon **Lorentz** Pieter **Zeeman**
1903	Antoine Henri **Becquerel** Pierre **Curie** Marie **Curie** (Sklodowska)
1904	Lord (John William Strutt) **Rayleigh**
1905	Philipp Eduard Anton von **Lenard**
1906	Sir Joseph John **Thomson**
1907	Albert Abraham **Michelson**
1908	Gabriel **Lippmann**
1909	Guglielmo **Marconi** Karl Ferdinand **Braun**
1910	Johannes Diderik **van der Waals**
1911	Wilhelm **Wien**
1912	Nils Gustaf **Dalén**
1913	Heike **Kamerlingh-Onnes**
1914	Max von **Laue**
1915	Sir William Henry **Bragg** William Lawrence **Bragg**
1916	–
1917	Charles Glover **Barkla**
1918	Max Karl Ernst Ludwig **Planck**
1919	Johannes **Stark**
1920	Charles Edouard **Guillaume**
1921	Albert **Einstein**
1922	Niels Henrik David **Bohr**
1923	Robert Andrews **Millikan**
1924	Karl Manne Georg **Siegbahn**
1925	James **Franck** Gustav **Hertz**
1926	Jean Baptiste **Perrin**
1927	Arthur Holly **Compton** Charles Thomson Rees **Wilson**
1928	Owen Willans **Richardson**
1929	Prince Louis Victor **de Broglie**
1930	Sir Csandraszekhara Vénkata **Raman**
1931	–
1932	Werner **Heisenberg**
1933	Erwin **Schrödinger** Paul Adrien Maurice **Dirac**
1934	–
1935	James **Chadwick**
1936	Victor Franz **Hess** Carl David **Anderson**
1937	Clinton Joseph **Davisson** George Paget **Thomson**
1938	Enrico **Fermi**
1939	Ernest Orlando **Lawrence**
1940	–
1941	–
1942	–
1943	Otto **Stern**
1944	Isidor Isaac **Rabi**
1945	Wolfgang **Pauli**
1946	Percy Williams **Bridgman**
1947	Sir Edward Victor **Appleton**
1948	Patrick Maynard Stuart **Blackett**
1949	Hideki **Yukawa**
1950	Cecil Frank **Powell**
1951	Sir John Douglas **Cockcroft** Ernest Thomas Sinton **Walton**
1952	Felix **Bloch** Edward Mills **Purcell**
1953	Frits **Zernike**
1954	Max **Born** Walther **Bothe**
1955	Willis Eugene **Lamb** Polykarp **Kusch**
1956	William Bradford **Shockley** John **Bardeen** Walter Houser **Brattain**
1957	Chen Ning **Yang** Tsung-Dao **Lee**
1958	Pavel Alekszejevics **Cserenkov** Ilja Mihajlovics **Frank** Igor Jevgenyevics **Tamm**
1959	Emilio **Segré** Owen **Chamberlain**
1960	Donald Arthur **Glaser**
1961	Robert **Hofstadter** Rudolf **Mössbauer**
1962	Lev Davidovics **Landau**
1963	**Wigner** Jenő Maria **Goeppert-Mayer** Hans Daniel **Jensen**
1964	Charles Hard **Townes** Nyikolaj Gennagyijevics **Baszov** Alekszandr Mihajlovics **Prohorov**

1965	Sin-Itiro **Tomonaga** Julian **Schwinger** Richard Phillips **Feynman**
1966	Alfred **Kastler**
1967	Hans Albrecht **Bethe**
1968	Luis Walter **Alvarez**
1969	Murray **Gell-Mann**
1970	Hannes Olof Gösta **Alfvén** Louis Eugène Félix **Néel**
1971	**Gábor** Dénes
1972	John **Bardeen** Leon Neil **Cooper** John Robert **Schrieffer**
1973	Leo **Esaki** Ivar **Giaever** Brian David **Josephson**
1974	Sir Martin **Ryle** Antony **Hewish**
1975	Aage Niels **Bohr** Ben Roy **Mottelson** Leo James **Rainwater**
1976	Burton **Richter** Samuel Chao Chung **Ting**
1977	Philipp Warren **Anderson** Sir Nevill Francis **Mott** John Hasbrouck **van Vleck**
1978	Pjotr Leonyidovics **Kapica** Arno Allan **Penzias** Robert Woodrow **Wilson**
1979	Sheldon Lee **Glashow** Abdus **Salam** Steven **Weinberg**
1980	James Watson **Cronin** Val Logsdon **Fitch**
1981	Nicolaas **Bloembergen** Arthur Leonard **Schawlow** Kai Manne **Siegbahn**
1982	Kenneth G. **Wilson**
1983	Subramanyan **Chandrasekhar** William Alfred **Fowler**
1984	Carlo **Rubbia** Simon **van der Meer**
1985	Klaus **von Klitzing**
1986	Ernst **Ruska** Gerd **Binnig** Heinrich **Rohrer**
1987	Johannes Georg **Bednorz** Karl Alexander **Müller**
1988	Leon M. **Lederman** Melvin **Schwartz** Jack **Steinberger**
1989	Hans G. **Dehmelt** Wolfgang **Paul** Norman F. **Ramsey**
1990	Jerome I. **Friedman** Henry W. **Kendall** Richard E. **Taylor**
1991	Pierre-Gilles **de Gennes**
1992	Georges **Charpak**
1993	Russell A. **Hulse** Joseph H. **Taylor Jr.**
1994	Bertram N. **Brockhouse** Clifford G. **Shull**
1995	Martin L. **Perl** Frederick **Reines**
1996	David M. **Lee** Douglas D. **Osheroff** Robert C. **Richardson**
1997	Steven **Chu** Claude **Cohen-Tannoudji** William D. **Phillips**
1998	Robert B. **Laughlin** Horst L. **Strömer** Daniel C. **Tsui**
1999	Gerardus **'t Hooft** Martinus J. G. **Veltman**
2000	Zores I. **Alferov** Herbert **Kroemer** Jack S. **Kilby**
2001	Eric A. **Cornell** Wolfgang **Ketterle** Carl E. **Wieman**
2002	Raymond **Davis Jr.** Masatoshi **Koshiba** Riccardo **Giacconi**
2003	Alexei A. **Abrikosov** Vitalij **Ginzburg** Anthony J. **Leggett**
2004	David J. **Gross** David H. **Politzer** Frank **Wilczek**

1. A LEGFONTOSA

A fény terjedési sel
Csillagászati egysé
Fényév
Parszek
Hubble-állandó (az extragalaktikus sebessége közötti a
Abszolút fényesség
A tropikus év hoss
A sziderikus év ho

2. A NAP, A FÖLD

Nap
látszólagos átmérőj
valódi átmérője
tömege
közepes sűrűsége
nehézségi gyorsulá
a mag hőmérséklet
felületi hőmérsékle
sugárzási teljesítm
átlagos kémiai össz
egyenlítői síkjának
sziderikus tengelyfo
életkora:
a napszél sebesség

*(Ebből a Földre é

1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK

A fény terjedési sebessége vákuumban	$c = 299\,792{,}458\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$
Csillagászati egység (Föld–Nap középtávolság)	1 Cs.E. = 149 597 870 km
Fényév	1 *fényév* = 9,460 530 billió km
Parszek	1 *parszek* = 206 264,806 Cs.E. = = 3,261 633 fényév = 30,856 78 billió km
Hubble-állandó (az extragalaktikus objektumok távolsága és távolodási sebessége közötti arányossági tényező)	$H_0 \approx 70\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
Abszolút fényesség	az a fényesség, amilyennek 10 parszek távolságból látszana a szóban forgó égitest
A tropikus év hossza:	365,242 198 78 nap
A sziderikus év hossza:	365,256 366 nap

2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI

Nap	
látszólagos átmérője	$31'\ 59{,}2''$
valódi átmérője	$D_N = 1{,}392 \cdot 10^6$ km ($109 D_F$)
tömege	$m_N = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg (330 000-szerese a Földének)
közepes sűrűsége	$\varrho_N = 1410\ \text{kg/m}^3$ ($0{,}25 \varrho_F$)
nehézségi gyorsulás a felszínen	$g_N = 274\ \text{m/s}^2$ ($27 g_F$)
a mag hőmérséklete	$\sim 1{,}5 \cdot 10^7$ K
felületi hőmérséklet	$T_N = 5780$ K (kb. 5500 °C)
sugárzási teljesítmény	$L_\odot = 3{,}844 \times 10^{23}$ kW*
átlagos kémiai összetétele (tömeg szerint):	73,4% hidrogén, 24,8% hélium, 1,8% összes többi elem
egyenlítői síkjának hajlása az ekliptikához:	7,25°
sziderikus tengelyforgási ideje az egyenlítőjénél:	25,378 nap
életkora:	4,5 milliárd év
a napszél sebessége a Földnél:	kb. 450 km/s

*(Ebből a Földre érkezik: 1368 $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ – ez a napállandó.)

2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI (folytatás)

Föld	
sugara az Egyenlítőnél	$R_e = 6\,378{,}160$ km
a pólusoknál	$R_p = 6\,356{,}775$ km
közepes sugara	$R_k = 6\,371$ km $(D_F = 12\,742$ km$)$
lapultsága $(R_e - R_p)/R_e$	$\sim 0{,}003\,35$
nehézségi gyorsulás az Egyenlítőn	$g_e = 9{,}780\,306$ m/s^2
felszíne	$A_F = 5{,}101 \cdot 10^8$ km^2
térfogata	$V_F = 1{,}083 \cdot 10^{12}$ km^3
tömege	$m_F = 5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg
közepes sűrűsége	$\varrho_F = 5\,515$ kg/m^3
az Egyenlítő hossza	40 075,7 km
egy délkör hossza	40 008,5 km
az Egyenlítő kerületi sebessége	$v_e = 465$ m/s
átlagos pályamenti sebesség	$v = 29{,}765$ km/s
életkora	$\approx 4{,}5 \cdot 10^9$ év
Föld–Hold közepes távolság	384 404 km
Hold	
közepes látszólagos átmérője	$31' 5''$
valódi átmérője	$D_H = 3\,476$ km $(0{,}273 D_F)$
térfogata	$V_H = 2{,}198 \cdot 10^{10}$ km^3 $(0{,}0204 V_F)$
tömege	$m_H = 7{,}347 \cdot 10^{22}$ kg $(0{,}0123 m_F)$
közepes sűrűsége	$\varrho_H = 3\,340$ kg/m^3 $(0{,}61 \varrho_F)$
nehézségi gyorsulás a felületén	$g_H = 1{,}6193$ m/s^2 $((1/6) g_F)$
felületi hőmérséklete a nappali oldalon	~ 130 °C
az éjjeli oldalon	~ -150 °C
a pálya közepes lapultsága	0,0549
átlagos pályamenti sebesség	1025 m/s
szinodikus keringési ideje *	$T_{Hsz} = 29{,}530\,588$ nap
drakonikus keringési ideje **	$T_{Hd} = 27{,}212\,220$ nap
anomalisztikus keringési ideje***	$T_{Ha} = 27{,}554\,550$ nap

*: Két, egymás utáni azonos fázis közötti időtartam.
**: Két, felszálló csomóponton való áthaladás közötti időtartam.
***: A földközelponton való, két egymás utáni áthaladás közötti időtartam.

3. A NAPRENDSZER NAGYE

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturnusz	Uránusz	Neptunusz	Plútó
Közepes naptávolság [millió km]	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1429	2875	4504	5916
Közepes naptávolság [csill. egység]	0,387	0,723	1,000	1,524	5,203	9,555	19,22	30,11	39,55
A pálya excentricitása	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0494	0,0556	0,0472	0,0086	0,249
Keringési periódus	87,9 nap	224,7 nap	365,26 nap	687 nap	11,863 év	29,42 év	83,75 év	163,73 év	248,03 év

lytatás)

D_F = 12 742 km)

s^2

m^2

m^3

kg

$273D_F$)

m^3 $(0{,}0204V_F)$

kg $(0{,}0123m_F)$

$(0{,}61\varrho_F)$

$((1/6)g_F)$

nap

ap

ap

lőtartam.

3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturnusz	Uránusz	Neptunusz	Plútó
Közepes naptávolság [millió km]	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1429	2875	4504	5916
Közepes naptávolság [csill. egység]	0,387	0,723	1,000	1,524	5,203	9,555	19,22	30,11	39,55
A pálya excentricitása	0,2056	0,0068	0,0167	0,0934	0,0494	0,0556	0,0472	0,0086	0,249
Keringési periódus (földi nap, földi év)	87,9 nap	224,7 nap	365,26 nap	687 nap	11,863 év	29,42 év	83,75 év	163,73 év	248,03 év
Pálya menti átlagsebesség $\left[\frac{\text{km}}{\text{s}}\right]$	47,60	35,04	29,80	24,14	13,06	9,65	6,83	5,43	4,74
A pályasík hajlásszöge az ekliptikához	7,0°	3,4°	0,0°	1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
A tengely körüli forgás periódusa	58,65 nap	243,02 nap (retrográd)	23 h 56 m 4 s	24 h 37 m 23 s	9 h 50 m–9 h 56 m	10 h 14 m–10 h 39 m	17 h 14 m	16 h 7 m	6 nap 9 óra 18 perc
A forgástengely hajlásszöge a pályanormálishoz	0°	177,4°	23°26′	23°59′	3°04′	26°44′	97°55′	29°36′	123°
Egyenlítői átmérő [km]	4878	12 104	12 756	6794	142800	120 540	51 118	48 600	2300
Tömeg (Föld = 1)	0,055	0,815	1,000	0,107	317,90	95,16	14,54	17,20	0,002
Térfogat (Föld = 1)	0,056	0,858	1,000	0,152	1338	766	60,4	56,9	0,006 (?)

	Merkúr	Vénusz	Föld	Mars	Jupiter	Szaturnusz	Uránusz	Neptunusz	Plútó
Átlagsűrűség $\left[\frac{g}{cm^3}\right]$	5,44	5,25	5,52	3,94	1,33	0,70	1,27	1,67	~ 2
Lapultság	0	0	0,003353	0,005	0,062	0,091	0,023	0,017	?
Gravitációs gyorsulás a felszínen az egyenlítőnél $\left[\frac{m}{s^2}\right]$	3,78	8,60	9,78	3,72	22,9	9,1	8,86	10,8	0,04
Szökési sebesség a felszínnél $\left[\frac{km}{s}\right]$	4,25	10,36	11,18	5,02	59,64	35,41	21,28	23,52	1,3
Átlagos felszíni hőmérséklet [K]	440	730	288	218	124	95	80	59	~ 40
A légkör fontosabb összetevői	H, He, Ne*	CO_2 (97%)	N_2 (78%), O_2 (21%), vízpára	CO_2 (95%), N_2	H_2 (89%), He (11%), CH_4 (0,2%), NH_3	H_2 (94%), He (6%), CH_4, NH_3	H_2 (83%), He (15%), CH_4 (2%), NH_3	H_2, He, CH_4, NH_3	N_2 (99%), CH_4 (1%)
Ismert holdjainak száma	0	0	1	2	52 + gyűrűk	30 + gyűrűk	21 + gyűrűk	11 + gyűrűk	1

* a napszéltől származó átmeneti légkör

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]
a Föld holdja	
Hold	3475
a Mars holdjai	
Phobos (M1)	22
Deimos (M2)	12
a Jupiter holdjai	
Metis (J16)	43
Adrastea (J15)	16
Amalthea (J5)	167
Thebe (J14)	99
Io (J1)	3643
Europa (J2)	3122
Ganymedes (J3)	5262
Callisto (J4)	4820
Themisto (J18)	4
Leda (J13)	18
Himalia (J6)	185
Lysithea (J10)	38
Elara (J7)	78
2000 J11	4
2003 J3	2
2003 J12	1
2001 J10	2
2003 J6	4
2001 J7	3
Harpalyke (J22)	4
Praxidike (J27)	7
2001 J9	2
2001 J3	4
Iocaste (J24)	5
Ananke (J12)	28
2001 J2	4
2003 J11	2

4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Föld holdja						
Hold	3475	384,5	27,322	0,0549	5,16	–
a Mars holdjai						
Phobos (M1)	22	9,38	0,319	0,015	1,1	A. Hall, 1877
Deimos (M2)	12	23,46	1,262	0,0002	1,8	A. Hall, 1877
a Jupiter holdjai						
Metis (J16)	43	128,1	0,294	0,0012	0,02	*Voyager-2*, 1979
Adrastea (J15)	16	128,9	0,297	0,0018	0,03	*Voyager-1*, 1979
Amalthea (J5)	167	181,4	0,498	0,0031	0,39	E. Barnard, 1892
Thebe (J14)	99	221,9	0,674	0,0177	1,07	*Voyager-2*, 1979
Io (J1)	3643	421,8	1,769	0,0041	0,04	G. Galilei, 1610
Europa (J2)	3122	671,1	3,551	0,0005	0,47	G. Galilei, 1610
Ganymedes (J3)	5262	1070,4	7,155	0,0005	0,17	G. Galilei, 1610
Callisto (J4)	4820	1882,7	16,689	0,0074	0,31	G. Galilei, 1610
Themisto (J18)	4	7507	130,0	0,242	43,1	C. Kowal, 1975
Leda (J13)	18	11165	240,9	0,164	27,5	C. Kowal, 1974
Himalia (J6)	185	11461	250,6	0,162	27,5	C. Perrine, 1904
Lysithea (J10)	38	11717	259,2	0,112	28,3	S. Nicholson, 1938
Elara (J7)	78	11741	259,6	0,217	26,6	C. Perrine, 1905
2000 J11	4	12555	287,0	0,248	28,3	S. Sheppard és mtársai, 2000
2003 J3	2	18340	504,0	0,241	143,7	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J12	1	19002	533,3	0,376	145,8	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J10	2	19394	553,1	0,143	145,8	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J6	4	20979	617,3	0,157	156,1	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J7	3	21017	620,0	0,230	148,9	S. Sheppard és mtársai, 2001
Harpalyke (J22)	4	21105	623,3	0,226	148,6	S. Sheppard és mtársai, 2000
Praxidike (J27)	7	21147	625,3	0,230	149,0	S. Sheppard és mtársai, 2000
2001 J9	2	21168	623,0	0,281	146	S. Sheppard és mtársai, 2001
2001 J3	4	21252	631,9	0,212	150,7	S. Sheppard és mtársai, 2001
Iocaste (J24)	5	21269	631,5	0,216	149,4	S. Sheppard és mtársai, 2000
Ananke (J12)	28	21276	610,5	0,244	148,9	S. Nicholson, 1951
2001 J2	4	21312	632,4	0,228	148,5	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J11	2	22395	683,0	0,223	163,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003

* a napszéltől származó átmeneti légkör

4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Jupiter holdjai (folytatás)						
2003 J9	1	22442	683,0	0,269	164,5	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J6	2	23029	716,3	0,267	165,1	S. Sheppard és mtársai, 2001
2001 J8	2	23124	720,9	0,267	165,0	S. Sheppard és mtársai, 2001
Chaldene (J21)	4	23179	723,8	0,251	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Isonoe (J26)	4	23217	725,5	0,246	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
2001 J4	3	23219	720,8	0,278	150,4	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J4	2	23258	723,2	0,204	144,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
Erinome (J25)	3	23279	728,3	0,266	164,9	S. Sheppard és mtársai, 2000
Taygete (J20)	5	23360	732,2	0,252	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Carme (J11)	46	23404	702,3	0,253	164,9	S. Nicholson, 1938
2001 J11	3	23547	741,0	0,264	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2001
Kalyke (J23)	5	23583	743,0	0,245	165,2	S. Sheppard és mtársai, 2000
Pasiphae (J8)	58	23624	708,0	0,409	151,4	P. Melotte, 1908
2002 J1	3	23064	715,6	0,244	163,1	S. Sheppard, 2002
Megaclite (J19)	6	23806	752,8	0,421	152,8	S. Sheppard és mtársai, 2000
2003 J7	4	23808	732,2	0,204	144,9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2001 J5	2	23808	749,1	0,312	151,0	S. Sheppard és mtársai, 2001
Sinope (J9)	38	23939	724,5	0,250	158,1	S. Nicholson, 1914
2003 J5	4	24084	759,7	0,210	165,0	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
Callirrhoe (J17)	7	24102	758,8	0,283	147,1	J. Scotti, T. Spahr, 1999
2001 J1	4	24122	765,1	0,319	152,4	S. Sheppard és mtársai, 2001
2003 J10	2	24250	767,0	0,214	164,1	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J8	3	24514	781,6	0,264	152,6	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J1	4	24557	781,6	0,345	163,4	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
2003 J2	2	28570	982,5	0,380	151,8	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
a Szaturnusz holdjai						
Pan (S18)	20	133,6	0,565	≈ 0	≈ 0	M. Showalter, 1990
Atlas (S15)	30	137,7	0,601	≈ 0	≈ 0	*Voyager-1*, 1980
Prometheus (S16)	100	139,4	0,613	0,002	≈ 0	*Voyager-1*, 1980
Pandora (S17)	85	141,7	0,628	0,004	≈ 0	*Voyager-1*, 1980
Janus (S10)	178	151,4	0,695	0,007	0,2	A. Dollfus, 1966
Epimetheus (S11)	118	151,4	0,695	0,021	0,3	J. Fountain, S. Larson, 1978

tatás)

	Felfedező
5	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
1	S. Sheppard és mtársai, 2001
0	S. Sheppard és mtársai, 2001
2	S. Sheppard és mtársai, 2000
2	S. Sheppard és mtársai, 2000
4	S. Sheppard és mtársai, 2001
9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
9	S. Sheppard és mtársai, 2000
2	S. Sheppard és mtársai, 2000
9	S. Nicholson, 1938
2	S. Sheppard és mtársai, 2001
2	S. Sheppard és mtársai, 2000
4	P. Melotte, 1908
	S. Sheppard, 2002
3	S. Sheppard és mtársai, 2000
9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
9	S. Sheppard és mtársai, 2001
	S. Nicholson, 1914
9	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
	J. Scotti, T. Spahr, 1999
	S. Sheppard és mtársai, 2001
	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
	S. Sheppard, D. Jewitt, 2003
	M. Showalter, 1990
	Voyager-1, 1980
	Voyager-1, 1980
	Voyager-1, 1980
	A. Dollfus, 1966
	J. Fountain, S. Larson, 1978

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
a Szaturnusz holdjai (folytatás)						
Mimas (S1)	397	185,5	0,942	0,021	1,5	W. Herschel, 1789
Enceladus (S2)	499	238,0	1,370	0,004	0,02	W. Herschel, 1789
Tethys (S3)	1060	294,7	1,888	0,000	1,1	G. Cassini, 1684
Telesto (S13)	30	294,7	1,888	≈ 0	1,2	B. Smith és mtársai, 1980
Calypso (S14)	26	294,7	1,888	≈ 0	1,5	D. Pascu és mtársai, 1980
Dione (S4)	1120	377,4	2,737	0,002	0,02	G. Cassini, 1684
Helene (S12)	30	377,4	2,737	≈ 0	0,2	P. Laques, J. Lecacheux, 1980
Rhea (S5)	1530	527,0	4,517	0,001	0,4	G. Cassini, 1672
Titan (S6)	5150	1221,8	15,945	0,029	0,3	C. Huygens, 1655
Hyperion (S7)	283	1481,1	21,276	0,104	0,4	W.Bond, G.Bond, W.Lassell, 1848
Iapetus (S8)	1436	3561,3	79,331	0,028	7,6	G. Cassini, 1671
2000 S5	14	11365	449	0,33	46	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S6	10	11440	451	0,32	47	J. Kavelaars és mtársai, 2000
Phoebe (S9)	220	12952	550,4	0,16	175	W. Pickering, 1898
2000 S2	19	15199	687	0,36	45	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S8	6	15645	729	0,27	153	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S11	26	16404	783	0,48	34	M. Holman, T. Spahr, 2000
2000 S10	8	17616	872	0,47	34	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S3	32	18160	893	0,29	46	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S4	13	18247	926	0,54	34	J. Kavelaars és mtársai, 2000
2000 S9	6	18709	951	0,21	167	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S12	6	19463	1016	0,11	176	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S7	6	20371	1067	0,44	176	B. Gladman és mtársai, 2000
2000 S1	16	23096	1311	0,34	173	B. Gladman és mtársai, 2000
az Uránusz holdjai						
Cordelia (U6)	25	49,8	0,335	0,000	0,1	*Voyager-2*, 1986
Ophelia (U7)	30	53,8	0,376	0,001	0,1	*Voyager-2*, 1986
Bianca (U8)	45	59,2	0,435	0,001	0,2	*Voyager-2*, 1986
Cressida (U9)	65	61,8	0,464	0,000	0,0	*Voyager-2*, 1986
Desdemona (U10)	60	62,7	0,474	0,000	0,1	*Voyager-2*, 1986
Juliet (U11)	85	64,4	0,493	0,001	0,1	*Voyager-2*, 1986
Portia (U12)	110	66,1	0,515	0,000	0,1	*Voyager-2*, 1986
Rosalind (U13)	60	69,9	0,558	0,000	0,3	*Voyager-2*, 1986
Belinda (U14)	68	75,3	0,624	0,000	0,0	*Voyager-2*, 1986

4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL (folytatás)

A hold neve	Átmérő vagy méret [km]	Átlagos távolság a bolygótól [ezer km]	Keringési idő [nap]	A pálya excentricitása	Pályahajlás [fok]	Felfedező
az Uránusz holdjai (folytatás)						
1986 U10	40	76,5	0,637	≈ 0	≈ 0	E. Karkoschka, 1999
Puck (U15)	155	86,0	0,762	0,000	0,3	*Voyager-2*, 1986
Miranda (U5)	472	129,8	1,413	0,027	4,2	G. Kuiper, 1948
Ariel (U1)	1158	190,9	2,520	0,0034	0,3	W. Lassell, 1851
Umbriel (U2)	1169	266,0	4,144	0,0050	0,4	W. Lassell, 1851
Titania (U3)	1578	436,3	8,706	0,0022	0,1	W. Herschel, 1787
Oberon (U4)	1523	583,4	13,463	0,0008	0,1	W. Herschel, 1787
Caliban (U16)	44	7169	579	0,082	139,7	B. Gladman és mtársai, 1997
Stephano (U20)	20	8004	677	0,23	144	B. Gladman és mtársai, 1999
Sycorax (U17)	40	12214	1289	0,51	152,7	P. Nicholson és mtársai, 1997
Prospero (U18)	30	16240	1962	0,44	152	M. Holman és mtársai, 1999
Setebos (U19)	35	17501	2209	0,58	158	J. Kavelaars és mtársai, 1999
a Neptunusz holdjai						
Naiad (N3)	60	48,2	0,294	≈ 0	4,7	*Voyager-2*, 1989
Thalassa (N4)	80	50,1	0,311	≈ 0	0,2	*Voyager-2*, 1989
Despina (N5)	150	52,5	0,335	≈ 0	0,1	*Voyager-2*, 1989
Galatea (N6)	160	62,0	0,429	≈ 0	0,1	*Voyager-2*, 1989
Larissa (N7)	190	73,5	0,555	0,001	0,2	*Voyager-2*, 1989
Proteus (N8)	420	117,6	1,122	≈ 0	≈ 0,0	*Voyager-2*, 1989
Triton (N1)	2706	354,8	5,877	0,0005	156,8	W. Lassell, 1846
Nereida (N2)	340	5513	360,14	0,76	7,2	G. Kuiper, 1949
2003 N1,N2,N3	30–40					M. Holman, J. Kavelaars, 2003
a Plútó holdja						
Charon (P1)	1190	19,4	6,387	0,0076	≈ 0	J. Christy, 1978

Megjegyzések:

A kisebb holdak alakja többnyire szabálytalan, azokra az átmérő helyett a jellemző méret szerepel, amelynek értékét a fényességből, távolságból és a kis hold fényvisszaverő képességének (albedójának) becsült értékéből határozták meg.

A holdak pályájának hajlásszögét *belső* (a bolygó sugarának százszorosán belül keringő) holdak esetén a bolygó egyenlítői síkjához viszonyítják, *külső* holdakra (a J4, S8, U4 és N1 holdaknál kijjebb keringőkre) a bolygó keringési síkjához. A 90°-nál nagyobb inklináció *retrográd* irányú keringést jelent.

5. A LEGNAGYOBB KIS

Név	Átlá ság
(1) Ceres	
(2) Pallas	
(4) Vesta	
(10) Hygiea	
(31) Euphrosyne	
(704) Interamnia	
(511) Davida	
(65) Cybele	
(52) Europa	
(451) Patientia	
(15) Eunomia	
(16) Psyche	
(3) Juno	

Az 1 km-nél nagyobb mér
nő, az ezredfordulón több

6. A LEGKÖZELEBBI C

Csillag
Nap
Proxima Centauri
Alfa Centauri A
Alfa Centauri B
Barnard-csillag
SO 025300,5 + 165258
Wolf 359 = CN Leonis
BD + 36°2147 = HD 95
Szíriusz A
Szíriusz B
L726-8 A
L726-8 B = UV Ceti
Ross 154 = V1216 Sagit

atás)

	Felfedező
	E. Karkoschka, 1999
3	*Voyager-2*, 1986
2	G. Kuiper, 1948
3	W. Lassell, 1851
4	W. Lassell, 1851
1	W. Herschel, 1787
1	W. Herschel, 1787
7	B. Gladman és mtársai, 1997
	B. Gladman és mtársai, 1999
7	P. Nicholson és mtársai, 1997
	M. Holman és mtársai, 1999
	J. Kavelaars és mtársai, 1999
7	*Voyager-2*, 1989
2	*Voyager-2*, 1989
1	*Voyager-2*, 1989
1	*Voyager-2*, 1989
2	*Voyager-2*, 1989
0	*Voyager-2*, 1989
8	W. Lassell, 1846
2	G. Kuiper, 1949
	M. Holman, J. Kavelaars, 2003
	J. Christy, 1978

lyett a jellemző méret szerepel, amely-
ő képességének (albedójának) becsült

zorosán belül keringő) holdak esetén a
4 és N1 holdaknál kijjebb keringőkre)
ád irányú keringést jelent.

5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK

Név	Átlagos távolság a Naptól [Cs.E.]	Keringési idő [év]	Excentricitás	Pályahajlás [fok]	Átmérő [km]	Forgási periódus [óra]	Felfedezés éve
(1) Ceres	2,765	4,600	0,079	10,6	1003	9,08	1801
(2) Pallas	2,773	4,618	0,230	34,8	608	7,81	1802
(4) Vesta	2,361	3,629	0,089	7,1	538	5,34	1807
(10) Hygiea	3,136	5,553	0,119	3,8	450	18,4	1849
(31) Euphrosyne	3,148	5,586	0,227	26,3	370	5,5	1854
(704) Interamnia	3,067	5,372	0,147	17,3	350	8,73	1910
(511) Davida	3,171	5,646	0,185	15,9	323	5,1	1903
(65) Cybele	3,437	6,372	0,104	3,5	309	6,07	1861
(52) Europa	3,099	5,456	0,101	7,4	289	5,63	1858
(451) Patientia	3,060	5,353	0,077	15,2	276	9,73	1899
(15) Eunomia	2,644	4,300	0,185	11,7	272	6,1	1851
(16) Psyche	2,919	4,988	0,140	3,1	250	4,2	1852
(3) Juno	2,667	4,356	0,259	13,0	247	7,21	1804

Az 1 km-nél nagyobb méretű kisbolygók becsült száma félmillió, az ismert kisbolygók száma rohamosan nő, az ezredfordulón több tízezret tartottak nyilván.

6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK

Csillag	A Földtől mért távolság [fényév]	Látszó fényesség [magnitúdó]	Abszolút fényesség [magnitúdó]	Színképtípus	Sajátmozgás ″/év
Nap	0,000016	−26,72	4,85	G2V	
Proxima Centauri	4,22	11,09 (vált.)	15,53	M5.5Ve	3,853
Alfa Centauri A	4,39	0,01	4,36	G2V	3,709
Alfa Centauri B	4,39	1,34	5,69	K1V	3,724
Barnard-csillag	5,94	9,53	13,21	M5V	10,358
SO 025300,5 + 165258	7,5	15,4	18,5	M6,5V	5,06
Wolf 359 = CN Leonis	7,78	13,44 (vált.)	16,55	M6,5Ve	4,702
BD + 36°2147 = HD 95733	8,31	7,47	10,44	M2V	4,802
Szíriusz A	8,60	−1,43 (vált.)	1,46	A1Vm	1,339
Szíriusz B	8,60	8,44 (vált.)	11,33	DA2	1,339
L726-8 A	8,72	12,43	15,29	M5,5Ve	3,360
L726-8 B = UV Ceti	8,72	13,19	16,05	M5,5Ve	3,360
Ross 154 = V1216 Sagittarii	9,69	10,43 (vált.)	13,06	M3,6Ve	6,660

A csillag tulajdonneve	Csillagképi jelölése	Látszó fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	Abszolút fényesség (M_V) [magnitúdó]	Színkép	A Földtől mért távolság [fényév]	Megjegyzés
Szíriusz	α Canis Majoris A	−1,44	0,01	1,45	A1Vm	8,60	SK
Kanopusz	α Carinae	−0,62	0,16	−5,4	A9Ib	313	
Rigil Kent, Toliman	α Centauri AB	−0,28	0,71	4,1	G2V + K1V	4,39	VK, SK
Arkturusz	α Bootis	−0,05	1,24	−0,6	K1,5III	36,7	vált.cs.
Vega	α Lyrae	0,03	0,00	0,6	A0V	25,3	vált.cs.
Kapella	α Aurigae	0,08	0,80	−0,8	G6III + G2III	42,2	SK, vált.cs.
Rigel	β Orionis A	0,18	−0,3	−6,7	B8Ia	773	hármas rendszer
Prokyon	α Canis Minoris A	0,40	0,40	2,7	F5IV	11,41	SK
Betelgeuze	α Orionis	0,45	1,50	−5,0	M2Iab	522	vált.cs.
Achernar	α Eridani	0,45	−0,16	−2,9	B3Vpe	144	
Agena, Hadar	β Centauri AB	0,58	−0,23	−5,5	B1III	526	vált.cs.
Altair	α Aquilae	0,76	0,22	2,2	A7V	16,78	vált. cs.
Aldebaran	α Tauri A	0,87	1,54	−0,8	K5III	65	vált.cs.
Spica	α Virginis	0,98	−0,24	−3,6	B1III-IV	262	SK, vált.cs.
Antares	α Scorpii A	1,06	1,87	−5,8	M1,5Iab	604	SK, vált.cs.
Pollux	β Geminorum	1,16	0,99	1,1	K0III	33,7	vált.cs.
Fomalhaut	α Piscis Austrini	1,17	0,15	1,6	A3V	25,1	vált.cs.
Deneb	α Cygni	1,25	0,09	−7,5	A2Iae	1467	
Acrux	α Crucis A	1,25	−0,20	−4,0	B0,5IV	321	SB, VK
Becrux	β Crucis	1,25	−0,24	−4,0	B0,5III	352	vált.cs.
Regulus	α Leonis A	1,36	−0,09	−0,6	B7Vn	77	SK, vált.cs.
Adhara	ε Canis Majoris A	1,50	−0,21	−4,1	B2II	431	VK
Kasztór	α Geminorum A	1,58	0,03	0,6	A1Vm	52	VK, SK
Gacrux	γ Crucis	1,59	1,60	−0,7	M3,5III	88	vált.cs.
Shaula	λ Scorpii	1,62	−0,23	−3,6	B1,5IV	359	SK, vált.cs.

Megjegyzés: SK: spektroszkópi és abszolút fényessége, színinc
A és B a kettőscsillag kompon

A csillag tulajdonneve	Csillagképi jelölése	Látszó fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	Abszolút fényesség (M_V) [magnitúdó]	Színkép	A Földtől mért távolság [fényév]	Megjegyzés
Acrux	α Crucis B	1,64	−0,18	−3,6	B1Vn	321	VK
Bellatrix	γ Orionis	1,64	−0,22	−1,8	B2III	243	vált.cs.
El Nath	β Tauri	1,65	−0,13	−1,3	B7III	131	SK
Miaplacidus	β Carinae	1,67	0,07	−1,1	A1III	111	
Alnilam	ε Orionis	1,69	−0,18	−6,6	B0Ia	1342	SK
Alnair	α Gruis	1,73	−0,07	−0,9	B7Vn	101	vált.cs.

Pollux	β Geminorum	1,15	1,00	0,99	1,00	K0III	34	
Fomalhaut	α Piscis Austrini	1,17	0,15	1,6	A3V	25,1	vált.cs.	
Deneb	α Cygni	1,25	0,09	−7,5	A2Iae	1467		
Acrux	α Crucis A	1,25	−0,20	−4,0	B0,5IV	321	SB, VK	
Becrux	β Crucis	1,25	−0,24	−4,0	B0,5III	352	vált.cs.	
Regulus	α Leonis A	1,36	−0,09	−0,6	B7Vn	77	SK, vált.cs.	
Adhara	ε Canis Majoris A	1,50	−0,21	−4,1	*B2II*	*431*	*VK*	
Kasztór	α Geminorum A	1,58	0,03	0,6	A1Vm	52	VK, SK	
Gacrux	γ Crucis	1,59	1,60	−0,7	M3,5III	88	vált.cs.	
Shaula	λ Scorpii	1,62	−0,23	−3,6	B1,5IV	359	SK, vált.cs.	

A csillag tulajdonneve	Csillagképi jelölése	Látszó fényesség [magnitúdó]	B-V színindex [magnitúdó]	Abszolút fényesség (M_V) [magnitúdó]	Színkép	A Földtől mért távolság [fényév]	Megjegyzés
Acrux	α Crucis B	1,64	−0,18	−3,6	B1Vn	321	VK
Bellatrix	γ Orionis	1,64	−0,22	−1,8	B2III	243	vált.cs.
El Nath	β Tauri	1,65	−0,13	−1,3	B7III	131	SK
Miaplacidus	β Carinae	1,67	0,07	−1,1	A1III	111	
Alnilam	ε Orionis	1,69	−0,18	−6,6	B0Ia	1342	SK
Alnair	α Gruis	1,73	−0,07	−0,9	B7Vn	101	vált.cs.
Alnitak	ζ Orionis A	1,74	−0,20	−5,5	O9,5Ib	817	többszörös csillag
	γ^2 Velorum	1,75	−0,15	−5,8	WC8 + O9I	840	SK, vált.cs.
Alioth	ε Ursae Majoris	1,76	−0,02	−0,2	A0IVp	81	vált.cs.
Kaus Australis	ε Sagittarii	1,79	−0,03	−1,4	A0IIn	145	SK
Mirfak	α Persei	1,79	0,48	−4,9	F5Ib	592	vált.cs.
Dubhe	α Ursae Majoris AB	1,81	1,06	−0,3	K0III	124	VK
Wezen	δ Canis Majoris	1,83	0,67	−7,2	F8Ia	1791	SK, vált.cs.
Benetnash, Alkaid	η Ursae Majoris	1,85	0,19	−1,8	B3V	101	vált.cs.
Sargas	θ Scorpii	1,86	0,41	−3,0	F1II	272	vált.cs.
Menkalinan	β Aurigae	1,90	0,08	−0,2	A1IV	82	SK, vált.cs.
Atria	α Trianguli Australis	1,91	1,45	−5,0	K2II-III	415	
Alhena	γ Geminorum	1,93	0,00	−0,6	A1IV	105	SK
Kasztór	α Geminorum B	1,93	0,03	1,0	A2Vm	52	SK
Páva	α Pavonis	1,94	0,12	−2,1	B2,5V	183	SK
Polaris, Sarkcsillag	α Ursae Minoris A	1,97	0,64	−4,1	F6Ib	431	SK, vált.cs.
Mirzam	β Canis Majoris	1,98	−0,24	−4,0	B1II-III	499	SK, vált.cs.
	δ Velorum AB	1,99	0,04	0,0	A1V	80	VK
Alphard	α Hydrae	1,99	1,44	−2,1	K3II-III	177	vált.cs.

Megjegyzés: SK: spektroszkópiai kettőscsillag; VK: vizuális kettőscsillag; vált. cs: változócsillag (látszó és abszolút fényessége, színindexe és színképtípusa is változik az idő függvényében). A csillag nevénél A és B a kettőscsillag komponensei.

8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍTÉSE

Latin név	Magyar név	Rövidítés	Latin név	Magyar név	Rövidítés
Andromeda	Andromeda	And	Lacerta	Gyík	Lac
Antlia	Légszivattyú	Ant	Leo	Oroszlán	Leo
Apus	Paradicsommadár	Aps	Leo Minor	Kis Oroszlán	LMi
Aquarius	Vízöntő	Aqr	Lepus	Nyúl	Lep
Aquila	Sas	Aql	Libra	Mérleg	Lib
Ara	Oltár	Ara	Lupus	Farkas	Lup
Aries	Kos	Ari	Lynx	Hiúz	Lyn
Auriga	Szekeres	Aur	Lyra	Lant	Lyr
Bootes	Ökörhajcsár	Boo	Mensa	Táblahegy	Men
Caelum	Véső	Cae	Microscopium	Mikroszkóp	Mic
Camelopardalis	Zsiráf	Cam	Monoceros	Egyszarvú	Mon
Cancer	Rák	Cnc	Musca	Légy	Mus
Canes Venatici	Vadászebek	CVn	Norma	Szögmérő	Nor
Canis Major	Nagy Kutya	CMa	Octans	Oktáns	Oct
Canis Minor	Kis Kutya	CMi	Ophiuchus	Kígyótartó	Oph
Capricornus	Bak	Cap	Orion	Orion	Ori
Carina	Hajógerinc	Car	Pavo	Páva	Pav
Cassiopeia	Kassziopeia	Cas	Pegasus	Pegazus	Peg
Centaurus	Kentaur	Cen	Perseus	Perzeusz	Per
Cepheus	Cefeusz	Cep	Phoenix	Főnix	Phe
Cetus	Cet	Cet	Pictor	Festő	Pic
Chamaeleon	Kaméleon	Cha	Pisces	Halak	Psc
Circinus	Körző	Cir	Piscis Austrinis	Déli Hal	PsA
Columba	Galamb	Col	Puppis	Hajófara	Pup
Coma Berenices	Bereniké Haja	Com	Pyxis	Tájoló	Pyx
Corona Australis	Déli Korona	CrA	Reticulum	Háló	Ret
Corona Borealis	Északi Korona	CrB	Sagitta	Nyíl	Sge
Corvus	Holló	Cor	Sagittarius	Nyilas	Sgr
Crater	Serleg	Cra	Scorpius	Skorpió	Sco
Crux	Dél Keresztje	Cru	Sculptor	Szobrász	Scl
Cygnus	Hattyú	Cyg	Scutum	Pajzs	Sct
Delphinus	Delfin	Del	Serpens	Kígyó	Ser
Dorado	Aranyhal	Dor	Sextans	Szextáns	Sex
Draco	Sárkány	Dra	Taurus	Bika	Tau
Equuleus	Csikó	Equ	Telescopium	Távcső	Tel
Eridanus	Eridánusz	Eri	Triangulum	Háromszög	Tri
Fornax	Kemence	For	Triangulum Australe	Déli Háromszög	TrA

Latin név	Ma
Gemini	Ikre
Grus	Dar
Hercules	Her
Horologium	Ing
Hydra	Ész
Hydrus	Dél
Indus	Ind

9. A TEJÚTRENDSZER

Tömege:
A csillagközi anyag töm
A központi fekete lyuk t
A Tejútrendszer mérete:
a korong átmérője
a korong vastagsága
a központi kihasaso
a haló (gömbszerű t
A csillagok átlagos keri
A Nap sebessége a körn
A Nap távolsága a Tejút
A Nap távolsága a Tejút
A legidősebb tejútrendsz

10. A LEGGYAKORIBB

Elem	
Hidrogén	
Hélium	
Oxigén	
Szén	
Vas	
Neon	
Nitrogén	
Szilícium	
Magnézium	
Kén	
Argon	
Az összes többi elem	

	Magyar név	Rövidítés
	Gyík	Lac
	Oroszlán	Leo
	Kis Oroszlán	LMi
	Nyúl	Lep
	Mérleg	Lib
	Farkas	Lup
	Hiúz	Lyn
	Lant	Lyr
	Táblahegy	Men
n	Mikroszkóp	Mic
	Egyszarvú	Mon
	Légy	Mus
	Szögmérő	Nor
	Oktáns	Oct
	Kígyótartó	Oph
	Orion	Ori
	Páva	Pav
	Pegazus	Peg
	Perzeusz	Per
	Főnix	Phe
	Festő	Pic
	Halak	Psc
is	Déli Hal	PsA
	Hajófara	Pup
	Tájoló	Pyx
	Háló	Ret
	Nyíl	Sge
	Nyilas	Sgr
	Skorpió	Sco
	Szobrász	Scl
	Pajzs	Sct
	Kígyó	Ser
	Szextáns	Sex
	Bika	Tau
	Távcső	Tel
	Háromszög	Tri
	Déli Háromszög	TrA

Latin név	Magyar név	Rövidítés	Latin név	Magyar név	Rövidítés
Gemini	Ikrek	Gem	Tucana	Tukán	Tuc
Grus	Daru	Gru	Ursa Major	Nagy Medve	UMa
Hercules	Herkules	Her	Ursa Minor	Kis Medve	UMi
Horologium	Ingaóra	Hor	Vela	Vitorla	Vel
Hydra	Északi Vízikígyó	Hya	Virgo	Szűz	Vir
Hydrus	Déli Vízikígyó	Hyi	Volans	Repülőhal	Vol
Indus	Indián	Ind	Vulpecula	Kis Róka	Vul

9. A TEJÚTRENDSZER FONTOSABB JELLEMZŐI

Tömege:	200 milliárd naptömeg
A csillagközi anyag tömege	a csillagok tömegének 1%-a
A központi fekete lyuk tömege:	2,5 millió naptömeg
A Tejútrendszer mérete:	
a korong átmérője	100 000 fényév
a korong vastagsága	200 fényév
a központi kihasasodás átmérője	kb. 10 000 fényév
a haló (gömbszerű térrész) átmérője	nagyobb a korongénál
A csillagok átlagos keringési sebessége a Nap környezetében:	230 km/s
A Nap sebessége a környező csillagokhoz viszonyítva:	19,4 km/s
A Nap távolsága a Tejútrendszer centrumától:	25 000 fényév
A Nap távolsága a Tejútrendszer fősíkjától:	50 fényév
A legidősebb tejútrendszerbeli égitestek kora:	12–13 milliárd év

10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELEMEK ELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN

Elem	Rendszám	Tömegszám	Tömeg%
Hidrogén	1	1	73,4
Hélium	2	4	24,8
Oxigén	8	16	0,73
Szén	6	12	0,29
Vas	26	56	0,16
Neon	10	20	0,12
Nitrogén	7	14	0,10
Szilícium	14	28	0,07
Magnézium	12	24	0,05
Kén	16	32	0,04
Argon	18	40	0,02
Az összes többi elem			0,2

1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA

Az Egyenlítő hossza:	40 075,7 km
A Föld egy hosszúsági körének hossza:	40 008,5 km
A Föld egyenlítői sugarának hossza:	~ 6378 km
A Föld sarki sugarának hossza:	~ 6357 km
A Föld felülete:	510 millió km^2
A világtenger felülete:	361 millió km^2
A szárazföldek összterülete:	149 millió km^2

2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZETES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

	III. 21.	VI. 22.	IX. 23.	XII. 22.
Északi-sark	0°	23,5°	0°	–
Északi-sarkkör	23,5°	47°	23,5°	0°
Ráktérítő	66,5°	90°	66,5°	43°
Egyenlítő	90°	66,5°	90°	66,5°
Baktérítő	66,5°	43°	66,5°	90°
Déli-sarkkör	23,5°	0°	23,5°	47°
Déli-sark	0°	–	0°	23,5°

3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁMÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁRIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN

III. 21., IX. 23.:	$90° - \varphi^*$
VI. 22.:	$90° + 23{,}5° - \varphi$
XII. 22.:	$90° - 23{,}5° - \varphi$

* = földrajzi szélesség (a görög ábécé *fí* betűjéből)

Földrész	Terület (millió km^2)	Legmagasabb/legmélyebb pont (m – hegység – ország(ok))		Átlagmagasság (m)
Európa	10,5	4807	(Alpok–F/I)	300
		Mont Blanc		
		−28	(Kazahsztán/Oroszor.)	
		Kaszpi-mélyföld		
Ázsia	44,4	8850	(Himalája – Kína/Nepál)	950
		Mt. Everest		
		−401	(Izrael/Jordánia)	
		a Holt-tenger partja		
Afrika	30,3	5895	(Kilimandzsáró – Tanzánia)	650
		Kibo		
		−155	(Dzsibuti)	

Földrész	Terület (millió km^2)	Lemélyebb/legmagasabb pont (m – hegység – ország(ok))			Átlagmagasság (m)
Európa	10,5	Mont Blanc	4807	(Alpok–F/I)	300
		Kaszpi-mélyföld	−28	(Kazahsztán/Oroszor.)	
Ázsia	44,4	Mt. Everest	8850	(Himalája – Kína/Nepál)	950
		a Holt-tenger partja	−401	(Izrael/Jordánia)	
Afrika	30,3	Kibo	5895	(Kilimandzsáró – Tanzánia)	650
		az Assal-tó mélyedése	−155	(Dzsibuti)	
Észak-Amerika	21,5	Mt. McKinley	6194	(Alaszkai-hg. – USA)	715
		Halál-völgy	−86	(USA)	
Közép- és Dél-Amerika	20,6	Aconcagua	6958	(Andok – Argentína)	580
		Valdés-mélyföld	−40	(Argentína)	
Ausztrália és Óceánia	8,5	Puncak Jaya	5030	(Maoke-hg. (Új-Guinea) – Indonézia)	340
		az Eyre-tó mélyedése	−12	(Ausztrália)	
Antarktika	13,9	Vinson Massif	5140	(Ellsworth-hg.)	2000

XII. 22.	–	0°	43°	66,5°	90°	47°	23,5°

5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI

Mount Everest (Csomolungma)	8850 m	(Himalája – Kína/Nepál)
K2 (Godwin Austen)	8616 m	(Karakorum – India)
Kanchendzönga	8597 m	(Himalája – Nepál/India)
Lhotse	8516 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Makalu	8481 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Lhotse Shar	8400 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Dhaulagiri	8172 m	(Himalája – Nepál)
Cho Oyu	8153 m	(Himalája – Kína/Nepál)
Nanga Parbat	8126 m	(Himalája – India)
Manaslu	8125 m	(Himalája – Nepál)
Annapurna I.	8078 m	(Himalája – Nepál)
Gasherbrum (Hidden Peak)	8068 m	(Karakorum – Kína/India)
Broad Peak	8051 m	(Karakorum – India)
Sisapangma	8013 m	(Himalája – Kína)

6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI

Óceán	Törzsterület (ezer km^2)	A melléktengerekkel együtt (ezer km^2)	Legmélyebb pont (m – helye)	Átlagos mélység (m)
Atlanti-óceán	96 911	106 753	9219 – Puerto Rico-árok	3743
Csendes-óceán	165 016	179 389	11 034 – Mariana-árok	4028
Indiai-óceán	73 442	74 917	7450 – Jáva-árok	3963

7. A VILÁGÓCEÁN 10 000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI

Mariana-árok	11 034 m	(Csendes-óceán)
Tonga-árok	10 882 m	(Csendes-óceán)
Filippínó-árok	10 830 m	(Csendes-óceán)
Izu-árok	10 595 m	(Csendes-óceán)
Kuril-árok	10 542 m	(Csendes-óceán)
Kermadec-árok	10 047 m	(Csendes-óceán)

8. A FÖLD LEGNAGYOB

Sziget
Grönland
Új-Guinea
Borneó (Kalimantan)
Madagaszkár
Baffin-sziget
Szumátra
Honshu
Fő sziget
Ellesmere
Victoria-sziget

9. A FÖLD LEGNAGYO

Félsziget
Arab-félsziget
Hindusztáni-félsziget
Indokínai-félsziget
Szomáli-félsziget
Labrador-félsziget
Skandináv-félsziget
Pireneusi (Ibériai)-félszi
Balkán-félsziget
Kis-Ázsia
Kamcsatka

10. A FÖLD LEGHOSS

Folyó
Nílus
Amazonas
Mississippi–Missouri
Jangce
Sárga-folyó
Ob–Irtis
Kongó

*Eberhard Czaya: A Fö

alája – Kína/Nepál)
akorum – India)
alája – Nepál/India)
alája – Kína/Nepál)
alája – Kína/Nepál)
alája – Kína/Nepál)
alája – Nepál)
alája – Kína/Nepál)
alája – India)
alája – Nepál)
alája – Nepál)
akorum – Kína/India)
akorum – India)
alája – Kína)

gmélyebb pont (m – helye)	Átlagos mélység (m)
– Puerto Rico-árok	3743
– Mariana-árok	4028
– Jáva-árok	3963

-óceán)
-óceán)
-óceán)
-óceán)
-óceán)
-óceán)

8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI

Sziget	Szigetcsoport	Ország(ok)	Terület (km^2)
Grönland		Dánia külső országrésze	2 160 000
Új-Guinea		Indonézia/Pápua Új-Guinea	771 900
Borneó (Kalimantan)	Nagy-Szunda-szk.	Indonézia/Malajzia/Brunei	734 000
Madagaszkár		Madagaszkár	589 500
Baffin-sziget		Kanada	476 050
Szumátra	Nagy-Szunda-szk.	Indonézia	423 647
Honshu	Japán-szk.	Japán	228 000
Fő sziget	Brit-szk.	Nagy-Britannia	216 911
Ellesmere	Erzsébet királynő-szk.	Kanada	212 680
Victoria-sziget		Kanada	212 189

9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGETEI

Félsziget	Földrész	Terület (km^2)
Arab-félsziget	Ázsia	2 691 000
Hindusztáni-félsziget	Ázsia	2 088 000
Indokínai-félsziget	Ázsia	1 740 000
Szomáli-félsziget	Afrika	1 400 000
Labrador-félsziget	Észak-Amerika	1 300 000
Skandináv-félsziget	Európa	720 000
Pireneusi (Ibériai)-félsziget	Európa	581 000
Balkán-félsziget	Európa	530 000
Kis-Ázsia	Ázsia	506 600
Kamcsatka	Ázsia	370 000

10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI*

Folyó	Földrész	Hosszúság (km)	Vízgyűjtő ter. (km^2)
Nílus	Afrika	6671	2 870 000
Amazonas	Dél-Amerika	6516	7 180 000
Mississippi–Missouri	Észak-Amerika	6420	3 221 000
Jangce	Ázsia	6300	1 830 000
Sárga-folyó	Ázsia	5464	745 000
Ob–Irtis	Ázsia	5410	2 990 000
Kongó	Afrika	4835	3 822 000

*Eberhard Czaya: A Föld folyói, Gondolat, Budapest, 1988. adatai alapján.

10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI (folytatás)

Folyó	Földrész	Hosszúság (km)	Vízgyűjtő ter. (km^2)
Mekong	Ázsia	4500	810 000
Amur	Ázsia	4416	1 843 000
Léna	Ázsia	4400	2 490 000
La Plata–Paraná	Dél-Amerika	4380	3 140 000
Mackenzie	Észak-Amerika	4241	1 913 000

11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI

(A torkolatuknál mért közepes évi vízhozam – m^3/s – alapján.)

Folyó	Közepes évi vízhozam	Legkisebb vízhozam	Legnagyobb vízhozam
Amazonas	180 000	72 500	280 000
Kongó	42 000	23 000	90 000
Jangce	35 000	4000	80 000
Orinoco	28 000	7000	n.a.
Brahmaputra	20 000	3100	62 000
Jenyiszej	19 600	n.a.	n.a.
La Plata	19 500	12 000	50 000
Mississippi–Missouri	17 600	5000	56 000
Léna	16 400	n.a.	n.a.
Mekong	15 900	3000	31 000

n.a. = nincs adat

12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI

Folyó	Torkolat helye	Vízgyűjtő terület (km^2)	Hossza (km)	Közepes évi vízhozam $\left(\frac{m^3}{s}\right)$
Volga	Kaszpi-tenger	1 380 000	3688	8000
Duna	Fekete-tenger	805 300	2850	6450
Dnyeper	Fekete-tenger	503 360	2285	1660
Don	Azovi-tenger	442 500	1970	930
Északi-Dvina	Fehér-tenger	360 300	1302	3560
Pecsora	Barents-tenger	326 930	1809	4060
Rajna	Északi-tenger	224 400	1360	2200
Visztula	Balti-tenger	194 112	1095	1100
Elba	Északi-tenger	144 055	1165	750
Loire	Atlanti-óceán	120 500	1020	900

13. A FÖLD LEGNAGYOBB TA

Tó	Fö
Kaszpi-tenger	Eu
Felső-tó	És
Viktória-tó	A
Huron-tó	É
Michigan-tó	É
Aral-tó	Á
Tanganyika-tó	A
Bajkál-tó	Á
Nagy-Medve-tó	É
Malawi-tó	A
Nagy-Rabszolga-tó	É
Erie-tó	É

14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TA

Tó	F
Bajkál-tó	Á
Tanganyika-tó	A
Kaszpi-tenger	E
Malawi-tó	A
Isszik-kul	Á
Nagy-Rabszolga-tó	É

15. A FÖLD LEGNAGYOBB SI

Sivatag	F
Szahara	A
Góbi	A
Rab-el-Háli	A
Kalahári	A
Nagy-homoksivatag	A
Takla-Makán	A
Szír-sivatag	A
Nagy-Viktória-sivatag	A
Kara-kum	A
Thar-sivatag	A

...m)	Vízgyűjtő ter. (km^2)
	810 000
	1 843 000
	2 490 000
	3 140 000
	1 913 000

...án.)

Legnagyobb vízhozam
280 000
90 000
80 000
n.a.
62 000
n.a.
50 000
56 000
n.a.
31 000

...ossza (km)	Közepes évi vízhozam $\left(\frac{m^3}{s}\right)$
3688	8000
2850	6450
2285	1660
1970	930
1302	3560
1809	4060
1360	2200
1095	1100
1165	750
1020	900

13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI

Tó	Földrész	Terület (km^2)
Kaszpi-tenger	Európa/Ázsia	371 000
Felső-tó	Észak-Amerika	82 411
Viktória-tó	Afrika	69 482
Huron-tó	Észak-Amerika	59 594
Michigan-tó	Észak-Amerika	58 014
Aral-tó	Ázsia	33 000
Tanganyika-tó	Afrika	32 892
Bajkál-tó	Ázsia	31 500
Nagy-Medve-tó	Észak-Amerika	31 079
Malawi-tó	Afrika	30 043
Nagy-Rabszolga-tó	Észak-Amerika	28 929
Erie-tó	Észak-Amerika	25 744

14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI

Tó	Földrész	Mélység (m)
Bajkál-tó	Ázsia	1637
Tanganyika-tó	Afrika	1470
Kaszpi-tenger	Európa/Ázsia	1025
Malawi-tó	Afrika	706
Isszik-kul	Ázsia	702
Nagy-Rabszolga-tó	Észak-Amerika	614

15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAGJAI

Sivatag	Földrész	Terület (km^2)
Szahara	Afrika	7 800 000
Góbi	Ázsia	900 000
Rab-el-Háli	Ázsia	800 000
Kalahári	Afrika	518 000
Nagy-homoksivatag	Ausztrália	420 000
Takla-Makán	Ázsia	400 000
Szír-sivatag	Ázsia	350 000
Nagy-Viktória-sivatag	Ausztrália	330 000
Kara-kum	Ázsia	300 000
Thar-sivatag	Ázsia	260 000

16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BORÍTOTT TERÜLETEI

Földrész	Azon belül	Terület (km^2)
Antarktika		13 802 000
Észak-Amerika		2 049 000
	Grönland	1 803 000
	Kanadai-szigetvilág	153 000
	Alaszkai-hg., Parti-hg.	92 500
Európa		115 000
	Svalbard	57 000
	Novaja Zemlja	24 300
	Ferenc József-föld	13 700
	Izland	11 250
	Alpok	3 600
	Skandináv-hegység	3 200
Ázsia		89 000
	Himalája	33 000
	Szevernaja Zemlja	17 500
	Karakorum	13 700
	Tien-san	8 600
Dél-Amerika		25 000
	Déli-Andok	21 000
	Patagónia	4 000
Óceánia		1 015
	Új-Zéland	1 000
	Új-Guinea	15
Afrika		15
	Ruwenzori, Mt. Kenya, Kilimandzsáró	

17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉ

Földrész/Terület
Antarktika
Észak-Amerika/Grönland
Észak-Amerika/Sziklás-hg.
Észak-Amerika/Sziklás-hg.
Európa/Nyugati-Alpok
Európa/Nyugati-Alpok
Európa/Keleti-Alpok
Európa/Skandináv-hg.
Ázsia/Himalája
Ázsia/Karakorum
Ázsia/Tien-san
Ázsia/Pamír
Dél-Amerika/Chilei-Andok
Óceánia/Déli-Alpok (NZL)
Afrika/Kilimandzsáró

18. A FÖLD LEGHOSSZABB BA

Barlang
Mammoth-barlang
Optimista-barlang
Jewel-barlang
Hölloch
Lechuguilla-barlang
Siebengeste-barlang

19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BAR

Barlang
Jean-Bernard-barlang
Lamprechtsofen-aknabarlang
Lucien Bouclier-barlang
Vjacseszlava Panthukhina-barlang
Huautla-barlangrendszer
Del Trave-barlangrendszer

	Terület (km^2)
	13 802 000
	2 049 000
	1 803 000
	153 000
	92 500
	115 000
	57 000
	24 300
	13 700
	11 250
	3 600
	3 200
	89 000
	33 000
	17 500
	13 700
	8 600
	25 000
	21 000
	4 000
	1 015
	1 000
	15
	15

17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE

Földrész/Terület	Gleccser	Hossza (km)	Terület (km^2)
Antarktika	Lambert	434	
Észak-Amerika/Grönland	Petermann	145	
Észak-Amerika/Sziklás-hg.	Bering	201	
Észak-Amerika/Sziklás-hg.	Malaspina	121	3 495
Európa/Nyugati-Alpok	Aletsch-gleccser	27	115
Európa/Nyugati-Alpok	Mer de Glace	13	50
Európa/Keleti-Alpok	Pasterze	9	24
Európa/Skandináv-hg.	Svartisen	32	518
Ázsia/Himalája	Rongbuk-gleccser	52	320
Ázsia/Karakorum	Sziacsen-gleccser	75	1 150
Ázsia/Tien-san	Déli-Inilcsek-gl.	60	800
Ázsia/Pamír	Fedcsenko-gleccser	77	1 350
Dél-Amerika/Chilei-Andok	Uppsala	80	
Óceánia/Déli-Alpok (NZL)	Tasman	29	157
Afrika/Kilimandzsáró	Drygalski-gleccser	3	

18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANGJAI

Barlang	Ország	Hossza (km)
Mammoth-barlang	USA	563
Optimista-barlang	Ukrajna	191
Jewel-barlang	USA	174
Hölloch	Svájc	168
Lechuguilla-barlang	USA	143
Siebengeste-barlang	Svájc	140

19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANGJAI

Barlang	Ország	Mélysége (m)
Jean-Bernard-barlang	Franciaország	1602
Lamprechtsofen-aknabarlang	Ausztria	1534
Lucien Bouclier-barlang	Franciaország	1520
Vjacseszlava Panthukhina-barlang	Grúzia	1508
Huautla-barlangrendszer	Mexikó	1475
Del Trave-barlangrendszer	Spanyolország	1444

20. „ELSŐ" ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉNETBEN

A Föld keletkezése (az első földkéreg képződése)	4 600	millió éve
A legidősebb földi kőzetek képződése	4 200	millió éve
Az első életnyomok (sztromatolitok) képződése	2 900	millió éve
Az első ősmaradványok keletkezése	590	millió éve
Az élet megjelenése a szárazföldeken	500	millió éve
Az első szárazföldi növények megjelenése	420	millió éve
Az első gerinces állatok megjelenése	420	millió éve
Az első kétéltűek megjelenése	330	millió éve
Az első kisméretű emlősök megjelenése	220	millió éve
Az első tűlevelű fák megjelenése	210	millió éve
Az ősmadarak megjelenése	160	millió éve
Az első virágos növények megjelenése	120	millió éve
Az első nagytestű emlősök megjelenése	100	millió éve
Az ősember megjelenése	2	millió éve
A Homo erectus megjelenése	1,7	millió éve
A Homo sapiens megjelenése	0,35	millió éve

KÉMIA

A kémiai gyakorlatb

	A
Az elemi töltés	
Az elektron tömege	
A proton tömege	
A neutron tömege	
Az atomi tömegegység	
A proton és elektron tö	
Avogadro-állandó	
Faraday-állandó	
Boltzmann-állandó	
Univerzális gázállandó	

Az ideális gáz moláris
0 °C-on (régen normál
hőmérsékleten) 24,5 d
Az anyagmennyiség m
elemi egységet tartalm

Minden további tábláz
dők; a sűrűségadatok p

1. ELEMEK

1.1. Az elemek rend

Kémiai elem: kémia
ket a periódusos ren

Rendszám: az atom

Vegyjel: az elem la
az elem nemzetközi

4 600	millió éve
4 200	millió éve
2 900	millió éve
590	millió éve
500	millió éve
420	millió éve
420	millió éve
330	millió éve
220	millió éve
210	millió éve
160	millió éve
120	millió éve
100	millió éve
2	millió éve
1,7	millió éve
0,35	millió éve

A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók mért értéke

Az állandó neve	Jele	Pontos értéke
Az elemi töltés	e	$1{,}602\,176\,462 \cdot 10^{-19}$ C
Az elektron tömege	m_e	$9{,}109\,381\,88 \cdot 10^{-31}$ kg
A proton tömege	m_p	$1{,}672\,621\,58 \cdot 10^{-27}$ kg
A neutron tömege	m_n	$1{,}674\,927\,16 \cdot 10^{-27}$ kg
Az atomi tömegegység (a ^{12}C-atom tömegének 1/12 része)	m_u	$1{,}660\,538\,73 \cdot 10^{-27}$ kg (1 u)
A proton és elektron tömegaránya	m_p/m_e	1836,152 66
Avogadro-állandó	N_A	$6{,}022\,141\,99 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Faraday-állandó	F	96 485,3415 C/mol
Boltzmann-állandó	k	$1{,}380\,650\,3 \cdot 10^{-23}$ J/K
Univerzális gázállandó	R	8,314 472 J/(mol · K)

Az ideális gáz moláris térfogatának (V_m) gyakorlatban használt értéke 10^5 Pa (standard) nyomáson és 0 °C-on (régen normál hőmérsékleten) 22,41 dm^3/mol, 20 °C-on 24 dm^3/mol, 25 °C-on (régen standard hőmérsékleten) 24,5 dm^3/mol.

Az anyagmennyiség mértékegysége a mól, rövidítése mol. Egy mól az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint amennyi atom van 12 g ^{12}C-ben.

Minden további táblázatban az olvadáspont és forráspont adatai 101 325 Pa ($\approx 10^5$ Pa) nyomáson értendők; a sűrűségadatok pedig 25 °C-ra vonatkoznak.

1. ELEMEK

1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben

Kémiai elem: kémiai módszerekkel tovább már nem bontható anyagfajta. A ma ismert elemeket a periódusos rendszerben tüntetjük fel.

Rendszám: az atommagban található protonok száma.

Vegyjel: az elem latin vagy görög nevének első és gyakran egy másik betűje, az atom vagy az elem nemzetközileg elfogadott, egységes rövid jelölése.

Az elemek rendszám szerinti sorrendje

Rend-szám	Vegy-jel	Név
1	H	hidrogén
2	He	hélium
3	Li	lítium
4	Be	berillium
5	B	bór
6	C	szén
7	N	nitrogén
8	O	oxigén
9	F	fluor
10	Ne	neon
11	Na	nátrium
12	Mg	magnézium
13	Al	alumínium
14	Si	szilícium
15	P	foszfor
16	S	kén
17	Cl	klór
18	Ar	argon
19	K	kálium
20	Ca	kalcium
21	Sc	szkandium
22	Ti	titán
23	V	vanádium
24	Cr	króm
25	Mn	mangán
26	Fe	vas
27	Co	kobalt
28	Ni	nikkel
29	Cu	réz
30	Zn	cink
31	Ga	gallium
32	Ge	germánium
33	As	arzén
34	Se	szelén
35	Br	bróm

Rend-szám	Vegy-jel	Név
36	Kr	kripton
37	Rb	rubídium
38	Sr	stroncium
39	Y	ittrium
40	Zr	cirkónium
41	Nb	nióbium
42	Mo	molibdén
43	Tc	technécium
44	Ru	ruténium
45	Rh	ródium
46	Pd	palládium
47	Ag	ezüst
48	Cd	kadmium
49	In	indium
50	Sn	ón
51	Sb	antimon
52	Te	tellúr
53	I	jód
54	Xe	xenon
55	Cs	cézium
56	Ba	bárium
57	La	lantán
58	Ce	cérium
59	Pr	prazeodímium
60	Nd	neodímium
61	Pm	prométium
62	Sm	szamárium
63	Eu	európium
64	Gd	gadolínium
65	Tb	terbium
66	Dy	diszprózium
67	Ho	holmium
68	Er	erbium
69	Tm	túlium
70	Yb	itterbium

Rend-szám	Vegy-jel	Név
71	Lu	lutécium
72	Hf	hafnium
73	Ta	tantál
74	W	volfrám
75	Re	rénium
76	Os	ozmium
77	Ir	irídium
78	Pt	platina
79	Au	arany
80	Hg	higany
81	Tl	tallium
82	Pb	ólom
83	Bi	bizmut
84	Po	polónium
85	At	asztácium
86	Rn	radon
87	Fr	francium
88	Ra	rádium
89	Ac	aktínium
90	Th	tórium
91	Pa	protaktínium
92	U	urán
93	Np	neptúnium
94	Pu	plutónium
95	Am	amerícium
96	Cm	kűrium
97	Bk	berkélium
98	Cf	kalifornium
99	Es	einsteinium
100	Fm	fermium
101	Md	mendelévium
102	No	nobélium
103	Lr	laurencium
104	Rf	rutherfordium
105	Db	dubnium

Az elemek név szerinti sorrend

Név	Rend-szám	Vegy-jel
aktínium	89	Ac
alumínium	13	Al
amerícium	95	Am
antimon	51	Sb
arany	79	Au
argon	18	Ar
arzén	33	As
asztácium	85	At
bárium	56	Ba
berillium	4	Be
berkélium	97	Bk
bizmut	83	Bi
bór	5	B
bróm	35	Br
cérium	58	Ce
cézium	55	Cs
cink	30	Zn
cirkónium	40	Zr
diszprózium	66	Dy
dubnium	105	Db
einsteinium	99	Es
erbium	68	Er
európium	63	Eu
ezüst	47	Ag
fermium	100	Fm
fluor	9	F
foszfor	15	P
francium	87	Fr
gadolínium	64	Gd
gallium	31	Ga
germánium	32	Ge
hafnium	72	Hf
hélium	2	He
hidrogén	1	H
higany	80	Hg

Rend-szám	Vegy-jel	Név
71	Lu	lutécium
72	Hf	hafnium
73	Ta	tantál
74	W	volfrám
75	Re	rénium
76	Os	ozmium
77	Ir	irídium
78	Pt	platina
79	Au	arany
80	Hg	higany
81	Tl	tallium
82	Pb	ólom
83	Bi	bizmut
84	Po	polónium
85	At	asztácium
86	Rn	radon
87	Fr	francium
88	Ra	rádium
89	Ac	aktínium
90	Th	tórium
91	Pa	protaktínium
92	U	urán
93	Np	neptúnium
94	Pu	plutónium
95	Am	amerícium
96	Cm	kűrium
97	Bk	berkélium
98	Cf	kalifornium
99	Es	einsteinium
100	Fm	fermium
101	Md	mendelévium
102	No	nobélium
103	Lr	laurencium
104	Rf	rutherfordium
105	Db	dubnium

Név	Rend-szám	Vegy-jel
aktínium	89	Ac
alumínium	13	Al
amerícium	95	Am
antimon	51	Sb
arany	79	Au
argon	18	Ar
arzén	33	As
asztácium	85	At
bárium	56	Ba
berillium	4	Be
berkélium	97	Bk
bizmut	83	Bi
bór	5	B
bróm	35	Br
cérium	58	Ce
cézium	55	Cs
cink	30	Zn
cirkónium	40	Zr
diszprózium	66	Dy
dubnium	105	Db
einsteinium	99	Es
erbium	68	Er
európium	63	Eu
ezüst	47	Ag
fermium	100	Fm
fluor	9	F
foszfor	15	P
francium	87	Fr
gadolínium	64	Gd
gallium	31	Ga
germánium	32	Ge
hafnium	72	Hf
hélium	2	He
hidrogén	1	H
higany	80	Hg

Név	Rend-szám	Vegy-jel
holmium	67	Ho
indium	49	In
irídium	77	Ir
itterbium	70	Yb
ittrium	39	Y
jód	53	I
kadmium	48	Cd
kalcium	20	Ca
kalifornium	98	Cf
kálium	19	K
kén	16	S
klór	17	Cl
kobalt	27	Co
kripton	36	Kr
króm	24	Cr
kűrium	96	Cm
lantán	57	La
laurencium	103	Lr
lítium	3	Li
lutécium	71	Lu
magnézium	12	Mg
mangán	25	Mn
mendelévium	101	Md
molibdén	42	Mo
nátrium	11	Na
neodímium	60	Nd
neon	10	Ne
neptúnium	93	Np
nikkel	28	Ni
nióbium	41	Nb
nitrogén	7	N
nobélium	102	No
ólom	82	Pb
ón	50	Sn
oxigén	8	O

Név	Rend-szám	Vegy-jel
ozmium	76	Os
palládium	46	Pd
platina	78	Pt
plutónium	94	Pu
polónium	84	Po
prazeodímium	59	Pr
prométium	61	Pm
protaktínium	91	Pa
rádium	88	Ra
radon	86	Rn
rénium	75	Re
réz	29	Cu
ródium	45	Rh
rubídium	37	Rb
ruténium	44	Ru
rutherfordium	104	Rf
stroncium	38	Sr
szamárium	62	Sm
szelén	34	Se
szén	6	C
szilícium	14	Si
szkandium	21	Sc
tallium	81	Tl
tantál	73	Ta
technécium	43	Tc
tellúr	52	Te
terbium	65	Tb
titán	22	Ti
tórium	90	Th
túlium	69	Tm
urán	92	U
vanádium	23	V
vas	26	Fe
volfrám	74	W
xenon	54	Xe

Az elemek vegyjel szerinti sorrendje

Vegyjel	Rendszám	Név
Ac	89	aktínium
Ag	47	ezüst
Al	13	alumínium
Am	95	amerícium
Ar	18	argon
As	33	arzén
At	85	asztácium
Au	79	arany
B	5	bór
Ba	56	bárium
Be	4	berillium
Bi	83	bizmut
Bk	97	berkélium
Br	35	bróm
C	6	szén
Ca	20	kalcium
Cd	48	kadmium
Ce	58	cérium
Cf	98	kalifornium
Cl	17	klór
Cm	96	kűrium
Co	27	kobalt
Cr	24	króm
Cu	29	réz
Cs	55	cézium
Db	105	dubnium
Dy	66	diszprózium
Er	68	erbium
Es	99	einsteinium
Eu	63	európium
F	9	fluor
Fe	26	vas
Fm	100	fermium
Fr	87	francium
Ga	31	gallium

Vegyjel	Rendszám	Név
Gd	64	gadolínium
Ge	32	germánium
H	1	hidrogén
He	2	hélium
Hf	72	hafnium
Hg	80	higany
Ho	67	holmium
I	53	jód
In	49	indium
Ir	77	irídium
K	19	kálium
Kr	36	kripton
La	57	lantán
Li	3	lítium
Lr	103	laurencium
Lu	71	lutécium
Md	101	mendelévium
Mg	12	magnézium
Mn	25	mangán
Mo	42	molibdén
N	7	nitrogén
Na	11	nátrium
Nb	41	nióbium
Nd	60	neodímium
Ne	10	neon
Ni	28	nikkel
No	102	nobélium
Np	93	neptúnium
O	8	oxigén
Os	76	ozmium
P	15	foszfor
Pa	91	protaktínium
Pb	82	ólom
Pd	46	palládium
Pm	61	prométium

Vegyjel	Rendszám	Név
Po	84	polónium
Pr	59	prazeodímium
Pt	78	platina
Pu	94	plutónium
Ra	88	rádium
Rb	37	rubídium
Re	75	rénium
Rf	104	rutherfordium
Rh	45	ródium
Rn	86	radon
Ru	44	ruténium
S	16	kén
Sb	51	antimon
Sc	21	szkandium
Se	34	szelén
Si	14	szilícium
Sm	62	szamárium
Sn	50	ón
Sr	38	stroncium
Ta	73	tantál
Tb	65	terbium
Tc	43	technécium
Te	52	tellúr
Th	90	tórium
Ti	22	titán
Tl	81	tallium
Tm	69	túlium
U	92	urán
V	23	vanádium
W	74	volfrám
Xe	54	xenon
Y	39	ittrium
Yb	70	itterbium
Zn	30	cink
Zr	40	cirkónium

Rendszám	Vegyjel	Név
1	H	hidrogén
2	He	hélium
3	Li	lítium
4	Be	berillium
5	B	bór
6	C	szén
7	N	nitrogén
8	O	oxigén
9	F	fluor
10	Ne	neon
11	Na	nátrium
12	Mg	magnéziu
13	Al	alumíniun
14	Si	szilícium
15	P	foszfor
16	S	kén
17	Cl	klór
18	Ar	argon
19	K	kálium
20	Ca	kalcium
21	Sc	szkandiur
22	Ti	titán
23	V	vanádium
24	Cr	króm
25	Mn	mangán
26	Fe	vas
27	Co	kobalt
28	Ni	nikkel
29	Cu	réz
30	Zn	cink
31	Ga	gallium
32	Ge	germániu
33	As	arzén
34	Se	szelén
35	Br	bróm
36	Kr	kripton

Vegyjel	Rendszám	Név
Po	84	polónium
Pr	59	prazeodímium
Pt	78	platina
Pu	94	plutónium
Ra	88	rádium
Rb	37	rubídium
Re	75	rénium
Rf	104	rutherfordium
Rh	45	ródium
Rn	86	radon
Ru	44	ruténium
S	16	kén
Sb	51	antimon
Sc	21	szkandium
Se	34	szelén
Si	14	szilícium
Sm	62	szamárium
Sn	50	ón
Sr	38	stroncium
Ta	73	tantál
Tb	65	terbium
Tc	43	technécium
Te	52	tellúr
Th	90	tórium
Ti	22	titán
Tl	81	tallium
Tm	69	túlium
U	92	urán
V	23	vanádium
W	74	volfrám
Xe	54	xenon
Y	39	ittrium
Yb	70	itterbium
Zn	30	cink
Zr	40	cirkónium

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
1	H	hidrogén	Cavendish, H.	1766
2	He	hélium	Ramsay, W.	1895
3	Li	lítium	Arfvedson, J. A.	1817
4	Be	berillium	Vauquelin, L. N. Wöhler, F., Bussy, A. A.	1798 1828
5	B	bór	Gay-Lussac, J. L., Thénard, L. J., Davy, H.	1808
6	C	szén	–	ókor
7	N	nitrogén	Rutherford, D.	1772
8	O	oxigén	Priestley, J.	1774
9	F	fluor	Moissan, H.	1886
10	Ne	neon	Ramsay, W.	1898
11	Na	nátrium	Davy, H.	1807
12	Mg	magnézium	Davy, H. Bussy, A.	1808 1830
13	Al	alumínium	Oersted, H. Wöhler, F.	1825 1827
14	Si	szilícium	Berzelius, J. J.	1824
15	P	foszfor	Brand, H.	1669
16	S	kén	–	ókor
17	Cl	klór	Scheele, C. W.	1774
18	Ar	argon	RayleighW.	1894
19	K	kálium	Davy, H.	1807
20	Ca	kalcium	Davy, H.	1808
21	Sc	szkandium	Nilson, F. L.	1879
22	Ti	titán	Gregor, W. Berzelius, J. J.	1791 1825
23	V	vanádium	del Rio, A. M.	1801
24	Cr	króm	Vauquelin, L. N.	1798
25	Mn	mangán	Scheele, C. W.	1774
26	Fe	vas	–	ókor
27	Co	kobalt	Brandt, G.	1735
28	Ni	nikkel	Cronstedt, A. F.	1751
29	Cu	réz	–	ókor
30	Zn	cink	–	középkor
31	Ga	gallium	Boisbaudran, L.	1875
32	Ge	germánium	Winkler, Cl.	1886
33	As	arzén	–	középkor
34	Se	szelén	Berzelius, J. J.	1818
35	Br	bróm	Balard, J.	1826
36	Kr	kripton	Ramsay, W.	1898

1.2. Az elemek felfedezése (folytatás)

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
37	Rb	rubídium	Bunsen, R., Kirchhof F. G.	1861
38	Sr	stroncium	Davy, H.	1808
39	Y	ittrium	Wöhler, F.	1828
40	Zr	cirkónium	Klaproth, M. H.	1789
41	Nb	nióbium	Hatchett, Ch.	1801
42	Mo	molibdén	Scheele, C. W. Hjelm, P. J.	1778 1782
43	Tc	technécium	Perrier, C., Segré, E.	1939
44	Ru	ruténium	Klauss, K. K.	1844
45	Rh	ródium	Wollaston, W. H.	1804
46	Pd	palládium	Wollaston, W. H.	1803
47	Ag	ezüst	–	ókor
48	Cd	kadmium	Stromeyer, F.	1817
49	In	indium	Reich, F.	1863
50	Sn	ón	–	ókor
51	Sb	antimon	–	középkor
52	Te	tellúr	Müller Ferenc	1782
53	I	jód	Courtois, B.	1811
54	Xe	xenon	Ramsay, W.	1898
55	Cs	cézium	Bunsen, R., Kirchhoff, G.	1860
56	Ba	bárium	Davy, H.	1808
57	La	lantán	Mosander, C. G.	1839
58	Ce	cérium	Berzelius, J. J.	1803
59	Pr	prazeodímium	Auer, W.	1885
60	Nd	neodímium	Auer, W.	1885
61	Pm	promécium	Coryell, C. D., Glendenin, L. E., Marinsky, J. A	1945
62	Sm	szamárium	Boisbaudran, L.	1879
63	Eu	európium	Demarcay, E. I	1901
64	Gd	gadolínium	Marignac, J. C.	1880
65	Tb	terbium	Mosander, C. G.	1843
66	Dy	diszprózium	Boisbaudran, L.	1886
67	Ho	holmium	Cléve, Th. P.	1879
68	Er	erbium	Mosander, G. G.	1843
69	Tm	túlium	Cléve, Th. P	1879
70	Yb	itterbium	Marignac J.	1878
71	Lu	lutécium	Urbain, G., Auer, W.	1907
72	Hf	hafnium	Hevesy György, Coster, D.	1922
73	Ta	tantál	Ekeberg, A. G.	1802
74	W	volfrám	d'Elhuyar, F. és J.	1783
75	Re	rénium	Noddack, W., Tacke, I., Berg, O.	1925

Rendszám	Vegyjel	Né
76	Os	ozmium
77	Ir	irídium
78	Pt	platina
79	Au	arany
80	Hg	higany
81	TI	tallium
82	Pb	ólom
83	Bi	bizmut
84	Po	polónium
85	At	asztáciu
86	Rn	radon
87	Fr	francium
88	Ra	rádium
89	Ac	aktínium
90	Th	tórium
91	Pa	protaktín
92	U	urán
93	Np	neptúniu
94	Pu	plutóniu
95	Am	ameríciu
96	Cm	kűrium
97	Bk	berkéliu
98	Cf	kaliforni
99	Es	einsteini
100	Fm	fermium
101	Md	mendelé
102	No	nobéliu
103	Lr	laurenci
104	Rf	rutherfo
105	Db	dubniu
106	Sg	seaborgi
107	Bh	bohrium
108	Hs	hassium
109	Mt	meitneri
110	Uun	ununnili
111	Unu	unununi
112	Uub	ununblu

dező	Felfedezési idő
F. G.	1861
	1808
	1828
	1789
	1801
	1778
	1782
	1939
	1844
	1804
	1803
	ókor
	1817
	1863
	ókor
	középkor
	1782
	1811
	1898
G.	1860
	1808
	1839
	1803
	1885
	1885
in, L. E.,	1945
	1879
	1901
	1880
	1843
	1886
	1879
	1843
	1879
	1878
	1907
D.	1922
	1802
	1783
Berg, O.	1925

Rendszám	Vegyjel	Név	Felfedező	Felfedezési idő
76	Os	ozmium	Tennant, Ch.	1803
77	Ir	irídium	Tennant, Ch.	1803
78	Pt	platina	Ulloa	1735
79	Au	arany	–	ókor
80	Hg	higany	–	ókor
81	Tl	tallium	Crookes, W.	1861
82	Pb	ólom	–	ókor
83	Bi	bizmut	–	középkor
84	Po	polónium	Curie, M. és P.	1898
85	At	asztácium	Corson, D. R., McKenzie, K. R., Segré, E.	1940
86	Rn	radon	Dorn, F. E.	1900
87	Fr	francium	Perey, M.	1939
88	Ra	rádium	Curie, M. és P	1898
89	Ac	aktínium	Debierne, A.	1899
90	Th	tórium	Berzelius, J. J.	1828
91	Pa	protaktínium	Hahn, O., Meitner, L.	1917
92	U	urán	Klaproth, M. H.	1789
93	Np	neptúnium	McMillan, E. M., Abelson, P H.	1940
94	Pu	plutónium	Seaborg, G. T., McMillan, E. M., Kennedy, 3. W., Wahl, A. C.	1940
95	Am	amerícium	Seaborg, G. T., James, R. A., Thompson, S. G., Ghiorso, A.	1944
96	Cm	kűrium	Seaborg, G. T., James, R. A., Ghiorso, A.	1944
97	Bk	berkélium	Seaborg, G., Thompson, S., Ghiorso, A.	1950
98	Cf	kalifornium	Seaborg, G.	1950
99	Es	einsteinium	Ghiorso, A.	1952
100	Fm	fermium	Ghiorso, A.	1953
101	Md	mendelévium	Ghiorso, A., Seaborg, G.	1955
102	No	nobélium	Ghiorso, A., Sikkeland, T., Walton, J. R., Seaborg, G.	1958
103	Lr	laurencium	Ghiorso, A., Sikkeland, T., Larsh, A. E., Latimer, R.	1961
104	Rf	rutherfordium	Flerov,	1964
105	Db	dubnium	Flerov, I., Ghiorso, A.	1970
106	Sg	seaborgium	Berkeley-i kutatócsoport	1974
107	Bh	bohrium	Darmstadt-i kutatócsoport	1981
108	Hs	hassium	Darmstadt-i kutatócsoport	1984
109	Mt	meitnerium	Darmstadt-i kutatócsoport	1982
110	Uun	ununnilium	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96
111	Unu	unununium	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96
112	Uub	ununblum	Darmstadt-i kutatócsoport	1994–96

1	*0,082
−259,34	28,8
−252,87	**H**
0,06	
0,45	
hidrogén	
H	1,00

3	0,53	4	1,85
180,5	23,1	1287	16,8
1342	**Li**	2471	**Be**
3,0		11,7	
157		309,4	
lítium		berillium	
TK	6,94	H	9,01

11	0,97	12	1,74
97,72	28,5	650	25,5
883	**Na**	1090	**Mg**
2,6		8,9	
101		136,1	
nátrium		magnézium	
TK	22,99	H	24,30

19	0,86	20	1,55	21	3,0	22	4,51	23	6,1	24	7,19	25	7,43	26	7,86	27	8,9
63,38	28,9	842	24,8	1541	24,3	1668	25,4	1910	25,5	1907	23,9	1246	26,4	1538	25,7	1495	24,1
759	**K**	1484	**Ca**	2830	**Sc**	3287	**Ti**	3407	**V**	2671	**Cr**	2061	**Mn**	2861	**Fe**	2927	**Co**
2,3		8,8		16		15,5		17,6		13,8		14,6		15,4		15,2	
79		153,8		339		446		444		305,5		225		354		389	
kálium		kalcium		szkandium		titán		vanádium		króm		mangán		vas		kobalt	
TK	39,10	LK	40,08	H	44,96	H	47,90	TK	50,94	TK	52,00	TK	54,94	TK	55,85	H	58,93

37	1,53	38	2,6	39	4,47	40	6,49	41	8,4	42	10,2	43	11,5	44	12,2	45	12,4
39,31	28,2	777	25,4	1526	26,7	1855	25,5	41	24,9	2623	24,9	2157	–	2334	24,2	1964	25,7
688	**Rb**	1382	**Sr**	3336	**Y**	4409	**Zr**	2477	**Nb**	4639	**Mo**	4265	**Tc**	4150	**Ru**	3695	**Rh**
2,3		8,8		11,3		16,7		4744		27,6		23		25,5		22	
75,8		141,5		389		502		26,8		536		502		620		532	
rubídium		stroncium		ittrium		cirkónium		nióbium		molibdén		technécium		ruténium		ródium	
TK	85,47	LK	87,62	H	88,90	H	91,22	TK	92,91	TK	95,94	H	(99)	H	101,07	LK	102,90

55	1,90	56	3,5	57	6,17	72	13,1	73	16,6	74	19,3	75	21,0	76	22,6	77	22,5
28,44	29,2	727	38,4	920	26,4	2233	26,7	3017	27,1	3422	23,9	3186	26,1	3033	24,9	2446	24,9
671	**Cs**	1897	**Ba**	3455	**La**	4603	**Hf**	5458	**Ta**	5555	**W**	5596	**Re**	5012	**Os**	4428	**Ir**
2,1		7,6		6,3		22		28,4		33,7		33		26,8		27,6	
68,2		150		402		649		754		774		636		678		636	
cézium		bárium		lantán		hafnium		tantál		volfrám		rénium		ozmium		irídium	
TK	132,90	TK	137,34	H	138,91	H	178,49	TK	180,95	TK	183,85	H	186,2	H	190,20	LK	192,20

87	–	88	5,0	89	10,07	104	–	105	–	106	–	107	–	108	–	109	–
27	–	700	–	1051	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
677	**Fr**	–	**Ra**	3198	**Ac**	–	**Rf**	–	**Db**	–	**Sg**	–	**Bh**	–	**Hs**	–	**Mt**
–		10		–		–		–		–		–		–		–	
francium		115		aktínium		rutherfordium		dubnium		seaborgium		bohrium		hassium		meitnerium	
TK	(223)	??	(226)	K	(227,03)	??	(261,11)	??	(262,11)	??	(263,12)	??	(262,12)	??	(265,10)	??	(266,10)

rendszám — 30 7,14 — sűrűség g/cm³ *(g/dm³)
olvadáspont (°C) — 419,53 24,8 — moláris hőkapacitás (J/mol · K)
forráspont (°C) — 907
olvadáshő (kJ/mol) — 7,4 **Zn** — vegyjel
forráshő (kJ/mol) — 114,7
cink — név
rácsszerkezet — H 65,37 — moláris tömeg (g/mol)

K = kockarács
LK = lapcentrált köbös
Gy = gyémántrács
RÉ = romboéderes
T = négyzetes (tetragonális)
h = hármasponton mérve
TK = tércentrált köbös
H = hatszöges
R = rombos
M = monoklin
?? = ismeretlen
s = szublimálási hőmérséklet

28	8,9	29	8,96
1455	25,8	1084,62	24,8
2913	**Ni**	2562	**Cu**
17,6		13	
381		304,8	
nikkel		réz	
LK	58,71	LK	63,46

46	12,0	47	10,5
1554,9	25,5	961,78	24,8
2963	**Pd**	2162	**Ag**
16,7		11,3	
377		254	
palládium		ezüst	
LK	106,4	LK	107,88

78	21,4	79	19,3
1768,4	25,4	1064,18	25,6
3825	**Pt**	2856	**Au**
197		12,7	
511		342,5	
platina		arany	
LK	195,09	LK	196,99

110	–	111	–
–	–	–	–
–	**Uun**	–	**Uuu**
–		–	
ununnilium		unununium	
??	–	??	–

Színkód:

gáz

folyadék

szilárd

58	6,67	59	6,77	60	7,00	61	7,23	62	7,54	63	5,26
799	25,2	931	28,2	1016	27,4	1042	–	1072	27,0	822	24,3
3424	**Ce**	3510	**Pr**	3066	**Nd**	3000	**Pm**	1790	**Sm**	1596	**Eu**
5,0		6,7		7,1		–		8,8		9,2	
398		331		289		–		192		176	
cérium		prazeodímium		neodímium		prométium		szamárium		európium	
LK	140,12	H	140,91	H	144,24	H	(147)	RÉ	150,36	TK	151,96

64	7,89	65	8,27
1314	47,1	1359	28,5
3264	**Gd**	3221	**Tb**
15,5		16	
301		293	
gadolínium		terbium	
H	157,25	H	158,92

90	11,7	91	15,4	92	19,07	93	19,5	94	19,82	95	13,67
1750	32,4	1572	–	1135	26,2	644	–	640	–	1176	34,0
4788	**Th**	3300	**Pa**	4131	**U**	3902	**Np**	3228	**Pu**	2607	**Am**
19,2		–		11,3		–		–		–	
–		544		460		395		365		60	
tórium		protaktínium		urán		neptúnium		plutónium		amerícium	
LK	232,04	T	(231,04)	R	238,03	R	(237,05)	M	(239,05)	H	(241,06)

96	13,55	97	13,25
1345	–	1050	–
–	**Cm**	–	**Bk**
–		–	
kűrium		berkélium	
H	(244,06)	??	(249,07)

sűrűség g/cm³ *(g/dm³)
moláris hőkapacitás (J/mol · K)

vegyjel

név
moláris tömeg (g/mol)

TK = tércentrált köbös
H = hatszöges
R = rombos
M = monoklin
?? = ismeretlen
s = szublimálási hőmérséklet

																2 *0,164 – 20,9 –268,93 **He** 0,02 0,08 hélium H 4,00
						5 2,34 2075 13,9 4000 **B** – 536 bór RÉ 10,81	6 2,26 4492h 8,3 3825s **C** – 719 szén H 12,01	7 *1,15 –210 28,8 –195,79 **N** 0,36 2,8 nitrogén H 14,01	8 *1,31 –218,79 29,1 –182,95 **O** 0,22 3,4 oxigén K 16,00	9 *1,553 –219,62 28,5 –188,12 **F** 0,2 3,1 fluor K 18,99	10 *0,83 –248,90 – –246,08 **Ne** 0,3 1,8 neon LK 20,18
						13 2,7 660,32 24,3 2519 **Al** 10,87 284 alumínium LK 26,98	14 2,33 1414 19,0 3265 **Si** 46 170 szilícium GY 28,09	15 1,82 44,15 22,9 277 **P** 0,6 12,4 foszfor TK 30,97	16 2,07 115,21 23,4 444,60 **S** 1,4 12,6 kén R 32,06	17 *2,90 –101,5 34,7 –34,04 **Cl** 3,2 10,2 klór R 35,45	18 *1,63 –189,35 43,5 –185,85 **Ar** 1,6 6,5 argon LK 39,95
						28 8,9 1455 25,8 2913 **Ni** 17,6 381 nikkel LK 58,71	29 8,96 1084,62 24,8 2562 **Cu** 13 304,8 réz LK 63,46	30 7,14 419,53 24,8 907 **Zn** 7,4 114,7 cink H 65,37	31 5,93 29,76 23,0 2204 **Ga** 5,6 – gallium R 69,72	32 5,32 938,25 22,5 2833 **Ge** 32 285 germánium GY 72,59	33 5,72 817h 25,4 614s **As** – 32,4 arzén RÉ 74,92	34 4,79 221 27,6 685 **Se** 5,2 14 szelén H 78,96	35 3,12 –7,2 46,3 58,8 **Br** 5,3 15 bróm R 79,90	36 *3,43 –157,36 – –153,22 **Kr** 1,6 9,0 kripton LK 83,80
						46 12,0 1554,9 25,5 2963 **Pd** 16,7 377 palládium LK 106,4	47 10,5 961,78 24,8 2162 **Ag** 11,3 254 ezüst LK 107,88	48 8,65 321,07 25,8 767 **Cd** 6,1 100 kadmium H 112,40	49 7,31 156,60 27,5 2072 **In** 3,3 225 indium T 114,82	50 7,3 231,93 27,3 2602 **Sn** 7,2 293 ón T 118,69	51 6,62 630,63 25,6 1587 **Sb** 19,8 195 antimon RÉ 121,75	52 6,24 449,51 25,5 988 **Te** 18 50 tellúr H 127,60	53 4,94 113,7 27,9 184,4 **I** 7,8 22 jód R 126,90	54 *5,37 –111,75 – –108,04 **Xe** 2,3 12,6 xenon LK 131,30
						78 21,4 1768,4 25,4 3825 **Pt** 197 511 platina LK 195,09	79 19,3 1064,18 25,6 2856 **Au** 12,7 342,5 arany LK 196,99	80 13,6 –38,83 28,0 356,73 **Hg** 2,3 58,2 higany RÉ 200,59	81 11,85 304 26,6 1473 **Tl** 4,2 162 tallium H 204,37	82 11,4 327,46 27,0 1749 **Pb** 5,1 177 ólom LK 207,19	83 9,8 271,40 27,2 1564 **Bi** 10,9 178,8 bizmut RÉ 208,98	84 9,2 254 – – **Po** – 121 polónium K (210)	85 – 302 – 337 **At** 33,5 – asztácium ?? (209,99)	86 *9,07 –71 – –61,7 **Rn** 2,9 16,4 radon LK (222)
						110 – – **Uun** – ununnilium ?? –	111 – – **Uuu** – unununium ?? –	112 – – **Uub** – ununbium ?? –						

7,19 23,9 **Cr** m 00	25 7,43 1246 26,4 2061 **Mn** 14,6 225 mangán TK 54,94	26 7,86 1538 25,7 2861 **Fe** 15,4 354 vas TK 55,85	27 8,9 1495 24,1 2927 **Co** 15,2 389 kobalt H 58,93														
10,2 24,9 **Mo** ódén 94	43 11,5 2157 – 4265 **Tc** 23 502 technécium H (99)	44 12,2 2334 24,2 4150 **Ru** 25,5 620 ruténium H 101,07	45 12,4 1964 25,7 3695 **Rh** 22 532 ródium LK 102,90														
19,3 23,9 **W** ám ,85	75 21,0 3186 26,1 5596 **Re** 33 636 rénium H 186,2	76 22,6 3033 24,9 5012 **Os** 26,8 678 ozmium H 190,20	77 22,5 2446 24,9 4428 **Ir** 27,6 636 irídium LK 192,20														
– **Sg** gium 12)	107 – – **Bh** – bohrium ?? (262,12)	108 – – **Hs** – hassium ?? (265,10)	109 – – **Mt** – meitnerium ?? (266,10)														

7,00 27,4 **Nd** ium 24	61 7,23 1042 – 3000 **Pm** – prométium H (147)	62 7,54 1072 27,0 1790 **Sm** 8,8 192 szamárium RÉ 150,36	63 5,26 822 24,3 1596 **Eu** 9,2 176 európium TK 151,96														
9,07 26,2 **U** 03	93 19,5 644 – 3902 **Np** – 395 neptúnium R (237,05)	94 19,82 640 – 3228 **Pu** – 365 plutónium M (239,05)	95 13,67 1176 34,0 2607 **Am** – 60 amerícium H (241,06)														

						64 7,89 1314 47,1 3264 **Gd** 15,5 301 gadolínium H 157,25	65 8,27 1359 28,5 3221 **Tb** 16 293 terbium H 158,92	66 8,54 1411 27,6 2561 **Dy** 17 280,5 diszprózium H 162,50	67 8,8 1472 26,4 2694 **Ho** 17 280,5 holmium H 164,93	68 9,05 1529 28,4 2862 **Er** 17 280,5 erbium H 167,26	69 9,33 15,45 27,0 1946 **Tm** 4,3 162 túlium H 168,94	70 6,98 824 25,9 1194 **Yb** 7,5 159 itterbium LK 173,04	71 9,84 1663 26,2 3393 **Lu** 19,3 377 lutécium H 174,97				
						96 13,55 1345 – – **Cm** – kűrium H (244,06)	97 13,25 1050 – – **Bk** – berkélium ?? (249,07)	98 15,1 (900) – – **Cf** – kalifornium ?? (252,08)	99 – (860) – – **Es** – einsteinium ?? (252,08)	100 – 1527 – – **Fm** – fermium ?? (257,09)	101 – 827 – – **Md** – mendelévium ?? (256,09)	102 – 827 – – **No** – nobélium ?? (259,10)	103 – 1627 – – **Lr** – laurencium ?? (262,11)				

Rendszám: az atommagban található protonok száma.

Moláris tömeg: az anyag tömegének és anyagmennyiségének hányadosa. Jele: M, szokásos mértékegysége g/mol. Számértékben megegyezik 1 mol anyag g-ban kifejezett tömegével.

Olvadáspont: az a hőmérséklet, amelyen az illető anyag szilárd és folyékony fázisa egymással egyensúlyban van. Értéke függ a nyomástól!

Forráspont: az a hőmérséklet, amelyen a folyadék telített gőzének nyomása eléri a külső nyomást. Értéke függ a nyomástól!

Olvadáshő: a moláris olvadáshő az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az olvadáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag olvadáspontján való megolvasztásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

Forráshő: a moláris forráshő az anyag forráspontján való elpárologtatásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. A forráshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az anyag forráspontján való elforralásához szükséges energia és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű (1 mol vagy 1 kg) anyag forráspontján való elforralásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

Moláris hőkapacitás: az anyaggal közölt hő, valamint az anyagmennyiség és a hőmérsékletváltozás szorzatának hányadosa. Mértékegysége J/(mol · K). Számértéke megegyezik az 1 mol anyag 1 °C-kal való felmelegítéséhez szükséges, J-ban kifejezett hővel.

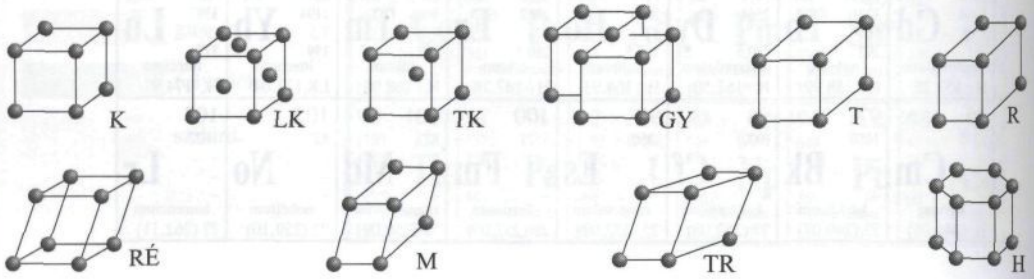
Sűrűség: a tömeg és a térfogat hányadosa. Lásd a 195. oldalon is!

Rácstípus: K = kockarács, LK = lapcentrált köbös, TK = tércentrált köbös, Gy = gyémántrács, T = négyzetes (tetragonális), R = rombos, RÉ = romboéderes, M = monoklin, TR = triklin, H = hexagonális, ?? = ismeretlen. Lásd a 243. és a 285. oldalon is!

Több allotróp módosulat esetén a 25 °C hőmérsékleten és 10^5 Pa nyomáson stabil módosulatra vonatkozik.

Elemi cella: egy kristályos anyag rácsának az a legkisebb egysége, amely a tér három irányába önmagával párhuzamosan eltolva a teljes rácsot felépíti.

Rácsállandók: az elemi cella éleinek hossza.



Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg
1	H	hidrogén	1,(
2	He	hélium	4,(
3	Li	lítium	6,(
4	Be	berillium	9,(
5	B	bór	10,(
6	C	szén	12,(
7	N	nitrogén	14,(
8	O	oxigén	16,(
9	F	fluor	18,(
10	Ne	neon	20,(
11	Na	nátrium	22,(
12	Mg	magnézium	24,(
13	Al	alumínium	26,(
14	Si	szilícium	28,(
15	P	foszfor	30,(
16	S	kén	32,(
17	Cl	klór	35,(
18	Ar	argon	39,(
19	K	kálium	39,(
20	Ca	kalcium	40,(
21	Sc	szkandium	44,(
22	Ti	titán	47,(
23	V	vanádium	50,(
24	Cr	króm	52,(
25	Mn	mangán	54,(
26	Fe	vas	55,(
27	Co	kobalt	58,(
28	Ni	nikkel	58,(
29	Cu	réz	63,(
30	Zn	cink	65,(
31	Ga	gallium	69,(
32	Ge	germánium	72,(
33	As	arzén	74,(
34	Se	szelén	78,(
35	Br	bróm	79,(
36	Kr	kripton	83,(
37	Rb	rubídium	85,(
38	Sr	stroncium	87,(
39	Y	ittrium	88,(
40	Zr	cirkónium	91,(
41	Nb	nióbium	92,(

h: hármasponton mérve, s: szu

ének hányadosa. Jele: M, szokásos
nyag g-ban kifejezett tömegével.

zilárd és folyékony fázisa egymással

tett gőzének nyomása eléri a külső

án való megolvasztásához szükséges
kJ/mol. Az olvadáshőt megadott tö-
án való megolvasztásához szükséges
számértéke megegyezik az egységnyi
megolvasztásához szükséges, kJ-ban

ló elpárologtatásához szükséges ener-
J/mol. A forráshőt megadott tömegre
ó elforralásához szükséges energia és
negegyezik az egységnyi mennyiségű
oz szükséges, kJ-ban kifejezett ener-

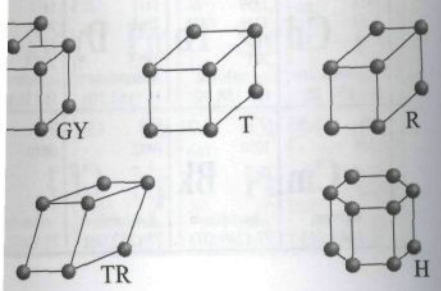
az anyagmennyiség és a hőmérséklet-
K). Számértéke megegyezik az 1 mol
kifejezett hővel.

oldalon is!

= tércentrált köbös, Gy = gyémántrács,
oéderes, M = monoklin, TR = triklin,
. oldalon is!

és 10^5 Pa nyomáson stabil módosulatra

bb egysége, amely a tér három irányába
i.



Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm^3)	Rácstípus
1	H	hidrogén	1,00	−259,34	−252,87	0,06	0,45	28,8	*0,082	H
2	He	hélium	4,00	–	−268,93	0,02	0,08	20,9	*0,164	H
3	Li	lítium	6,94	180,5	1342	3,0	157	23,1	0,53	TK
4	Be	berillium	9,01	1287	2760	11,7	309,4	16,9	1,85	H
5	B	bór	10,81	2075	4000	–	536	13,9	2,34	RÉ
6	C	szén	12,01	4492h	3825s	–	719	8,3	2,26	H
7	N	nitrogén	14,01	−210	−195,79	0,36	2,8	28,8	*1,145	H
8	O	oxigén	16,00	−218,79	−182,95	0,22	3,4	29,1	*1,308	K
9	F	fluor	18,99	−219,62	−188,12	0,2	3,1	28,5	*1,553	K
10	Ne	neon	20,18	−248,59	−246,08	0,3	1,8	–	*0,825	LK
11	Na	nátrium	22,99	97,72	883	2,6	101	28,5	0,97	TK
12	Mg	magnézium	24,30	650	1090	8,9	136,1	25,5	1,74	H
13	Al	alumínium	26,98	660,32	2519	10,87	284	24,3	2,7	LK
14	Si	szilícium	28,09	1414	2635	46	170	19,0	2,33	GY
15	P	foszfor	30,97	44,15	277	0,6	12,4	22,9	1,82	TK
16	S	kén	32,06	115,21	444,60	1,4	12,6	23,4	2,07	R
17	Cl	klór	35,45	−101,5	−34,04	3,2	10,2	34,7	*2,898	R
18	Ar	argon	39,95	−189,35	−185,85	1,6	6,5	43,5	*1,633	LK
19	K	kálium	39,10	63,38	759	2,3	79	28,9	0,86	TK
20	Ca	kalcium	40,08	842	1484	8,8	153,8	24,8	1,55	LK
21	Sc	szkandium	44,96	1541	2830	16	339	24,3	3,0	H
22	Ti	titán	47,90	1668	3287	15,5	446	25,4	4,51	H
23	V	vanádium	50,94	1910	3407	17,6	444	25,5	6,1	TK
24	Cr	króm	52,00	1907	2671	13,8	305,5	23,9	7,19	TK
25	Mn	mangán	54,94	1246	2061	14,6	225	26,4	7,43	TK
26	Fe	vas	55,85	1538	2861	15,4	354	25,7	7,86	TK
27	Co	kobalt	58,93	1495	2927	15,2	389	24,1	8,9	H
28	Ni	nikkel	58,71	1455	2913	17,6	381	25,8	8,9	LK
29	Cu	réz	63,46	1084,62	2562	13	304,8	24,8	8,96	LK
30	Zn	cink	65,37	419,53	907	7,4	114,7	24,8	7,14	H
31	Ga	gallium	69,72	29,76	2204	5,6	–	23,0	5,93	R
32	Ge	germánium	72,59	938,25	2833	32	285	22,5	5,32	GY
33	As	arzén	74,92	817h	614s	–	32,4	25,4	5,72	RÉ
34	Se	szelén	78,96	221	685	5,2	14	27,6	4,79	H
35	Br	bróm	79,90	−7,2	58,8	5,3	15	46,3	3,12	R
36	Kr	kripton	83,80	−157,36	−153,22	1,6	9,0	–	*3,425	LK
37	Rb	rubídium	85,47	39,31	688	2,3	75,8	28,2	1,53	TK
38	Sr	stroncium	87,62	777	1382	8,8	141,5	25,4	2,6	LK
39	Y	ittrium	88,90	1526	3336	11,3	389	26,7	4,47	H
40	Zr	cirkónium	91,22	1855	4409	16,7	502	25,5	6,49	H
41	Nb	nióbium	92,91	2477	4744	26,8	–	24,9	8,4	TK

h: hármasponton mérve, s: szublimál *g/dm^3-ben mérve

1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai (folytatás)

Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm^3)	Rácstípus
42	Mo	molibdén	95,94	2623	4639	27,6	536	24,9	10,2	TK
43	Tc	technécium	(99)	2157	4265	23	502	–	11,5	H
44	Ru	ruténium	101,07	2334	4150	25,5	620	24,2	12,2	H
45	Rh	ródium	102,90	1964	3695	22	532	25,7	12,4	LK
46	Pd	palládium	106,4	1554,9	2963	16,7	377	25,5	12,0	LK
47	Ag	ezüst	107,88	961,78	2162	11,3	254	24,8	10,5	LK
48	Cd	kadmium	112,40	321,07	767	6,1	100	25,8	8,65	H
49	In	indium	114,82	156,60	2072	3,3	225	27,5	7,31	T
50	Sn	ón	118,69	231,93	2602	7,2	293	27,3	7,3	T
51	Sb	antimon	121,75	630,63	1587	19,8	195	25,6	6,62	RÉ
52	Te	tellúr	127,60	449,51	988	18	50	25,5	6,24	H
53	I	jód	126,90	113,7	184,4	7,8	22	27,9	4,94	R
54	Xe	xenon	131,30	−111,75	−108,04	2,3	12,6	–	*5,366	LK
55	Cs	cézium	132,90	28,44	671	2,1	68,2	29,2	1,90	TK
56	Ba	bárium	137,34	727	1897	7,6	150	38,4	3,5	TK
57	La	lantán	138,91	920	3455	6,3	402	26,4	6,17	H
58	Ce	cérium	140,12	799	3424	5,0	398	25,2	6,67	LK
59	Pr	prazeodímium	140,91	931	3510	6,7	331	28,2	6,77	H
60	Nd	neodímium	144,24	1016	3066	7,1	289	27,4	7,00	H
61	Pm	prométium	(147)	1042	3000	–	–	–	7,23	H
62	Sm	szamárium	150,36	1072	1790	8,8	192	27,0	7,54	RÉ
63	Eu	európium	151,96	822	1596	9,2	176	24,3	5,26	TK
64	Gd	gadolínium	157,25	1314	3264	15,5	301	47,1	7,89	H
65	Tb	terbium	158,92	1359	3221	16	293	28,5	8,27	H
66	Dy	diszprózium	162,50	1411	2561	17	280,5	27,6	8,54	H
67	Ho	holmium	164,93	1472	2694	17	280,5	26,4	8,8	H
68	Er	erbium	167,26	1529	2862	17	280,5	28,4	9,05	H
69	Tm	túlium	168,94	1545	1946	4,3	162	27,0	9,33	H
70	Yb	itterbium	173,04	824	1194	7,5	159	25,9	6,98	LK
71	Lu	lutécium	174,97	1663	3393	19,3	377	26,2	9,84	H
72	Hf	hafnium	178,49	2233	4603	22	649	26,7	13,1	H
73	Ta	tantál	180,95	3017	5458	28,4	754	27,1	16,6	TK
74	W	volfrám	183,85	3422	5555	33,7	774	23,9	19,3	TK
75	Re	rénium	186,2	3186	5596	33	636	26,1	21,0	H
76	Os	ozmium	190,20	3033	5012	26,8	678	24,7	22,6	H
77	Ir	irídium	192,20	2446	4428	27,6	636	24,9	22,5	LK
78	Pt	platina	195,09	1768,4	3825	19,7	511	25,4	21,4	LK
79	Au	arany	198,99	1064,18	2856	12,7	342,5	25,6	19,3	LK
80	Hg	higany	200,59	−38,83	356,73	2,3	58,2	28,0	13,6	RÉ
81	Tl	tallium	204,37	304	1473	4,2	162	26,6	11,85	H
82	Pb	ólom	207,19	327,46	1749	5,1	177	27,0	11,4	LK

*g/dm^3-ben mérve

Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg
83	Bi	bizmut	208,9
84	Po	polónium	(210)
85	At	asztácium	(209,9
86	Rn	radon	(222)
87	Fr	francium	(223)
88	Ra	rádium	(226)
89	Ac	aktínium	(227,(
90	Th	tórium	232,(
91	Pa	protaktínium	(231,(
92	U	urán	238,(
93	Np	neptúnium	(237,(
94	Pu	plutónium	(239,(
95	Am	amerícium	(241,(
96	Cm	kűrium	(244,(
97	Bk	berkélium	(249,(
98	Cf	kalifornium	(252,(
99	Es	einsteinium	(252,(
100	Fm	fermium	(257,(
101	Md	mendelévium	(256,
102	No	nobélium	(259,
103	Lr	laurencium	(262,
104	Rf	rutherfordium	(261,
105	Db	dubnium	(262,
106	Sg	seaborgium	(263,
107	Bh	bohrium	(262,
108	Hs	hassium	(265,
109	Mt	meitnerium	(266,

1.5. Fémkristályok rácsállan

Jelölések: lásd a 282. oldalon

Vegyjel	Rácstípus	Rácsállandó (pm)	
Ag	LK	409	
Al	LK	405	
Au	LK	408	
Ba	TK	502	
Be	H	228	358
Ca	LK	559	
Cd	H	298	562
Co	H	251	407

Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm^3)	Rácstípus
27,6	536	24,9	10,2	TK
23	502	–	11,5	H
25,5	620	24,2	12,2	H
22	532	25,7	12,4	LK
16,7	377	25,5	12,0	LK
11,3	254	24,8	10,5	LK
6,1	100	25,8	8,65	H
3,3	225	27,5	7,31	T
7,2	293	27,3	7,3	T
19,8	195	25,6	6,62	RÉ
18	50	25,5	6,24	H
7,8	22	27,9	4,94	R
2,3	12,6	–	*5,366	LK
2,1	68,2	29,2	1,90	TK
7,6	150	38,4	3,5	TK
6,3	402	26,4	6,17	H
5,0	398	25,2	6,67	LK
6,7	331	28,2	6,77	H
7,1	289	27,4	7,00	H
–	–	–	7,23	H
8,8	192	27,0	7,54	RÉ
9,2	176	24,3	5,26	TK
5,5	301	47,1	7,89	H
6	293	28,5	8,27	H
7	280,5	27,6	8,54	H
7	280,5	26,4	8,8	H
7	280,5	28,4	9,05	H
4,3	162	27,0	9,33	H
7,5	159	25,9	6,98	LK
9,3	377	26,2	9,84	H
2	649	26,7	13,1	H
8,4	754	27,1	16,6	TK
3,7	774	23,9	19,3	TK
3	636	26,1	21,0	H
6,8	678	24,7	22,6	H
7,6	636	24,9	22,5	LK
9,7	511	25,4	21,4	LK
2,7	342,5	25,6	19,3	LK
2,3	58,2	28,0	13,6	RÉ
4,2	162	26,6	11,85	H
5,1	177	27,0	11,4	LK

Rendszám	Vegyjel	Név	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Olvadáshő (kJ/mol)	Forráshő (kJ/mol)	Moláris hőkapacitás J/(mol · K)	Sűrűség (g/cm^3)	Rácstípus
83	Bi	bizmut	208,98	271,40	1564	10,9	178,8	27,2	9,8	RÉ
84	Po	polónium	(210)	254	–	–	121	–	9,2	K
85	At	asztácium	(209,99)	302	337	33,5	–	–	–	??
86	Rn	radon	(222)	–71	–61,7	2,9	16,4	–	*9,074	LK
87	Fr	francium	(223)	27	677	–	–	–	–	TK
88	Ra	rádium	(226)	700	–	10	115	–	5,0	??
89	Ac	aktínium	(227,03)	1051	3198	–	–	–	10,07	K
90	Th	tórium	232,04	1750	4788	19,2	–	32,4	11,7	LK
91	Pa	protaktínium	(231,04)	1572	3300	–	544	–	15,4	T
92	U	urán	238,03	1135	4131	11,3	460	26,2	19,07	R
93	Np	neptúnium	(237,05)	644	3902	–	395	–	19,5	R
94	Pu	plutónium	(239,05)	640	3228	–	365	–	19,82	M
95	Am	amerícium	(241,06)	1176	2607	–	60	34,0	13,67	H
96	Cm	kűrium	(244,06)	1345	–	–	–	–	13,55	H
97	Bk	berkélium	(249,07)	1050	–	–	–	–	13,25	??
98	Cf	kalifornium	(252,08)	(900)	–	–	–	–	15,1	??
99	Es	einsteinium	(252,08)	(860)	–	–	–	–	–	??
100	Fm	fermium	(257,09)	1527	–	–	–	–	–	??
101	Md	mendelévium	(256,09)	827	–	–	–	–	–	??
102	No	nobélium	(259,10)	827	–	–	–	–	–	??
103	Lr	laurencium	(262,11)	1627	–	–	–	–	–	??
104	Rf	rutherfordium	(261,11)	–	–	–	–	–	–	??
105	Db	dubnium	(262,11)	–	–	–	–	–	–	??
106	Sg	seaborgium	(263,12)	–	–	–	–	–	–	??
107	Bh	bohrium	(262,12)	–	–	–	–	–	–	??
108	Hs	hassium	(265,10)	–	–	–	–	–	–	??
109	Mt	meitnerium	(266,10)	–	–	–	–	–	–	??

1.5. Fémkristályok rácsállandói

Jelölések: lásd a 282. oldalon.

Vegyjel	Rácstípus	Rácsállandó (pm)	
Ag	LK	409	
Al	LK	405	
Au	LK	408	
Ba	TK	502	
Be	H	228	358
Ca	LK	559	
Cd	H	298	562
Co	H	251	407

Vegyjel	Rácstípus	Rácsállandó (pm)	
Cr	TK	388	
Cs	TK	614	
Cu	LK	361	
Fe	TK	287	
K	TK	532	
Li	TK	351	
Mg	H	321	521
Mo	TK	315	

Vegyjel	Rácstípus	Rácsállandó (pm)	
Na	TK	429	
Ni	LK	352	
Pb	LK	495	
Pt	LK	392	
Rb	TK	571	
Sr	LK	608	
Ti	H	295	468
Zn	H	267	495

2. ATOMOK

2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege

Nuklid: adott rendszámú és tömegszámú atom vagy atomok halmaza.

Izotópok: olyan atomok vagy atomok halmaza, amelyeknek azonos a rendszáma, de eltérő a tömegszáma. (Atommagjukban azonos a protonok, de eltérő a neutronok száma.)

Relatív atomtömeg: viszonyszám, amely megmutatja, hogy az adott atom tömege hányszor nagyobb, mint a ^{12}C atomtömegének az 1/12 része.

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
1	^{1}H	99,985	1,007 825
	^{2}H	0,015	2,0140
2	^{3}He	0,000 13	3,016 03
	^{4}He	100	4,002 60
3	^{6}Li	7,42	6,015 12
	^{7}Li	92,58	7,016 00
4	^{9}Be	100	9,012 18
5	^{10}B	19,78	10,0129
	^{11}B	80,22	11,009 31
6	^{12}C	98,89	12,000 00
	^{13}C	1,11	13,003 35
7	^{14}N	99,63	14,003 07
	^{15}N	0,37	15,000 11
8	^{16}O	99,759	15,994 91
	^{17}O	0,037	17,004 50
	^{18}O	0,204	18,0049
9	^{19}F	100	18,998 40
10	^{20}Ne	90,92	19,992 44
	^{21}Ne	0,257	20,993 95
	^{22}Ne	8,82	21,991 38
11	^{23}Na	100	22,9898
12	^{24}Mg	78,70	23,985 04
	^{25}Mg	10,13	24,985 84
	^{26}Mg	11,17	25,982 59
13	^{27}Al	100	26,981 53
14	^{28}Si	92,21	27,976 93
	^{29}Si	4,70	28,976 49
	^{30}Si	3,09	29,973 76
15	^{31}P	100	30,993 76
16	^{32}S	95,0	31,972 07
	^{33}S	0,76	32,971 46
	^{34}S	4,22	33,967 86
	^{36}S	0,014	35,967 09
17	^{35}Cl	75,53	34,968 85
	^{37}Cl	24,47	36,977 50
18	^{36}Ar	0,337	35,967 55
	^{38}Ar	0,063	37,962 72
	^{40}Ar	99,60	39,9756
19	^{39}K	93,11	38,963 71
	^{41}K	6,88	40,9747
20	^{40}Ca	96,97	39,962 59
	^{42}Ca	0,64	41,958 63
	^{43}Ca	0,145	42,968 78
	^{44}Ca	2,06	43,955 49
	^{46}Ca	0,0033	45,9537
	^{48}Ca	0,18	47,9624
21	^{45}Sc	100	44,955 92
22	^{46}Ti	7,93	45,952 63
	^{47}Ti	7,28	46,9518
	^{48}Ti	73,94	47,9631
	^{49}Ti	5,51	48,947 87
	^{50}Ti	5,34	49,9448
23	^{51}V	99,76	50,944 0
24	^{50}Cr	4,31	49,9461
	^{52}Cr	83,76	51,9405
	^{53}Cr	9,55	52,9407
	^{54}Cr	2,38	53,9389
25	^{55}Mn	100	54,9381
26	^{54}Fe	5,82	53,9396
	^{56}Fe	91,66	55,9349
	^{57}Fe	2,19	56,9354
	^{58}Fe	0,33	57,9333
27	^{59}Co	100	58,9332
28	^{58}Ni	67,88	57,9335
	^{60}Ni	26,23	59,9332
	^{61}Ni	1,15	60,9310
	^{62}Ni	3,66	61,9283
	^{64}Ni	1,08	63,9280
29	^{63}Cu	69,09	
	^{65}Cu	30,91	
30	^{64}Zn	48,89	
	^{66}Zn	27,81	
	^{67}Zn	4,11	
	^{68}Zn	18,57	
	^{70}Zn	0,62	
31	^{69}Ga	60,4	
	^{71}Ga	39,6	
32	^{70}Ge	20,53	
	^{72}Ge	27,43	
	^{73}Ge	7,76	
	^{74}Ge	36,54	
	^{76}Ge	7,76	
33	^{75}As	100	
34	^{74}Se	0,87	
	^{76}Se	8,91	
	^{77}Se	7,68	
	^{78}Se	23,52	
	^{80}Se	49,83	
	^{82}Se	9,19	
35	^{79}Br	50,54	
	^{81}Br	49,46	
36	^{78}Kr	0,35	
	^{80}Kr	2,27	
	^{82}Kr	11,66	
	^{83}Kr	11,55	
	^{84}Kr	56,80	
	^{86}Kr	17,37	
37	^{85}Rb	72,15	
38	^{84}Sr	0,56	
	^{86}Sr	9,86	
	^{87}Sr	7,02	
	^{88}Sr	82,56	
39	^{89}Y	100	
40	^{90}Zr	51,46	
	^{91}Zr	11,23	
	^{92}Zr	17,11	
	^{94}Zr	17,40	
	^{96}Zr	2,80	
41	^{93}Nb	100	

ordulási aránya

omok halmaza.
eknek azonos a rendszáma, de eltérő a
ltérő a neutronok száma.)
hogy az adott atom tömege hányszor

d-	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
	^{37}Cl	24,47	36,977 50
8	^{36}Ar	0,337	35,967 55
	^{38}Ar	0,063	37,962 72
	^{40}Ar	99,60	39,9756
9	^{39}K	93,11	38,963 71
	^{41}K	6,88	40,9747
0	^{40}Ca	96,97	39,962 59
	^{42}Ca	0,64	41,958 63
	^{43}Ca	0,145	42,968 78
	^{44}Ca	2,06	43,955 49
	^{46}Ca	0,0033	45,9537
	^{48}Ca	0,18	47,9624
	^{45}Sc	100	44,955 92
	^{46}Ti	7,93	45,952 63
	^{47}Ti	7,28	46,9518
	^{48}Ti	73,94	47,9631
	^{49}Ti	5,51	48,947 87
	^{50}Ti	5,34	49,9448
	^{51}V	99,76	50,944 0
	^{50}Cr	4,31	49,9461
	^{52}Cr	83,76	51,9405
	^{53}Cr	9,55	52,9407
	^{54}Cr	2,38	53,9389
	^{55}Mn	100	54,9381
	^{54}Fe	5,82	53,9396
	^{56}Fe	91,66	55,9349
	^{57}Fe	2,19	56,9354
	^{58}Fe	0,33	57,9333
	^{59}Co	100	58,9332
	^{58}Ni	67,88	57,9335
	^{60}Ni	26,23	59,9332
	^{61}Ni	1,15	60,9310
	^{62}Ni	3,66	61,9283
	^{64}Ni	1,08	63,9280

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
29	^{63}Cu	69,09	62,9298
	^{65}Cu	30,91	64,9278
30	^{64}Zn	48,89	63,9295
	^{66}Zn	27,81	65,9260
	^{67}Zn	4,11	66,9271
	^{68}Zn	18,57	67,9249
	^{70}Zn	0,62	69,9253
31	^{69}Ga	60,4	68,9257
	^{71}Ga	39,6	70,9249
32	^{70}Ge	20,53	69,9243
	^{72}Ge	27,43	71,9217
	^{73}Ge	7,76	72,9234
	^{74}Ge	36,54	73,9218
	^{76}Ge	7,76	75,9214
33	^{75}As	100	74,9216
34	^{74}Se	0,87	73,9225
	^{76}Se	8,91	75,9192
	^{77}Se	7,68	76,9199
	^{78}Se	23,52	77,9173
	^{80}Se	49,83	79,9165
	^{82}Se	9,19	81,9167
35	^{79}Br	50,54	78,9183
	^{81}Br	49,46	80,9263
36	^{78}Kr	0,35	77,9204
	^{80}Kr	2,27	79,9164
	^{82}Kr	11,66	81,9135
	^{83}Kr	11,55	82,9141
	^{84}Kr	56,80	83,9115
	^{86}Kr	17,37	85,9106
37	^{85}Rb	72,15	84,9117
38	^{84}Sr	0,56	83,9134
	^{86}Sr	9,86	85,9094
	^{87}Sr	7,02	86,9089
	^{88}Sr	82,56	87,9056
39	^{89}Y	100	89,9054
40	^{90}Zr	51,46	89,9043
	^{91}Zr	11,23	90,9053
	^{92}Zr	17,11	91,9046
	^{94}Zr	17,40	93,9061
	^{96}Zr	2,80	95,9082
41	^{93}Nb	100	92,9060

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
42	^{92}Mo	15,84	91,9063
	^{94}Mo	9,04	93,9047
	^{95}Mo	15,72	94,9046
	^{96}Mo	16,53	95,9046
	^{97}Mo	9,46	96,9058
	^{98}Mo	23,78	97,9055
	^{100}Mo	9,63	99,9076
44	^{96}Ru	6,51	95,9076
	^{98}Ru	1,87	97,9055
	^{99}Ru	12,72	98,9061
	^{100}Ru	12,62	99,9030
	^{101}Ru	16,07	100,9041
	^{102}Ru	31,61	101,9037
	^{104}Ru	18,58	103,9055
45	^{103}Rh	100	102,9048
46	^{102}Pd	0,96	101,9049
	^{104}Pd	10,97	103,9036
	^{105}Pd	22,23	104,9046
	^{106}Pd	27,33	105,9032
	^{108}Pd	26,71	107,9030
	^{110}Pd	11,81	109,9044
47	^{107}Ag	51,82	106,9050
	^{109}Ag	48,18	108,9047
48	^{106}Cd	1,22	105,9057
	^{108}Cd	0,88	107,9040
	^{110}Cd	12,39	109,9030
	^{111}Cd	12,75	110,9042
	^{112}Cd	24,07	111,9028
	^{113}Cd	12,26	112,9046
	^{114}Cd	28,86	113,9036
	^{116}Cd	7,58	115,9050
49	^{113}In	4,23	112,9043
50	^{112}Sn	0,96	111,9040
	^{114}Sn	0,66	113,9030
	^{115}Sn	0,35	114,9035
	^{116}Sn	14,30	115,9021
	^{117}Sn	7,61	116,9031
	^{118}Sn	24,03	117,9018
	^{119}Sn	8,58	118,9034
	^{120}Sn	32,86	119,9021
	^{122}Sn	4,72	121,9034
	^{124}Sn	5,94	123,9062

2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege (folytatás)

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
51	^{121}Sb	57,25	120,9038
52	^{120}Te	0,089	119,9045
	^{122}Te	2,46	121,9030
	^{123}Te	0,87	122,9042
	^{124}Te	4,61	123,9028
	^{125}Te	6,99	124,9044
	^{126}Te	18,71	125,9032
	^{128}Te	31,79	127,9047
	^{130}Te	34,48	129,9067
53	^{127}I	100	126,9004
54	^{124}Xe	0,096	123,9061
	^{126}Xe	0,090	125,9042
	^{128}Xe	1,92	127,9035
	^{129}Xe	26,44	128,9048
	^{130}Xe	4,08	129,9035
	^{131}Xe	21,18	130,9051
	^{132}Xe	26,89	131,9042
	^{134}Xe	10,44	132,9054
	^{136}Xe	8,87	135,9072
55	^{133}Cs	100	132,9051
56	^{130}Ba	0,101	129,9061
	^{132}Ba	0,097	131,9057
	^{134}Ba	2,42	133,9043
	^{135}Ba	6,59	134,9056
	^{136}Ba	7,81	135,9044
	^{137}Ba	11,32	136,9056
	^{138}Ba	71,66	137,9050
57	^{139}La	99,911	138,9061
58	^{136}Ce	0,193	–
	^{138}Ce	0,250	137,9057
	^{140}Ce	88,487	139,9053
59	^{141}Pr	100	140,9071
60	^{142}Nd	27,11	141,9076
	^{143}Nd	12,17	142,9096
	^{145}Nd	8,30	144,9122
	^{146}Nd	17,62	145,9127
	^{148}Nd	5,51	147,9166
	^{150}Nd	5,42	149,9207
62	^{144}Sm	3,09	143,9117
	^{148}Sm	11,3	147,9146
		13,8	148,9169
	^{150}Sm	7,44	149,9170
	^{152}Sm	26,72	151,9195
	^{154}Sm	22,71	153,9220
63	^{151}Eu	47,82	150,9196
	^{153}Eu	52,18	152,9209
64	^{154}Gd	2,15	153,9207
	^{155}Gd	14,73	154,9226
	^{156}Gd	20,47	155,9221
	^{157}Gd	15,68	156,9339
	^{158}Gd	24,87	157,9241
	^{160}Gd	21,90	159,9071
65	^{159}Tb	100	158,9250
66	^{156}Dy	0,052	155,9238
	^{158}Dy	0,090	157,9240
	^{160}Dy	2,29	159,9248
	^{161}Dy	18,88	160,9266
	^{162}Dy	25,53	161,9265
	^{163}Dy	24,97	162,9284
	^{164}Dy	28,18	163,9288
67	^{165}Ho	100	164,9303
68	^{162}Er	0,136	161,9288
	^{164}Er	1,56	163,9293
	^{166}Er	33,41	165,9304
	^{167}Er	22,94	166,9320
	^{168}Er	27,07	167,9324
	^{170}Er	14,88	169,9355
69	^{169}Tm	100	168,9344
70	^{168}Yb	0,135	167,9339
	^{170}Yb	3,03	169,9349
	^{171}Yb	14,31	170,9366
	^{172}Yb	21,82	171,9368
	^{173}Yb	16,13	172,9383
	^{174}Yb	31,84	173,9390
	^{176}Yb	12,73	175,9427
71	^{175}Lu	97,41	174,9409

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	a
72	^{174}Hf	0,19	1
	^{176}Hf	5,20	1
	^{177}Hf	18,50	1
	^{178}Hf	27,14	1
	^{179}Hf	13,76	1
	^{180}Hf	35,21	1
73	^{180}Ta	0,012	1
	^{181}Ta	99,988	1
74	^{180}W	0,14	1
	^{182}W	26,41	1
	^{183}W	14,40	1
	^{184}W	30,64	1
	^{186}W	28,41	1
75	^{185}Re	37,07	1
76	^{184}Os	0,018	1
	^{186}Os	1,59	1
	^{187}Os	1,64	1
	^{188}Os	13,3	1
	^{189}Os	16,1	1
	^{190}Os	26,4	1
	^{192}Os	41,0	1

2.2. Néhány, a természetben nuklid (izotóp) mért vagy bec

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)
19	^{38}K	10^{-8}
6	^{14}C	$1{,}4 \cdot 10^{-10}$
19	^{40}K	0,0119
23	^{50}V	0,24
37	^{87}Rb	27,85
49	^{115}In	95,77
51	^{123}Sb	42,75
57	^{138}La	0,089
58	^{142}Ce	11,07
60	^{144}Nd	23,87

* Lásd még a 242. oldalon!

rdulási aránya

Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
^{144}Sm	3,09	143,9117
^{148}Sm	11,3	147,9146
	13,8	148,9169
^{150}Sm	7,44	149,9170
^{152}Sm	26,72	151,9195
^{154}Sm	22,71	153,9220
^{151}Eu	47,82	150,9196
^{153}Eu	52,18	152,9209
^{154}Gd	2,15	153,9207
^{155}Gd	14,73	154,9226
^{156}Gd	20,47	155,9221
^{157}Gd	15,68	156,9339
^{158}Gd	24,87	157,9241
^{160}Gd	21,90	159,9071
^{159}Tb	100	158,9250
^{156}Dy	0,052	155,9238
^{158}Dy	0,090	157,9240
^{160}Dy	2,29	159,9248
^{161}Dy	18,88	160,9266
^{162}Dy	25,53	161,9265
^{163}Dy	24,97	162,9284
^{164}Dy	28,18	163,9288
^{165}Ho	100	164,9303
^{162}Er	0,136	161,9288
^{164}Er	1,56	163,9293
^{166}Er	33,41	165,9304
^{167}Er	22,94	166,9320
^{168}Er	27,07	167,9324
^{170}Er	14,88	169,9355
^{169}Tm	100	168,9344
^{168}Yb	0,135	167,9339
^{170}Yb	3,03	169,9349
^{171}Yb	14,31	170,9366
^{172}Yb	21,82	171,9368
^{173}Yb	16,13	172,9383
^{174}Yb	31,84	173,9390
^{176}Yb	12,73	175,9427
^{175}Lu	97,41	174,9409

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
72	^{174}Hf	0,19	173,9403
	^{176}Hf	5,20	175,9435
	^{177}Hf	18,50	176,943b
	^{178}Hf	27,14	177,9439
	^{179}Hf	13,76	178,9460
	^{180}Hf	35,21	179,9468
73	^{180}Ta	0,012	179,9475
	^{181}Ta	99,988	180,9480
74	^{180}W	0,14	179,9470
	^{182}W	26,41	181,9483
	^{183}W	14,40	182,9503
	^{184}W	30,64	183,9510
	^{186}W	28,41	185,9543
75	^{185}Re	37,07	184,9530
76	^{184}Os	0,018	183,9526
	^{186}Os	1,59	185,9539
	^{187}Os	1,64	186,9560
	^{188}Os	13,3	187,9560
	^{189}Os	16,1	188,9582
	^{190}Os	26,4	189,9586
	^{192}Os	41,0	191,9614

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Relatív atomtömeg
77	^{191}Ir	37,3	190,9609
	^{193}Ir	62,7	192,9633
78	^{192}Pt	0,8	191,9614
	^{194}Pt	32,9	193,9628
	^{195}Pt	33,8	194,9648
	^{196}Pt	25,3	195,9650
	^{198}Pt	7,2	197,9676
79	^{197}Au	100	196,9666
80	^{196}Hg	0,146	195,9658
	^{198}Hg	10,02	197,9668
	^{199}Hg	16,84	198,9683
	^{200}Hg	23,13	199,9683
	^{201}Hg	13,22	200,9703
	^{202}Hg	29,80	201,9706
	^{204}Hg	6,85	203,9735
81	^{203}Tl	29,60	202,9723
	^{205}Tl	70,40	204,9745
82	^{206}Pb	23,6	205,9745
	^{207}Pb	22,6	206,9759
	^{208}Pb	52,3	207,9766

*2.2. Néhány, a természetben előforduló nagyon hosszú felezési idejű radioaktív nuklid (izotóp) mért vagy becsült adatai**

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Felezési idő (év)
19	^{38}K	10^{-8}	$1{,}1 \cdot 10^{9}$
6	^{14}C	$1{,}4 \cdot 10^{-10}$	$5{,}57 \cdot 10^{3}$
19	^{40}K	0,0119	$1{,}3 \cdot 10^{9}$
23	^{50}V	0,24	$4 \cdot 10^{14}$
37	^{87}Rb	27,85	$6{,}15 \cdot 10^{10}$
49	^{115}In	95,77	$6 \cdot 10^{14}$
51	^{123}Sb	42,75	10^{14}
57	^{138}La	0,089	$2 \cdot 10^{11}$
58	^{142}Ce	11,07	$5 \cdot 10^{15}$
60	^{144}Nd	23,87	$1{,}5 \cdot 10^{15}$

Rend-szám	Nuklid (Izotóp)	Előfordulási arány ($n/n\%$)	Felezési idő (év)
62	^{147}Sm	15,07	$1{,}25 \cdot 10^{11}$
64	^{152}Gd	0,2	$1{,}08 \cdot 10^{14}$
74	^{178}W	10^{-7}	$6 \cdot 10^{8}$
78	^{190}Pt	0,012	10^{12}
82	^{204}Pb	1,48	$3 \cdot 10^{16}$
83	^{209}Bi	100	$2 \cdot 10^{17}$
90	^{232}Th	100	$1{,}39 \cdot 10^{10}$
92	^{235}U	0,72	$7{,}13 \cdot 10^{8}$
92	^{238}U	99,28	$4{,}5 \cdot 10^{9}$

* Lásd még a 242. oldalon!

2.3. Az atomok százalékos előfordulása a földkéregben

Atom	Tömeg%	Atom%
H	0,15	3,0
He	$4{,}6 \cdot 10^{-4}$	–
Li	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$
Be	$6{,}0 \cdot 10^{-4}$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$
B	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	$6{,}0 \cdot 10^{-4}$
C	0,1	0,15
N	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	$2{,}5 \cdot 10^{-2}$
O	47,2	58,0
F	$2{,}7 \cdot 10^{-2}$	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$
Ne	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	–
Na	2,64	2,4
Mg	2,1	2,0
Al	8,80	6,6
Si	27,6	20,0
P	$8{,}0 \cdot 10^{-2}$	$5{,}0 \cdot 10^{-2}$
S	$5{,}0 \cdot 10^{-2}$	$3{,}0 \cdot 10^{-2}$
Cl	$4{,}5 \cdot 10^{-2}$	$2{,}6 \cdot 10^{-2}$
Ar	$7{,}18 \cdot 10^{-6}$	$4{,}0 \cdot 10^{-6}$
K	2,6	1,4
Ca	3,6	2,0
Sc	$6{,}0 \cdot 10^{-4}$	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$
Ti	0,65	0,25
V	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$
Cr	$2{,}0 \cdot 10^{-2}$	$8{,}0 \cdot 10^{-3}$
Mn	$9{,}0 \cdot 10^{-2}$	$3{,}2 \cdot 10^{-2}$
Fe	5,1	2,0
Co	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$
Ni	$8{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}2 \cdot 10^{-3}$
Cu	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$
Zn	$5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$
Ga	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$
Ge	$7 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$

Elem	Tömeg%	Atom%
As	$5 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$
Se	$6 \cdot 10^{-5}$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$
Br	$1{,}6 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$
Kr	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-5}$
Rb	$3{,}1 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
Sr	$4 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$
Y	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	$2{,}6 \cdot 10^{-4}$
Zr	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
Nb	$1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
Mo	$3 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-5}$
Tc	0,0	0,0
Ru	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$
Rh	$1 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Pd	$1 \cdot 10^{-6}$	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$
Ag	$1 \cdot 10^{-5}$	$1{,}6 \cdot 10^{-6}$
Cd	$5 \cdot 10^{-6}$	$7{,}6 \cdot 10^{-6}$
In	$1 \cdot 10^{-5}$	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$
Sn	$4 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-4}$
Sb	$4 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Te	$1 \cdot 10^{-6}$	$1{,}3 \cdot 10^{-7}$
I	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-6}$
Xe	$8 \cdot 10^{-6}$	–
Cs	$7 \cdot 10^{-4}$	$9{,}5 \cdot 10^{-9}$
Ba	$5 \cdot 10^{-2}$	$5{,}7 \cdot 10^{-3}$
La	$1{,}8 \cdot 10^{-3}$	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$
Ce	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$
Pr	$7{,}4 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-5}$
Nd	$2{,}5 \cdot 10^{-3}$	$3{,}5 \cdot 10^{-4}$
Pm	0,0	0,0
Sm	$7 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-5}$
Eu	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
Gd	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$

Elem	Tömeg%	Atom%
Tb	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Dy	$4{,}5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ho	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Er	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Tm	$8 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$
Yb	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Lu	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Hf	$3{,}2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ta	$2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
W	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Re	$1 \cdot 10^{-7}$	$8{,}5 \cdot 10^{-9}$
Os	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-7}$
Ir	$1 \cdot 10^{-7}$	$8{,}5 \cdot 10^{-9}$
Pt	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Au	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Hg	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-7}$
Tl	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Pb	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	$1{,}6 \cdot 10^{-4}$
Bi	$2 \cdot 10^{-5}$	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$
Po	$2 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-15}$
At	0,0	0,0
Rn	$7 \cdot 10^{-16}$	–
Fr	0,0	0,0
Ra	$1 \cdot 10^{-10}$	–
Ac	$6 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-15}$
Th	$8 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-5}$
Pa	$1 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-12}$
U	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Np	0,0	0,0
Pu	$1 \cdot 10^{-15}$	$7 \cdot 10^{-17}$
Am	0,0	0,0
innentől kezdve végig 0		

A tömegszázalék és az atomszázalék adatait különböző módszerrel határozták meg; innen erednek a kis gyakoriságú elemeknél tapasztalható eltérések.

2.4. Az atomok relatív gyakor

Atom	Atom%
H	90,78
He	9,08
Li	$2{,}6 \cdot 10^{-7}$
Be	$4{,}2 \cdot 10^{-8}$
B	$5{,}2 \cdot 10^{-8}$
C	$2{,}1 \cdot 10^{-2}$
N	$4{,}2 \cdot 10^{-2}$
O	$5{,}7 \cdot 10^{-2}$
F	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$
Ne	$6{,}2 \cdot 10^{-3}$
Na	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$
Mg	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$
Al	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$
Si	$2{,}6 \cdot 10^{-3}$
P	$3{,}4 \cdot 10^{-5}$
S	$9{,}1 \cdot 10^{-4}$
Cl	$4{,}4 \cdot 10^{-5}$
Ar	$5{,}7 \cdot 10^{-4}$
K	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
Ca	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$
Sc	$4{,}7 \cdot 10^{-8}$
Ti	$6{,}7 \cdot 10^{-6}$
V	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$
Cr	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$
Mn	$2{,}0 \cdot 10^{-5}$
Fe	$4{,}7 \cdot 10^{-3}$

2.5. Az emberi test összetét

Atom	Tömeg%
O	61
C	23
H	10
N	2,6
Ca	1,4
P	1,1
S	0,20
K	0,20

Atom
Na
Cl
Mg
Si
Fe
F
Zn
Rb

%
10^{-4}
10^{-4}
10^{-4}
$^{-5}$
$^{-3}$
$^{-2}$
10^{-4}
$^{-3}$
$^{-4}$
$^{-5}$
$^{-7}$
10^{-8}
10^{-7}
10^{-6}
10^{-6}
10^{-6}
$^{-4}$
$^{-6}$
10^{-7}
$^{-6}$
10^{-9}
10^{-3}
10^{-4}
$^{-4}$
$^{-5}$
10^{-4}
$^{-5}$
10^{-5}
$^{-4}$

Elem	Tömeg%	Atom%
Tb	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Dy	$4{,}5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ho	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-6}$
Er	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Tm	$8 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-6}$
Yb	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Lu	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Hf	$3{,}2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Ta	$2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
W	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$
Re	$1 \cdot 10^{-7}$	$8{,}5 \cdot 10^{-9}$
Os	$5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-7}$
Ir	$1 \cdot 10^{-7}$	$8{,}5 \cdot 10^{-9}$
Pt	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Au	$5 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-8}$
Hg	$7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-7}$
Tl	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$
Pb	$1{,}6 \cdot 10^{-3}$	$1{,}6 \cdot 10^{-4}$
Bi	$2 \cdot 10^{-5}$	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$
Po	$2 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-15}$
At	0,0	0,0
Rn	$7 \cdot 10^{-16}$	–
Fr	0,0	0,0
Ra	$1 \cdot 10^{-10}$	–
Ac	$6 \cdot 10^{-10}$	$5 \cdot 10^{-15}$
Th	$8 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-5}$
Pa	$1 \cdot 10^{-10}$	$8 \cdot 10^{-12}$
U	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Np	0,0	0,0
Pu	$1 \cdot 10^{-15}$	$7 \cdot 10^{-17}$
Am	0,0	0,0
innentől kezdve végig 0		

nódszerrel határozták meg; innen ered-

2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben

Atom	Atom%
H	90,78
He	9,08
Li	$2{,}6 \cdot 10^{-7}$
Be	$4{,}2 \cdot 10^{-8}$
B	$5{,}2 \cdot 10^{-8}$
C	$2{,}1 \cdot 10^{-2}$
N	$4{,}2 \cdot 10^{-2}$
O	$5{,}7 \cdot 10^{-2}$
F	$2{,}3 \cdot 10^{-5}$
Ne	$6{,}2 \cdot 10^{-3}$
Na	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$
Mg	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$
Al	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$
Si	$2{,}6 \cdot 10^{-3}$
P	$3{,}4 \cdot 10^{-5}$
S	$9{,}1 \cdot 10^{-4}$
Cl	$4{,}4 \cdot 10^{-5}$
Ar	$5{,}7 \cdot 10^{-4}$
K	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
Ca	$1{,}7 \cdot 10^{-4}$
Sc	$4{,}7 \cdot 10^{-8}$
Ti	$6{,}7 \cdot 10^{-6}$
V	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$
Cr	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$
Mn	$2{,}0 \cdot 10^{-5}$
Fe	$4{,}7 \cdot 10^{-3}$

Atom	Atom%
Co	$2{,}6 \cdot 10^{-5}$
Ni	$3{,}5 \cdot 10^{-4}$
Cu	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$
Zn	$4{,}2 \cdot 10^{-7}$
Ga	$1{,}7 \cdot 10^{-7}$
Ge	$6{,}5 \cdot 10^{-7}$
As	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$
Se	$6{,}5 \cdot 10^{-8}$
Br	$1{,}1 \cdot 10^{-7}$
Kr	$1{,}3 \cdot 10^{-6}$
Rb	$1{,}8 \cdot 10^{-8}$
Sr	$1{,}0 \cdot 10^{-7}$
Y	$2{,}6 \cdot 10^{-8}$
Zr	$3{,}9 \cdot 10^{-7}$
Nb	$2{,}3 \cdot 10^{-9}$
Mo	$4{,}9 \cdot 10^{-8}$
Ru	$2{,}4 \cdot 10^{-8}$
Rh	$9{,}9 \cdot 10^{-9}$
Pd	$8{,}3 \cdot 10^{-9}$
Ag	$7{,}0 \cdot 10^{-9}$
Cd	$6{,}7 \cdot 10^{-9}$
In	$2{,}6 \cdot 10^{-9}$
Sn	$1{,}6 \cdot 10^{-7}$
Sb	$4{,}4 \cdot 10^{-9}$
Te	$4{,}1 \cdot 10^{-10}$
I	$4{,}7 \cdot 10^{-9}$

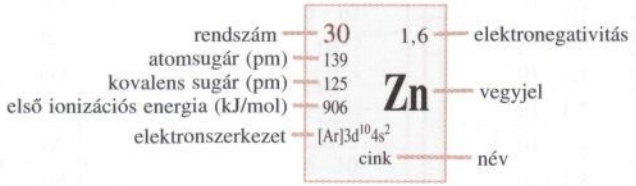
2.5. Az emberi test összetétele

Atom	Tömeg%
O	61
C	23
H	10
N	2,6
Ca	1,4
P	1,1
S	0,20
K	0,20

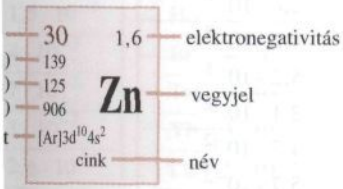
Atom	Tömeg%
Na	0,14
Cl	0,12
Mg	0,027
Si	0,026
Fe	0,006
F	0,0037
Zn	0,0033
Rb	0,00046

Atom	Tömeg%
Sr	0,00046
Br	0,00029
Pb	0,00017
Cu	0,00010
Al	0,00009
Cd	0,00007
B	0,00007
Ba	0,00003

Atom	Tömeg%
Sn	0,00002
Mn	0,00002
I	0,00002
Au	0,00001
Mo	0,00001
Cr	0,000003
Co	0,000002
U	0,0000001



1 46 32 1312 $1s^1$ hidrogén **H** 2,1																	2 31 28 2372 $1s^2$ hélium **He** –
3 155 123 520 [He]$2s^1$ lítium **Li** 1,0	4 113 90 899 [He]$2s^2$ berillium **Be** 1,5											5 98 82 801 [He]$2s^2 2p^1$ bór **B** 2,0	6 91 77 1086 [He]$2s^2 2p^2$ szén **C** 2,5	7 92 75 1402 [He]$2s^2 2p^3$ nitrogén **N** 3,0	8 65 73 1314 [He]$2s^2 2p^4$ oxigén **O** 3,5	9 64 71 1681 [He]$2s^2 2p^5$ fluor **F** 4,0	10 154 69 2081 [He]$2s^2 2p^6$ neon **Ne** –
11 189 154 495 [Ne]$3s^1$ nátrium **Na** 0,9	12 160 136 737 [Ne]$3s^2$ magnézium **Mg** 1,2											13 143 118 577 [Ne]$3s^2 3p^1$ alumínium **Al** 1,5	14 132 111 786 [Ne]$3s^2 3p^2$ szilícium **Si** 1,8	15 128 106 1012 [Ne]$3s^2 3p^3$ foszfor **P** 2,1	16 127 102 1000 [Ne]$3s^2 3p^4$ kén **S** 2,5	17 – 99 1251 [Ne]$3s^2 3p^5$ klór **Cl** 3,0	18 188 97 1521 [Ne]$3s^2 3p^6$ argon **Ar** –
19 236 203 418 [Ar]$4s^1$ kálium **K** 0,8	20 197 174 589 [Ar]$4s^2$ kalcium **Ca** 1,0	21 164 144 633 [Ar]$3d^1 4s^2$ szkandium **Sc** 1,3	22 146 132 658 [Ar]$3d^2 4s^2$ titán **Ti** 1,5	23 134 122 650 [Ar]$3d^3 4s^2$ vanádium **V** 1,6	24 127 118 652 [Ar]$3d^5 4s^1$ króm **Cr** 1,6	25 130 117 717 [Ar]$3d^5 4s^2$ mangán **Mn** 1,5	26 126 117 762 [Ar]$3d^6 4s^2$ vas **Fe** 1,8	27 125 116 760 [Ar]$3d^7 4s^2$ kobalt **Co** 1,8	28 124 115 737 [Ar]$3d^8 4s^2$ nikkel **Ni** 1,8	29 128 117 745 [Ar]$3d^{10} 4s^1$ réz **Cu** 1,9	30 139 125 906 [Ar]$3d^{10} 4s^2$ cink **Zn** 1,6	31 141 126 579 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^1$ gallium **Ga** 1,6	32 137 122 762 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^2$ germánium **Ge** 1,8	33 121 120 947 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^3$ arzén **As** 2,0	34 117 116 941 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^4$ szelén **Se** 2,4	35 114 114 1140 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^5$ bróm **Br** 2,8	36 202 112 1351 [Ar]$3d^{10} 4s^2 4p^6$ kripton **Kr** –
37 248 216 403 [Kr]$5s^1$ rubídium **Rb** 0,8	38 215 191 549 [Kr]$5s^2$ stroncium **Sr** 1,0	39 181 162 599 [Kr]$4d^1 5s^2$ ittrium **Y** 1,3	40 160 145 640 [Kr]$4d^2 5s^2$ cirkónium **Zr** 1,4	41 145 134 652 [Kr]$4d^4 5s^1$ nióbium **Nb** 1,6	42 139 130 684 [Kr]$4d^5 5s^1$ molibdén **Mo** 1,8	43 136 127 702 [Kr]$4d^5 5s^2$ technécium **Tc** 1,9	44 134 125 710 [Kr]$4d^7 5s^1$ ruténium **Ru** 2,2	45 134 125 719 [Kr]$4d^8 5s^1$ ródium **Rh** 2,2	46 134 128 804 [Kr]$4d^{10}$ palládium **Pd** 2,2	47 144 134 730 [Kr]$4d^{10} 5s^1$ ezüst **Ag** 1,9	48 156 148 867 [Kr]$4d^{10} 5s^2$ kadmium **Cd** 1,7	49 166 144 558 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^1$ indium **In** 1,7	50 140 141 709 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^2$ ón **Sn** 1,8	51 141 141 834 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^3$ antimon **Sb** 1,9	52 137 137 869 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^4$ tellúr **Te** 2,1	53 133 133 1008 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^5$ jód **I** 2,5	54 220 131 1170 [Kr]$4d^{10} 5s^2 5p^6$ xenon **Xe** –
55 268 235 375 [Xe]$6s^1$ cézium **Cs** 0,7	56 221 198 502 [Xe]$6s^2$ bárium **Ba** 0,9	57 187 169 538 [Xe]$5d^1 6s^2$ lantán **La** 1,1	72 159 144 658 [Xe]$4f^{14} 5d^2 6s^2$ hafnium **Hf** 1,3	73 146 134 761 [Xe]$4f^{14} 5d^3 6s^2$ tantál **Ta** 1,5	74 140 130 769 [Xe]$4f^{14} 5d^4 6s^2$ volfrám **W** 1,7	75 137 128 760 [Xe]$4f^{14} 5d^5 6s^2$ rénium **Re** 1,9	76 135 127 839 [Xe]$4f^{14} 5d^6 6s^2$ ozmium **Os** 2,2	77 135 127 878 [Xe]$4f^{14} 5d^7 6s^2$ irídium **Ir** 2,2	78 138 130 868 [Xe]$4f^{14} 5d^9 6s^1$ platina **Pt** 2,2	79 144 134 890 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^1$ arany **Au** 2,3	80 160 149 1007 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2$ higany **Hg** –	81 171 148 589 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^1$ tallium **Tl** 1,8	82 175 147 716 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^2$ ólom **Pb** 1,8	83 – 146 703 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^3$ bizmut **Bi** 1,9	84 – – 812 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^4$ polónium **Po** 2,0	85 – – – [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^5$ asztácium **At** 2,2	86 – 145 1037 [Xe]$4f^{14} 5d^{10} 6s^2 6p^6$ radon **Rn** –
87 280 – 352 [Rn]$7s^1$ francium **Fr** 0,7	88 235 – 509 [Rn]$7s^2$ rádium **Ra** 0,9	89 203 – 498 [Rn]$6d^1 7s^2$ aktínium **Ac** 1,1	104 – – – [Rn]$5f^{14} 6d^2 7s^2$ rutherfordium **Rf** –	105 – – – [Rn]$5f^{14} 6d^3 7s^2$ dubnium **Db** –	106 – – – – seaborgium **Sg** –	107 – – – – bohrium **Bh** –	108 – – – – hassium **Hs** –	109 – – – – meitnerium **Mt** –	110	111	112						



																2 – 122 93 2372 **He** $1s^2$ hélium	
						5 2,0 91 82 800 **B** $[He]2s^22p^1$ bór	6 2,5 77 77 1086 **C** $[He]2s^22p^2$ szén	7 3,0 71 75 1402 **N** $[He]2s^22p^3$ nitrogén	8 3,5 66 73 1313 **O** $[He]2s^22p^4$ oxigén	9 4,0 64 72 1681 **F** $[He]2s^22p^5$ fluor	10 – 160 71 2080 **Ne** $[He]2s^22p^6$ neon
						13 1,5 143 118 577 **Al** $[Ne]3s^23p^1$ alumínium	14 1,8 134 111 786 **Si** $[Ne]3s^23p^2$ szilícium	15 2,1 130 106 1011 **P** $[Ne]3s^23p^3$ foszfor	16 2,5 104 102 999 **S** $[Ne]3s^23p^4$ kén	17 3,0 99 99 1251 **Cl** $[Ne]3s^23p^5$ klór	18 – 192 98 1520 **Ar** $[Ne]3s^23p^6$ argon
6	24 1,6 127 118 652 **Cr** $[Ar]3d^54s^1$ króm	25 1,5 130 117 717 **Mn** $[Ar]3d^54s^2$ mangán	26 1,8 126 117 762 **Fe** $[Ar]3d^64s^2$ vas	27 1,8 125 116 760 **Co** $[Ar]3d^74s^2$ kobalt		28 1,8 124 115 737 **Ni** $[Ar]3d^84s^2$ nikkel	29 1,9 128 117 745 **Cu** $[Ar]3d^{10}4s^1$ réz	30 1,6 139 125 906 **Zn** $[Ar]3d^{10}4s^2$ cink	31 1,6 139 126 578 **Ga** $[Ar]3d^{10}4s^24p^1$ gallium	32 1,8 139 122 762 **Ge** $[Ar]3d^{10}4s^24p^2$ germánium	33 2,0 148 120 947 **As** $[Ar]3d^{10}4s^24p^3$ arzén	34 2,4 117 116 940 **Se** $[Ar]3d^{10}4s^24p^4$ szelén	35 2,8 114 114 1139 **Br** $[Ar]3d^{10}4s^24p^5$ bróm	36 – 198 112 1350 **Kr** $[Ar]3d^{10}4s^24p^6$ kripton
6	42 1,8 139 130 684 **Mo** $[Kr]4d^55s^1$ molibdén	43 1,9 136 127 702 **Tc** $[Kr]4d^55s^2$ technécium	44 2,2 134 125 710 **Ru** $[Kr]4d^75s^1$ ruténium	45 2,2 134 125 719 **Rh** $[Kr]4d^85s^1$ ródium		46 2,2 134 128 804 **Pd** $[Kr]4d^{10}$ palládium	47 1,9 144 134 730 **Ag** $[Kr]4d^{10}5s^1$ ezüst	48 1,7 156 148 867 **Cd** $[Kr]4d^{10}5s^2$ kadmium	49 1,7 166 144 558 **In** $[Kr]4d^{10}5s^25p^1$ indium	50 1,8 158 141 708 **Sn** $[Kr]4d^{10}5s^25p^2$ ón	51 1,9 161 140 833 **Sb** $[Kr]4d^{10}5s^25p^3$ antimon	52 2,1 137 136 869 **Te** $[Kr]4d^{10}5s^25p^4$ tellúr	53 2,5 133 133 1008 **I** $[Kr]4d^{10}5s^25p^5$ jód	54 – 218 131 1170 **Xe** $[Kr]4d^{10}5s^25p^6$ xenon
5	74 1,7 140 130 769 **W** $[Xe]4f^{14}5d^46s^2$ volfrám	75 1,9 137 128 760 **Re** $[Xe]4f^{14}5d^56s^2$ rénium	76 2,2 135 127 839 **Os** $[Xe]4f^{14}5d^66s^2$ ozmium	77 2,2 135 127 878 **Ir** $[Xe]4f^{14}5d^76s^2$ irídium		78 2,2 138 130 868 **Pt** $[Xe]4f^{14}5d^96s^1$ platina	79 2,3 144 134 890 **Au** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^1$ arany	80 1,9 160 149 1007 **Hg** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^2$ higany	81 1,8 171 148 589 **Tl** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^1$ tallium	82 1,8 175 147 715 **Pb** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^2$ ólom	83 1,9 182 146 703 **Bi** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^3$ bizmut	84 2,0 176 146 812 **Po** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^4$ polónium	85 – 230 145 – **At** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^5$ asztácium	86 – – – 1037 **Rn** $[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^26p^6$ radon
	106 – – – – **Sg** seaborgium	107 – – – – **Bh** bohrium	108 – – – – **Hs** hassium	109 – – – – **Mt** meitnerium		110 – – – – **Uun** ununnilium	111 – – – – **Uuu** unununium	112 – – – – **Uub** ununbium						

	60 1,2 182 164 533 **Nd** $[Xe]4f^46s^2$ neodímium	61 – 181 163 535 **Pm** $[Xe]4f^56s^2$ prométium	62 1,2 180 162 544 **Sm** $[Xe]4f^66s^2$ szamárium	63 – 204 185 547 **Eu** $[Xe]4f^76s^2$ európium		64 1,1 180 161 593 **Gd** $[Xe]4f^75d^16s^2$ gadolínium	65 1,2 186 159 565 **Tb** $[Xe]4f^96s^2$ terbium	66 – 185 159 573 **Dy** $[Xe]4f^{10}6s^2$ diszprózium	67 1,2 177 158 580 **Ho** $[Xe]4f^{11}6s^2$ holmium	68 1,2 176 157 589 **Er** $[Xe]4f^{12}6s^2$ erbium	69 1,2 175 156 596 **Tm** $[Xe]4f^{13}6s^2$ túlium	70 1,1 195 – 603 **Yb** $[Xe]4f^{14}6s^2$ itterbium	71 1,2 173 156 523 **Lu** $[Xe]4f^{14}5d^16s^2$ lutécium
	92 1,7 156 142 597 **U** $[Rn]5f^36d^17s^2$ urán	93 1,3 155 – 604 **Np** $[Rn]5f^46d^17s^2$ neptúnium	94 1,3 159 – 584 **Pu** $[Rn]5f^67s^2$ plutónium	95 1,3 173 – 578 **Am** $[Rn]5f^77s^2$ amerícium		96 – 174 – 580 **Cm** $[Rn]5f^76d^17s^2$ kűrium	97 – 170 – 601 **Bk** $[Rn]5f^96d^07s^2$ berkélium	98 – 186 – 607 **Cf** $[Rn]5f^{10}6d^07s^2$ kalifornium	99 – 186 – 619 **Es** $[Rn]5f^{11}6d^07s^2$ einsteinium	100 – – – 627 **Fm** $[Rn]5f^{12}6d^07s^2$ fermium	101 – – – 634 **Md** $[Rn]5f^{13}6d^07s^2$ mendelévium	102 – – – 641 **No** $[Rn]5f^{14}6d^07s^2$ nobélium	103 – – – – **Lr** $[Rn]5f^{14}6d^17s^2$ laurencium

Rendszám: az atommagban található protonok száma.

Elektronszerkezet: a számokkal jelzett héjak és betűkkel jelzett alhéjak pályáit alkotó elektronok számai. A szögletes zárójelbe tett vegyjelek az adott atomnál felírt elektronszerkezet rövidítésére szolgálnak.

Elektronegativitás: viszonyszám, amely a kötésben lévő atomok elektronvonzó képességét jellemzi. A skálát úgy alakították ki, hogy a lítium elektronegativitását 1-nek, a fluorét 4-nek vették. Legkisebb értéke 0,7 (francium), legnagyobb értéke pedig 4,0 (fluor). Nemesgázokra nem értelmezzük.

Atomsugár: a legkülső atompálya sugara. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése csak valószínűségi adattal definiált (lásd 305. oldal), az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

Kovalens sugár: a kovalens kötésben lévő atom átlagos atomsugara. Azonos atomok kapcsolódása esetén a kovelans sugár mindig kisebb az atomsugárnál. A nagyobb elektronegativitású atomok a kovalens kötéssel hozzájuk kapcsolódó kisebb elektronegativitású atomok elektronjait maguk felé vonzzák, és ezzel kovalens sugarukat az atomsugárnál nagyobbra növelik.

Ionizációs energia: a gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektron eltávolításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. A második, harmadik stb. ionizációs energia értéke azonban egyre nagyobb, hiszen a kilépő elektront már eleve pozitív részecskéről kell eltávolítani. Az ionizációs energia számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiamennyiséggel, amely ahhoz szükséges, hogy 1 mol gáz-halmazállapotú szabad atomból a legkönnyebben leszakítható elektront eltávolítsuk.

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
1	H	hidrogén	$1s^1$	2,1	46	32	1312	–	–
2	He	hélium	$1s^2$	–	122	93	2372	5250	–
3	Li	lítium	$[He]2s^1$	1,0	155	123	520	7298	11815
4	Be	berillium	$[He]2s^2$	1,5	113	90	899	1757	14848
5	B	bór	$[He]2s^22p^1$	2,0	91	82	800	2427	3659
6	C	szén	$[He]2s^22p^2$	2,5	77	77	1086	2352	4620
7	N	nitrogén	$[He]2s^22p^3$	3,0	71	75	1402	2856	4578
8	O	oxigén	$[He]2s^22p^4$	3,5	66	73	1313	3388	5300
9	F	fluor	$[He]2s^22p^5$	4,0	64	72	1681	3374	6050
10	Ne	neon	$[He]2s^22p^6$	–	160	71	2080	3952	6121
11	Na	nátrium	$[Ne]3s^1$	0,9	189	154	495	4562	6910

Rendszám	Vegyjel	Név	
12	Mg	magnézium	$[Ne]3s^2$
13	Al	alumínium	$[Ne]3s^2$
14	Si	szilícium	$[Ne]3s^2$
15	P	foszfor	$[Ne]3s^2$
16	S	kén	$[Ne]3s^2$
17	Cl	klór	$[Ne]3s^2$
18	Ar	argon	$[Ne]3s^2$
19	K	kálium	$[Ar]4s^1$
20	Ca	kalcium	$[Ar]4s^2$
21	Sc	szkandium	$[Ar]3d^1$
22	Ti	titán	$[Ar]3d^2$
23	V	vanádium	$[Ar]3d^3$
24	Cr	króm	$[Ar]3d^5$
25	Mn	mangán	$[Ar]3d^5$
26	Fe	vas	$[Ar]3d^6$
27	Co	kobalt	$[Ar]3d^7$
28	Ni	nikkel	$[Ar]3d^8$
29	Cu	réz	$[Ar]3d^1$
30	Zn	cink	$[Ar]3d^1$
31	Ga	gallium	$[Ar]3d^1$
32	Ge	germánium	$[Ar]3d^1$
33	As	arzén	$[Ar]3d^1$
34	Se	szelén	$[Ar]3d^1$
35	Br	bróm	$[Ar]3d^1$
36	Kr	kripton	$[Ar]3d^1$
37	Rb	rubídium	$[Kr]5s^1$
38	Sr	stroncium	$[Kr]5s^2$
39	Y	ittrium	$[Kr]4d^1$
40	Zr	cirkónium	$[Kr]4d^2$
41	Nb	nióbium	$[Kr]4d^4$
42	Mo	molibdén	$[Kr]4d^5$
43	Tc	technécium	$[Kr]4d^5$

na.

tűkkel jelzett alhéjak pályáit alkotó elekt-
az adott atomnál felírt elektronszerkezet

n lévő atomok elektronvonzó képességét
elektronegativitását 1-nek, a fluorét 4-nek
o értéke pedig 4,0 (fluor). Nemesgázokra

e, hogy az atompálya térbeli kiterjedése
), az atomsugár is egyfajta átlagértéknek

agos atomsugara. Azonos atomok kapcso-
msugárnál. A nagyobb elektronegativitású
sebb elektronegativitású atomok elektron-
t az atomsugárnál nagyobbra növelik.

mból a legkönnyebben leszakítható elekt-
nnyiség hányadosa. Szokásos mértékegy-
energia értéke azonban egyre nagyobb,
ről kell eltávolítani. Az ionizációs energia
ergiamennyiséggel, amely ahhoz szüksé-
l a legkönnyebben leszakítható elektront

(pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
46	32	1312	–	–
22	93	2372	5250	–
55	123	520	7298	11815
13	90	899	1757	14848
91	82	800	2427	3659
77	77	1086	2352	4620
71	75	1402	2856	4578
66	73	1313	3388	5300
64	72	1681	3374	6050
60	71	2080	3952	6121
89	154	495	4562	6910

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
12	Mg	magnézium	$[Ne]3s^2$	1,2	160	136	737	1450	7732
13	Al	alumínium	$[Ne]3s^23p^1$	1,5	143	118	577	1816	2744
14	Si	szilícium	$[Ne]3s^23p^2$	1,8	134	111	786	1577	3231
15	P	foszfor	$[Ne]3s^23p^3$	2,1	130	106	1011	1907	2914
16	S	kén	$[Ne]3s^23p^4$	2,5	104	102	999	2251	3356
17	Cl	klór	$[Ne]3s^23p^5$	3,0	99	99	1251	2297	3821
18	Ar	argon	$[Ne]3s^23p^6$	–	192	98	1520	2665	3930
19	K	kálium	$[Ar]4s^1$	0,8	236	203	418	3051	4419
20	Ca	kalcium	$[Ar]4s^2$	1,0	197	174	589	1145	4912
21	Sc	szkandium	$[Ar]3d^14s^2$	1,3	164	144	633	1234	2388
22	Ti	titán	$[Ar]3d^24s^2$	1,5	146	132	658	1309	2652
23	V	vanádium	$[Ar]3d^34s^2$	1,6	134	122	650	1414	2828
24	Cr	króm	$[Ar]3d^54s^1$	1,6	127	118	652	1590	2987
25	Mn	mangán	$[Ar]3d^54s^2$	1,5	130	117	717	1509	3248
26	Fe	vas	$[Ar]3d^64s^2$	1,8	126	117	762	1561	2957
27	Co	kobalt	$[Ar]3d^74s^2$	1,8	125	116	760	1648	3232
28	Ni	nikkel	$[Ar]3d^84s^2$	1,8	124	115	737	1753	3395
29	Cu	réz	$[Ar]3d^{10}4s^1$	1,9	128	117	745	1957	3554
30	Zn	cink	$[Ar]3d^{10}4s^2$	1,6	139	125	906	1733	3832
31	Ga	gallium	$[Ar]3d^{10}4s^24p^1$	1,6	139	126	578	1979	2963
32	Ge	germánium	$[Ar]3d^{10}4s^24p^2$	1,8	139	122	762	1537	3302
33	As	arzén	$[Ar]3d^{10}4s^24p^3$	2,0	148	120	947	1797	2735
34	Se	szelén	$[Ar]3d^{10}4s^24p^4$	2,4	117	116	940	2044	2973
35	Br	bróm	$[Ar]3d^{10}4s^24p^5$	2,8	114	114	1139	2103	3473
36	Kr	kripton	$[Ar]3d^{10}4s^24p^6$	–	198	112	1350	2350	3565
37	Rb	rubídium	$[Kr]5s^1$	0,8	248	216	403	2632	3859
38	Sr	stroncium	$[Kr]5s^2$	1,0	215	191	549	1064	4138
39	Y	ittrium	$[Kr]4d^15s^2$	1,3	181	162	599	1180	1979
40	Zr	cirkónium	$[Kr]4d^25s^2$	1,4	160	145	640	1266	2218
41	Nb	nióbium	$[Kr]4d^45s^1$	1,6	145	134	652	1381	2415
42	Mo	molibdén	$[Kr]4d^55s^1$	1,8	139	130	684	1559	2617
43	Tc	technécium	$[Kr]4d^55s^2$	1,9	136	127	702	1472	2850

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
44	Ru	ruténium	$[Kr]4d^7 5s^1$	2,2	134	125	710	1617	2746
45	Rh	ródium	$[Kr]4d^8 5s^1$	2,2	134	125	719	1744	2996
46	Pd	palládium	$[Kr]4d^{10}$	2,2	134	128	804	1874	3177
47	Ag	ezüst	$[Kr]4d^{10} 5s^1$	1,9	144	134	730	2073	3360
48	Cd	kadmium	$[Kr]4d^{10} 5s^2$	1,7	156	148	867	1631	3616
49	In	indium	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^1$	1,7	166	144	558	1820	2704
50	Sn	ón	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^2$	1,8	158	141	708	1411	2943
51	Sb	antimon	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^3$	1,9	161	140	833	1594	2441
52	Te	tellúr	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^4$	2,1	137	136	869	1794	2697
53	I	jód	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^5$	2,5	133	133	1008	1845	3184
54	Xe	xenon	$[Kr]4d^{10} 5s^2 5p^6$	–	218	131	1170	2046	3099
55	Cs	cézium	$[Xe]6s^1$	0,7	268	235	375	2234	–
56	Ba	bárium	$[Xe]6s^2$	0,9	221	198	502	965	–
57	La	lantán	$[Xe]5d^1 6s^2$	1,1	187	169	538	1067	1850
58	Ce	cérium	$[Xe]4f^2 5d^0 6s^2$	1,1	183	165	534	1046	1948
59	Pr	prazeodímium	$[Xe]4f^3 5d^0 6s^2$	1,1	183	165	527	1017	2086
60	Nd	neodímium	$[Xe]4f^4 5d^0 6s^2$	1,2	182	164	533	1035	2132
61	Pm	prométium	$[Xe]4f^5 5d^0 6s^2$	–	181	163	535	1051	2151
62	Sm	szamárium	$[Xe]4f^6 5d^0 6s^2$	1,2	180	162	544	1068	2257
63	Eu	európium	$[Xe]4f^7 5d^0 6s^2$	–	204	185	547	1084	2404
64	Gd	gadolínium	$[Xe]4f^7 5d^1 6s^2$	1,1	180	161	593	1166	1990
65	Tb	terbium	$[Xe]4f^9 5d^0 6s^2$	1,2	186	159	565	1111	2113
66	Dy	diszprózium	$[Xe]4f^{10} 5d^0 6s^2$	–	185	159	573	1125	2199
67	Ho	holmium	$[Xe]4f^{11} 5d^0 6s^2$	1,2	177	158	580	1138	2203
68	Er	erbium	$[Xe]4f^{12} 5d^0 6s^2$	1,2	176	157	589	1151	2194
69	Tm	túlium	$[Xe]4f^{13} 5d^0 6s^2$	1,2	175	156	596	1162	2284
70	Yb	itterbium	$[Xe]4f^{14} 5d^0 6s^2$	1,1	195	170	603	1174	2416
71	Lu	lutécium	$[Xe]4f^{14} 5d^1 6s^2$	1,2	173	156	523	1341	2022
72	Hf	hafnium	$[Xe]4f^{14} 5d^2 6s^2$	1,3	159	144	658	1437	2248
73	Ta	tantál	$[Xe]4f^{14} 5d^3 6s^2$	1,5	146	134	761	–	–

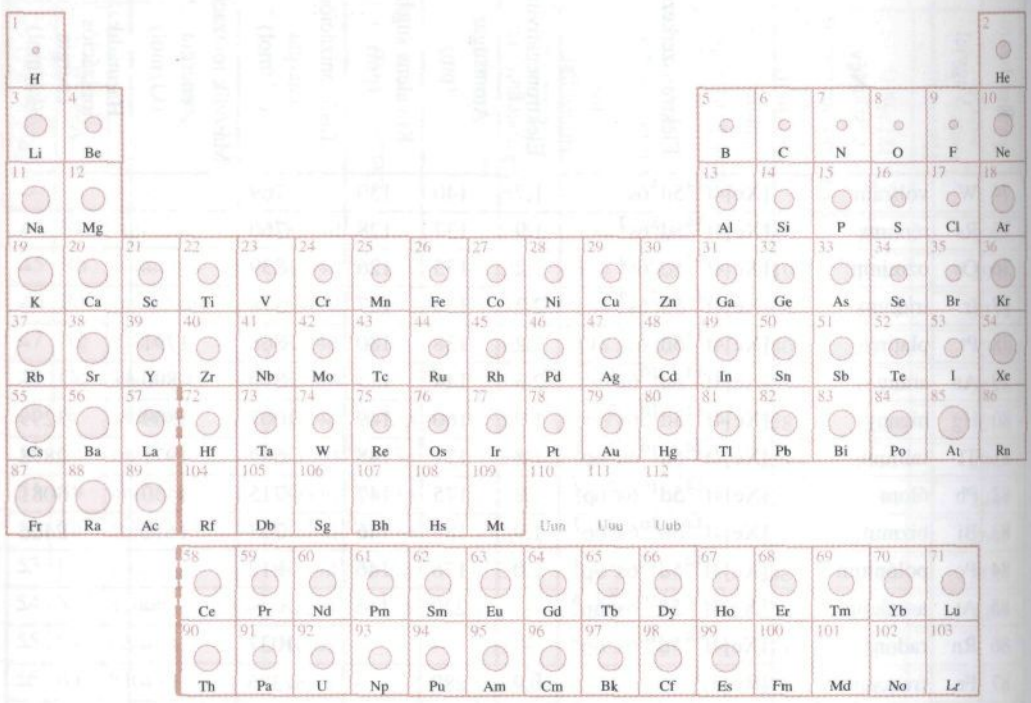
Rendszám	Vegyjel	Név	
74	W	volfrám	$[Xe]4f^{14}$
75	Re	rénium	$[Xe]4f^{14}$
76	Os	ozmium	$[Xe]4f^{14}$
77	Ir	irídium	$[Xe]4f^{14}$
78	Pt	platina	$[Xe]4f^{14}$
79	Au	arany	$[Xe]4f^{14}$
80	Hg	higany	$[Xe]4f^{14}$
81	Tl	tallium	$[Xe]4f^{14}$
82	Pb	ólom	$[Xe]4f^{14}$
83	Bi	bizmut	$[Xe]4f^{14}$
84	Po	polónium	$[Xe]4f^{14}$
85	At	asztácium	$[Xe]4f^{14}$
86	Rn	radon	$[Xe]4f^{14}$
87	Fr	francium	$[Rn]7s^1$
88	Ra	rádium	$[Rn]7s^2$
89	Ac	aktínium	$[Rn]6d^1$
90	Th	tórium	$[Rn]6d^2$
91	Pa	protaktínium	$[Rn]5f^2 6$
92	U	urán	$[Rn]5f^3 6$
93	Np	neptúnium	$[Rn]5f^4 6$
94	Pu	plutónium	$[Rn]5f^6 6$
95	Am	amerícium	$[Rn]5f^7 6$
96	Cm	kűrium	$[Rn]5f^7 6$
97	Bk	berkélium	$[Rn]5f^9 6$
98	Cf	kalifornium	$[Rn]5f^{10}$
99	Es	einsteinium	$[Rn]5f^{11}$
100	Fm	fermium	$[Rn]5f^{12}$
101	Md	mendelévium	$[Rn]5f^{13}$
102	No	nobélium	$[Rn]5f^{14}$
103	Lr	laurencium	$[Rn]5f^{14}$
104	Rf	rutherfordium	$[Rn]5f^{14}$
105	Db	dubnium	$[Rn]5f^{14}$

ágai (folytatás)

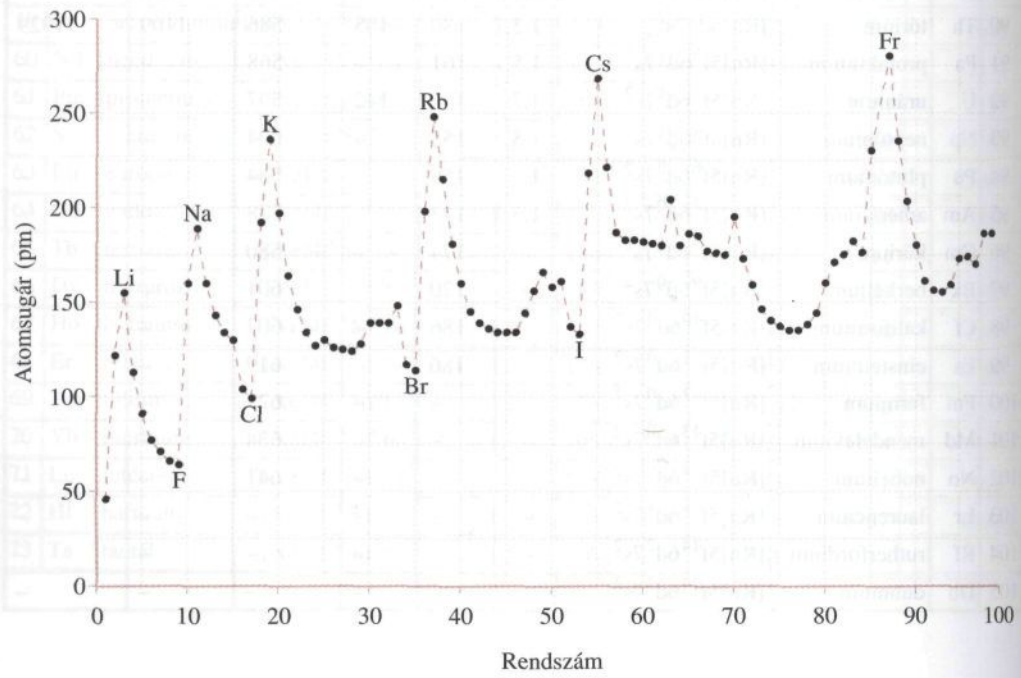
Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
125	710	1617	2746
125	719	1744	2996
128	804	1874	3177
134	730	2073	3360
148	867	1631	3616
144	558	1820	2704
141	708	1411	2943
140	833	1594	2441
136	869	1794	2697
133	1008	1845	3184
131	1170	2046	3099
235	375	2234	–
198	502	965	–
169	538	1067	1850
165	534	1046	1948
165	527	1017	2086
164	533	1035	2132
163	535	1051	2151
162	544	1068	2257
185	547	1084	2404
161	593	1166	1990
159	565	1111	2113
159	573	1125	2199
158	580	1138	2203
157	589	1151	2194
156	596	1162	2284
170	603	1174	2416
156	523	1341	2022
144	658	1437	2248
134	761	–	–

Rendszám	Vegyjel	Név	Elektronszerkezet	Elektronegativitás	Atomsugár (pm)	Kovalens sugár (pm)	Első ionizációs energia (kJ/mol)	Második ionizációs energia (kJ/mol)	Harmadik ionizációs energia (kJ/mol)
74	W	volfrám	$[Xe]4f^{14}5d^{4}6s^{2}$	1,7	140	130	769	–	–
75	Re	rénium	$[Xe]4f^{14}5d^{5}6s^{2}$	1,9	137	128	760	–	–
76	Os	ozmium	$[Xe]4f^{14}5d^{6}6s^{2}$	2,2	135	126	839	–	–
77	Ir	irídium	$[Xe]4f^{14}5d^{7}6s^{2}$	2,2	135	127	878	–	–
78	Pt	platina	$[Xe]4f^{14}5d^{9}6s^{1}$	2,2	138	130	868	1791	–
79	Au	arany	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{1}$	2,3	144	134	890	890	–
80	Hg	higany	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}$	1,9	160	149	1007	1809	3299
81	Tl	tallium	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{1}$	1,8	171	148	589	1971	2878
82	Pb	ólom	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{2}$	1,8	175	147	715	1450	3081
83	Bi	bizmut	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{3}$	1,9	182	146	703	1610	2466
84	Po	polónium	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{4}$	2,0	176	146	812	–	–
85	At	asztácium	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{5}$	–	230	145	–	–	–
86	Rn	radon	$[Xe]4f^{14}5d^{10}6s^{2}6p^{6}$	–	–	–	1037	–	–
87	Fr	francium	$[Rn]7s^{1}$	0,7	280	–	386	–	–
88	Ra	rádium	$[Rn]7s^{2}$	0,9	235	–	509	979	–
89	Ac	aktínium	$[Rn]6d^{1}7s^{2}$	1,1	203	–	498	1167	–
90	Th	tórium	$[Rn]6d^{2}7s^{2}$	1,3	180	165	586	1109	1929
91	Pa	protaktínium	$[Rn]5f^{2}6d^{1}7s^{2}$	1,5	161	–	568	–	–
92	U	urán	$[Rn]5f^{3}6d^{1}7s^{2}$	1,7	156	142	597	–	–
93	Np	neptúnium	$[Rn]5f^{4}6d^{1}7s^{2}$	1,3	155	–	604	–	–
94	Pu	plutónium	$[Rn]5f^{6}6d^{0}7s^{2}$	1,3	159	–	584	–	–
95	Am	amerícium	$[Rn]5f^{7}6d^{0}7s^{2}$	1,3	173	–	578	–	–
96	Cm	kűrium	$[Rn]5f^{7}6d^{1}7s^{2}$	–	174	–	580	–	–
97	Bk	berkélium	$[Rn]5f^{9}6d^{0}7s^{2}$	–	170	–	601	–	–
98	Cf	kalifornium	$[Rn]5f^{10}6d^{0}7s^{2}$	–	186	–	607	–	–
99	Es	einsteinium	$[Rn]5f^{11}6d^{0}7s^{2}$	–	186	–	619	–	–
100	Fm	fermium	$[Rn]5f^{12}6d^{0}7s^{2}$	–	–	–	627	–	–
101	Md	mendelévium	$[Rn]5f^{13}6d^{0}7s^{2}$	–	–	–	634	–	–
102	No	nobélium	$[Rn]5f^{14}6d^{0}7s^{2}$	–	–	–	641	–	–
103	Lr	laurencium	$[Rn]5f^{14}6d^{1}7s^{2}$	–	–	–	–	–	–
104	Rf	rutherfordium	$[Rn]5f^{14}6d^{2}7s^{2}$	–	–	–	–	–	–
105	Db	dubnium	$[Rn]5f^{14}6d^{3}7s^{2}$	–	–	–	–	–	–

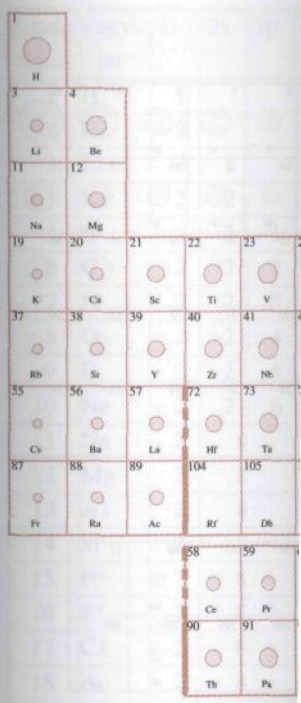
2.8. Az atomsugarak a periódusos rendszerben



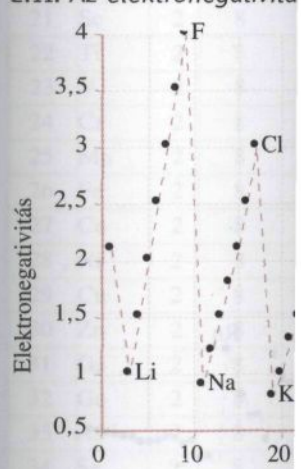
2.9. Az atomsugarak változása a rendszám függvényében

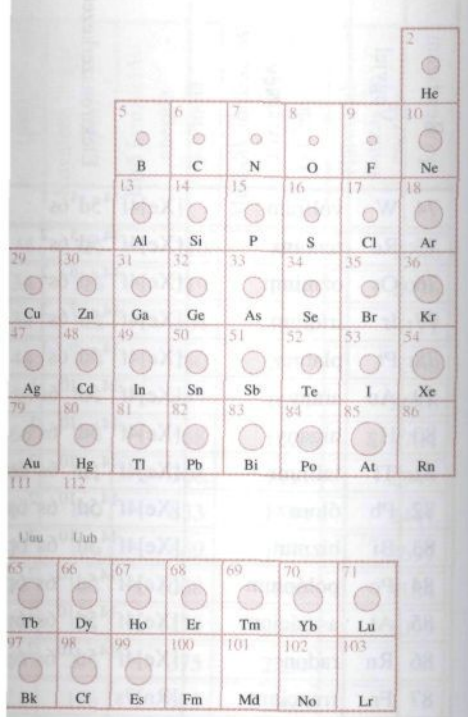


2.10. Az elektronegativitá

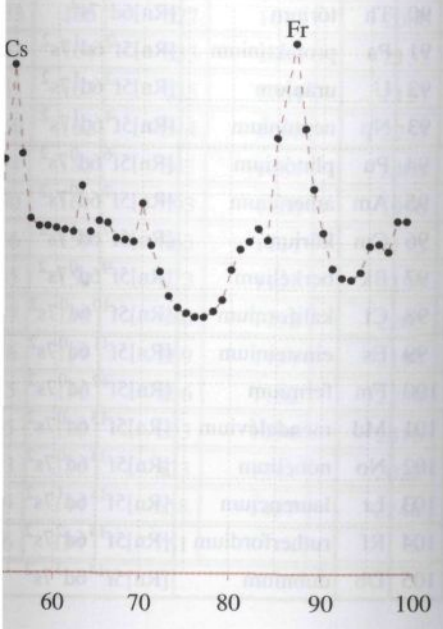


2.11. Az elektronegativitá



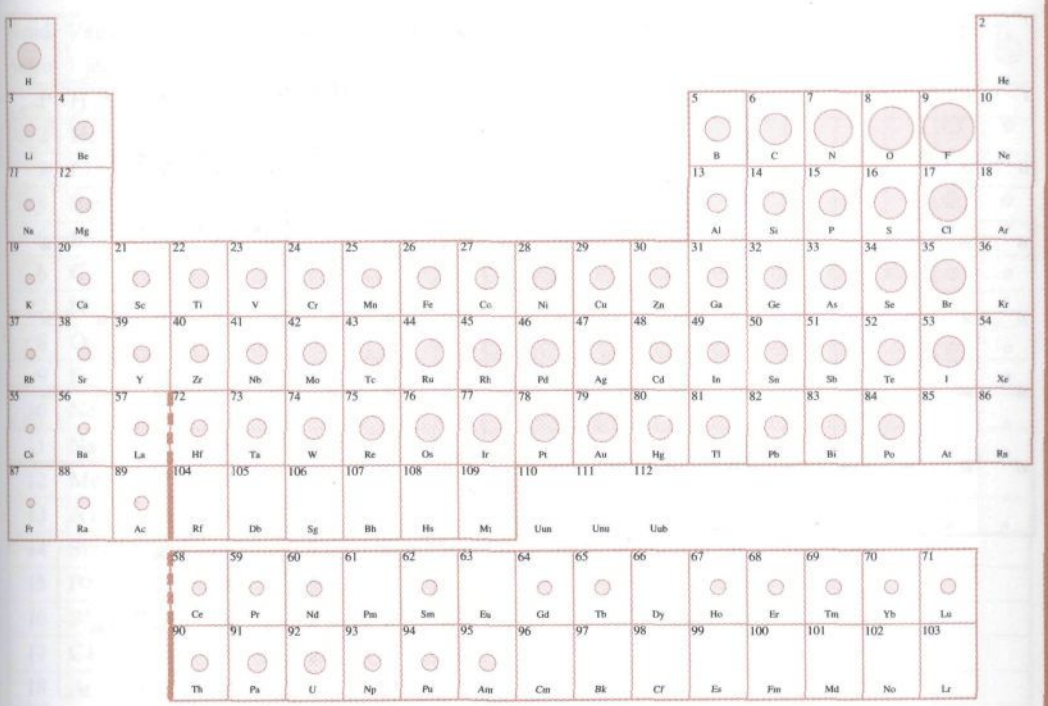


ényében

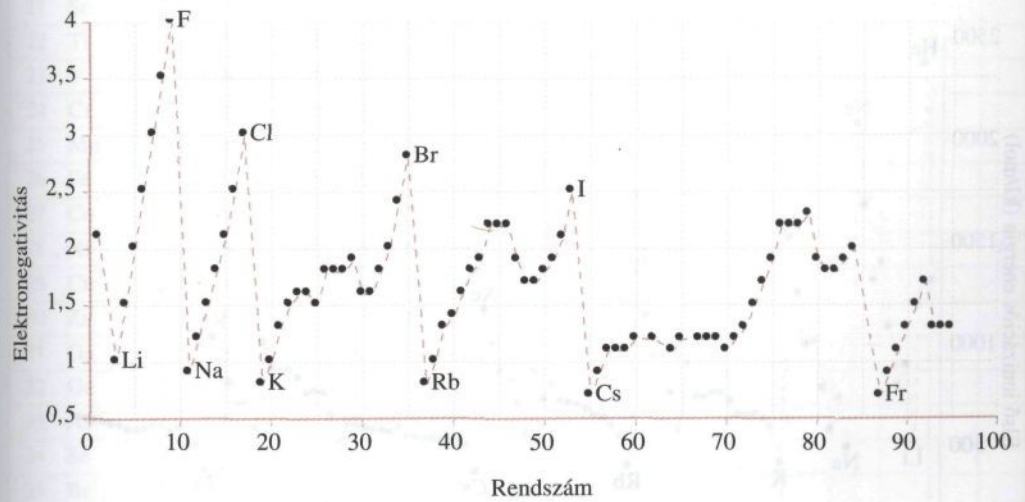


n

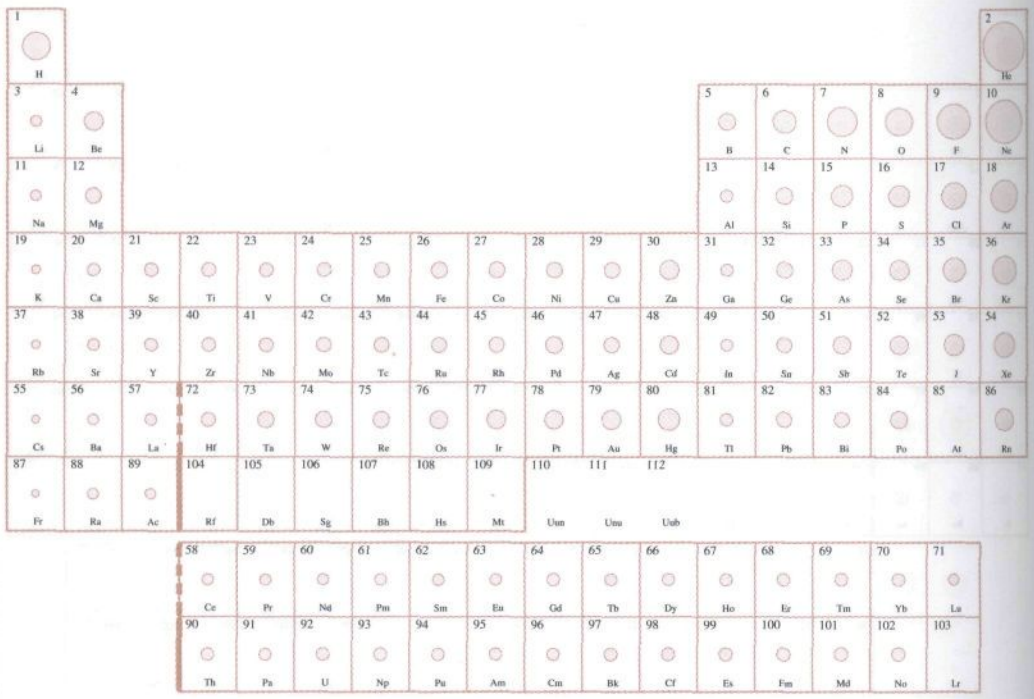
2.10. Az elektronegativitás a periódusos rendszerben



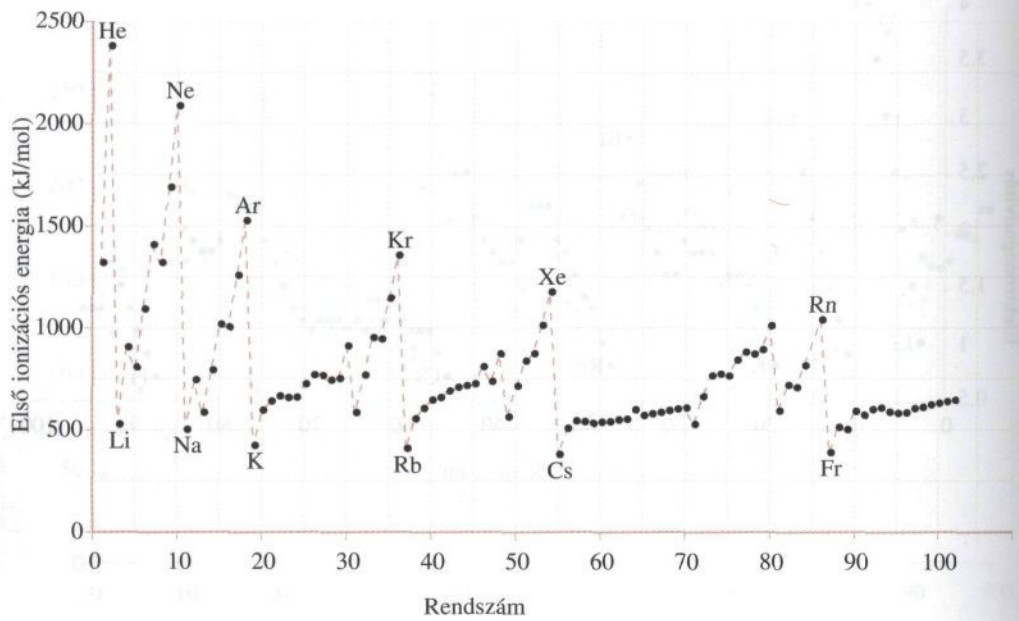
2.11. Az elektronegativitás változása a rendszám függvényében



2.12. Az első ionizációs energia a periódusos rendszerben



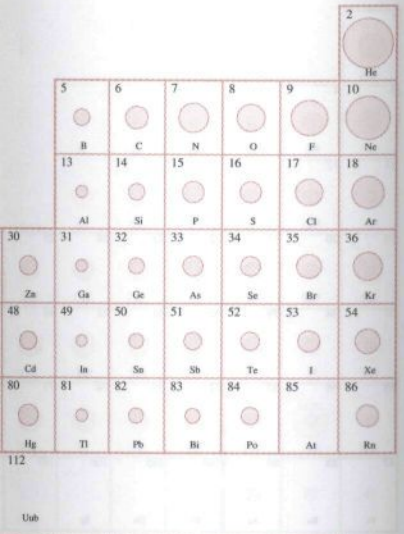
2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében

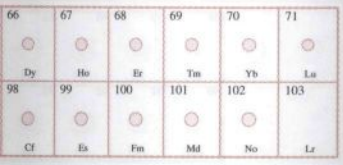


2.14. Az atomok részletes e

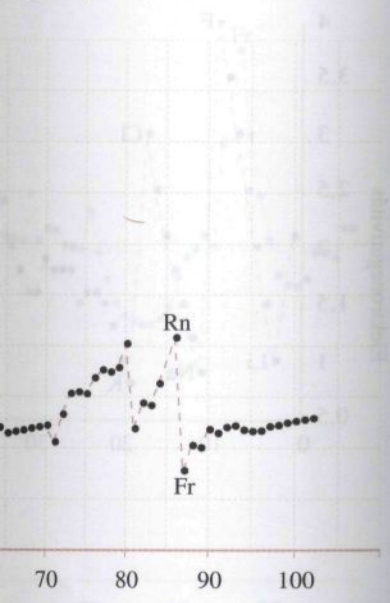
Rend-szám	Vegy-jel	1s	2s	2p	3s
1	H	1			
2	He	2			
3	Li	2	1		
4	Be	2	2		
5	B	2	2	1	
6	C	2	2	2	
7	N	2	2	3	
8	O	2	2	4	
9	F	2	2	5	
10	Ne	2	2	6	
11	Na	2	8		
12	Mg	2	8		
13	Al	2	8		
14	Si	2	8		
15	P	2	8		
16	S	2	8		
17	Cl	2	8		
18	Ar	2	8		
19	K	2	8		
20	Ca	2	8		
21	Sc	2	8		
22	Ti	2	8		
23	V	2	8		
24	Cr	2	8		
25	Mn	2	8		
26	Fe	2	8		
27	Co	2	8		
28	Ni	2	8		
29	Cu	2	8		
30	Zn	2	8		
31	Ga	2	8		
32	Ge	2	8		
33	As	2	8		
34	Se	2	8		
35	Br	2	8		
36	Kr	2	8		
37	Rb	2	8		
38	Sr	2	8		
39	Y	2	8		
40	Zr	2	8		

ben





függvényében



2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete

Rend-szám	Vegy-jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
1	H	1																	
2	He	2																	
3	Li	2	1																
4	Be	2	2																
5	B	2	2	1															
6	C	2	2	2															
7	N	2	2	3															
8	O	2	2	4															
9	F	2	2	5															
10	Ne	2	2	6															
11	Na	2	8		1														
12	Mg	2	8		2														
13	Al	2	8		2	1													
14	Si	2	8		2	2													
15	P	2	8		2	3													
16	S	2	8		2	4													
17	Cl	2	8		2	5													
18	Ar	2	8		2	6													
19	K	2	8		2	6		1											
20	Ca	2	8		2	6		2											
21	Sc	2	8		2	6	1	2											
22	Ti	2	8		2	6	2	2											
23	V	2	8		2	6	3	2											
24	Cr	2	8		2	6	5	1											
25	Mn	2	8		2	6	5	2											
26	Fe	2	8		2	6	6	2											
27	Co	2	8		2	6	7	2											
28	Ni	2	8		2	6	8	2											
29	Cu	2	8		2	6	10	1											
30	Zn	2	8		2	6	10	2											
31	Ga	2	8			18		2	1										
32	Ge	2	8			18		2	2										
33	As	2	8			18		2	3										
34	Se	2	8			18		2	4										
35	Br	2	8			18		2	5										
36	Kr	2	8			18		2	6										
37	Rb	2	8			18		2	6			1							
38	Sr	2	8			18		2	6			2							
39	Y	2	8			18		2	6	1		2							
40	Zr	2	8			18		2	6	2		2							

2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete (folytatás)

Rend-szám	Vegy-jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
41	Nb	2	8			18		2	6	4		1							
42	Mo	2	8			18		2	6	5		1							
43	Tc	2	8			18		2	6	5		2							
44	Ru	2	8			18		2	6	7		1							
45	Rh	2	8			18		2	6	8		1							
46	Pd	2	8			18		2	6	10									
47	Ag	2	8			18		2	6	10		1							
48	Cd	2	8			18		2	6	10		2							
49	In	2	8			18		2	6	10		2	1						
50	Sn	2	8			18		2	6	10		2	2						
51	Sb	2	8			18		2	6	10		2	3						
52	Te	2	8			18		2	6	10		2	4						
53	I	2	8			18		2	6	10		2	5						
54	Xe	2	8			18		2	6	10		2	6						
55	Cs	2	8			18		2	6	10		2	6			1			
56	Ba	2	8			18		2	6	10		2	6			2			
57	La	2	8			18		2	6	10		2	6	1		2			
58	Ce	2	8			18		2	6	10	2	2	6			2			
59	Pr	2	8			18		2	6	10	3	2	6			2			
60	Nd	2	8			18		2	6	10	4	2	6			2			
61	Pm	2	8			18		2	6	10	5	2	6			2			
62	Sm	2	8			18		2	6	10	6	2	6			2			
63	Eu	2	8			18		2	6	10	7	2	6			2			
64	Gd	2	8			18		2	6	10	7	2	6	1		2			
65	Tb	2	8			18		2	6	10	9	2	6			2			
66	Dy	2	8			18		2	6	10	10	2	6			2			
67	Ho	2	8			18		2	6	10	11	2	6			2			
68	Er	2	8			18		2	6	10	12	2	6			2			
69	Tm	2	8			18		2	6	10	13	2	6			2			
70	Yb	2	8			18		2	6	10	14	2	6			2			
71	Lu	2	8			18		2	6	10	14	2	6	1		2			
72	Hf	2	8			18			32			2	6	2		2			
73	Ta	2	8			18			32			2	6	3		2			
74	W	2	8			18			32			2	6	4		2			
75	Re	2	8			18			32			2	6	5		2			
76	Os	2	8			18			32			2	6	6		2			
77	Ir	2	8			18			32			2	6	7		2			
78	Pt	2	8			18			32			2	6	9		1			
79	Au	2	8			18			32			2	6	10		1			
80	Hg	2	8			18			32			2	6	10		2			

Rend-szám	Vegy-jel	1s	2s	2p	3s
81	Tl	2	8		
82	Pb	2	8		
83	Bi	2	8		
84	Po	2	8		
85	At	2	8		
86	Rn	2	8		
87	Fr	2	8		
88	Ra	2	8		
89	Ac	2	8		
90	Th	2	8		
91	Pa	2	8		
92	U	2	8		
93	Np	2	8		
94	Pu	2	8		
95	Am	2	8		
96	Cm	2	8		
97	Bk	2	8		
98	Cf	2	8		
99	Es	2	8		
100	Fm	2	8		
101	Md	2	8		
102	No	2	8		
103	Lr	2	8		
104	Rf	2	8		
105	Db	2	8		

2.15. A kvantumszámok és a

Főkvantumszám	Héj	Mellékkvantumszám	A
$n = 1$	K	$l = 0$	
$n = 2$	L	$l = 0$ $l = 1$	
$n = 3$	M	$l = 0$ $l = 1$ $l = 2$	
$n = 4$	N	$l = 0$ $l = 1$ $l = 2$ $l = 3$	

Rend-szám	Vegy-jel	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
81	Tl	2	8		18			32				2	6	10		2	1		
82	Pb	2	8		18			32				2	6	10		2	2		
83	Bi	2	8		18			32				2	6	10		2	3		
84	Po	2	8		18			32				2	6	10		2	4		
85	At	2	8		18			32				2	6	10		2	5		
86	Rn	2	8		18			32				2	6	10		2	6		
87	Fr	2	8		18			32				2	6	10		2	6		1
88	Ra	2	8		18			32				2	6	10		2	6		2
89	Ac	2	8		18			32				2	6	10		2	6	1	2
90	Th	2	8		18			32				2	6	10		2	6	2	2
91	Pa	2	8		18			32				2	6	10	2	2	6	1	2
92	U	2	8		18			32				2	6	10	3	2	6	1	2
93	Np	2	8		18			32				2	6	10	4	2	6	1	2
94	Pu	2	8		18			32				2	6	10	6	2	6		2
95	Am	2	8		18			32				2	6	10	7	2	6		2
96	Cm	2	8		18			32				2	6	10	7	2	6	1	2
97	Bk	2	8		18			32				2	6	10	9	2	6		2
98	Cf	2	8		18			32				2	6	10	10	2	6		2
99	Es	2	8		18			32				2	6	10	11	2	6		2
100	Fm	2	8		18			32				2	6	10	12	2	6		2
101	Md	2	8		18			32				2	6	10	13	2	6		2
102	No	2	8		18			32				2	6	10	14	2	6		2
103	Lr	2	8		18			32				2	6	10	14	2	6	1	2
104	Rf	2	8		18			32				2	6	10	14	2	6	2	2
105	Db	2	8		18			32				2	6	10	14	2	6	3	2

2.15. *A kvantumszámok és az elektroneloszlás kapcsolata*

Főkvantumszám	Héj	Mellékkvantumszám	Alhéj	Mágneses kvantumszám	Az atompályák száma	Az elektronok maximális száma	
$n = 1$	K	$l = 0$	1s	0	1	2	2
$n = 2$	L	$l = 0$	2s	0	1	2	8
		$l = 1$	2p	−1, 0, +1	3	6	
$n = 3$	M	$l = 0$	3s	0	1	2	18
		$l = 1$	3p	−1, 0, +1	3	6	
		$l = 2$	3d	−2, −1, 0, +1, +2	5	10	
$n = 4$	N	$l = 0$	4s	0	1	2	32
		$l = 1$	4p	−1, 0, +1	3	6	
		$l = 2$	4d	−2, −1, 0, +1, +2	5	10	
		$l = 3$	4f	−3, −2, −1, 0, +1, +2, +3	7	14	

2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxidációs állapotai

Egyes vegyületekben bizonyos atomok oxidációs száma törtszám is lehet. Ezeket a lehetőségeket a táblázat nem tartalmazza. A gyakori (különösen stabil) oxidációs állapotokat csillag jelöli. A vegyjel alatti számok negatív, a felettiek pozitív értéket jelentenek.

																7*	
															6*	6	
						5*								5*	5	5*	
					4*	4							4*	4	4*	4	
				3*	3	3						3*	3	3*	3	3*	
			2*	2	2	2	2				2*		2	2	2*	2	
1*		1*		1	1	1	1			1*		1	1	1	1	1*	
H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
1		1			1	1	1	1*		1			1	1	1	1*	
					2	2	2*						2	2	2*		
					3	3*							3	3*			
					4*								4*				

						7*										7	
					6*	6	6								6*		
				5*	5	5	5	5						5*		5*	
			4*	4	4*	4*	4	4	4	4			4*		4*	4	
		3*	3	3	3	3	3*	3*	3	3		3*	3	3*		3*	
	2*	2	2	2	2	2*	2*	2*	2*	2*	2*	2	2*	2	2*		2*
1*		1		1	1	1	1	1	1	1		1	1			1*	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
			1	1	1	1	1	1	1							1*	
					2	2	2								3*		
						3								3*			
													4*				

							8										8
						7*	7									7*	
					6*	6	6	6							6*		6*
				5*	5	5	5	5						5*	5	5*	
			4*	4	4*	4*	4*	4	4*				4*		4*		4*
		3*	3	3	3	3	3*	3*		3		3*		3*		3*	
	2*	2	2	2	2	2	2	2	2*	2	2*	2	2*		2*		2*
1*			1		1	1	1	1		1*		1				1*	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
				1	1	1		1								1*	
					2		2								2		
						3								3			
													4				

															4*	4	
														3*	3*	3*	
													2*	2	2	2	
													1*				
Cs	Ba	La	Ce	Pr													

															8		
														7	7		
													6*	6	6	6	
												5*	5	5	5	5	
												4	4*	4*	4*	4*	
												3	3	3	3	3	
												2	2	2	2	2	
													1	1	1	1	
												Ta	W	Re	Os	Ir	
												1	1	1		1	
													2		2		
														3			
												Pa	U	Np	Pu	Am	

2.17. Az elektronok kötés

Atompálya: az atomban ta
lag többé-kevésbé egy térr
színűséggel tartózkodik.

Pályaenergia: a szabad at
és az anyagmennyiség hán
azzal a kJ-ban kifejezett e
az adott pályán lévő 1 m
(elektronvolt) vagy aJ (att
A táblázat adatai gerjesztet
vannak, mert az elektron a

állapotai

záma törtszám is lehet. Ezeket a lehetősé-
ösen stabil) oxidációs állapotokat csillag
ozitív értéket jelentenek.

						7*	
					6*	6	
				5*	5	5*	
			4*	4	4*	4	
		3*	3	3*	3	3*	
	2*		2	2	2*	2	
1*		1	1	1	1	1*	
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
			1	1	1	1*	
			2	2	2*		
			3	3*			
			4*				

						7	
					6*		
				5*		5*	
			4*		4*	4	
		3*	3	3*		3*	
*	2*	2	2*	2	2*		2*
		1	1			1*	
Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
						1*	
					3*		
				3*			
			4*				

							8
						7*	
					6*		6*
				5*	5	5*	
			4*		4*		4*
		3*		3*		3*	
	2*	2	2*		2*		2*
		1				1*	
	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
						1*	
					2		
				3			
			4				

			4*	4						4							4*
		3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3
	2*	2	2	2	2		2	2*	2		2			2	2		2
1*									1	1							
Cs	Ba	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Hf

			8														
		7	7								7						
	6*	6	6	6	6						6						
5*	5	5	5	5	5					5		5					
4	4*	4*	4*	4*	4*				4*		4*						4*
3	3	3	3	3		3*		3*		3*		3				3*	3
2	2	2	2	2	2*	2	2*		2*		2*				2*		2
	1	1	1	1		1	1*	1*				1*		1*			
Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	Th
1	1	1		1								1*					
	2		2								2*						
		3								3							
									4								

		7	7														
	6*	6	5	6													
5*	5	5*	5	5													
4	4	4	4*	4	4	4	4						4*				
3	3	3	3	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*	3*					
				2			2	2	2	2	2						
Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs

2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban) a szabad atomok egyes alhéjain, pályáin

Atompálya: az atomban található elektron egy adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy térrésznek feleltethető meg, amelyben az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik.

Pályaenergia: a szabad atom az adott pályáján levő elektron kiszakításához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Szokásos mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik azzal a kJ-ban kifejezett energiával, amelyet ahhoz kell befektetnünk, hogy 1 mol atomból az adott pályán lévő 1 mol elektront kiszakítsuk. Egyetlen atomra is megadható, ekkor eV (elektronvolt) vagy aJ (attozsul) egységeket használunk.

A táblázat adatai gerjesztett atomok vizsgálatából keletkeztek. A csillaggal jelölt hiányok azért vannak, mert az elektron a gerjesztés következtében elhagyta az atomot.

2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban)... (folytatás)

Atom	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p
H	14							
He	26							
Li	66	*						
Be	111	*						
B	188	*	6					
C	284	*	7					
N	399	*	9					
O	632	24	7					
F	686	31	9					
Ne	887	46	18					
Na	1072	63	31	1				
Mg	1306	89	52	2				
Al	1660	118	73	1	*			
Si	1839	149	100	8	3			
P	2149	189	136	16	10			
S	2472	229	165	16	8			
Cl	2823	270	202	18	7			
Ar	3203	320	247	26	12			
K	3608	377	297	34	18		*	
Ca	4038	438	360	44	26		*	
Sc	4493	600	407	64	32	7	*	
Ti	4966	664	461	69	34	3	*	
V	5465	628	520	66	38	2	*	
Cr	6989	696	684	74	43	2	*	
Mn	6639	769	662	84	49	4	*	
Fe	7114	846	723	96	66	6	*	
Co	7709	926	794	101	60	3	*	
Ni	8333	1008	872	112	68	4	*	
Cu	8979	1096	961	120	74	2	*	
Zn	9659	1194	1044	137	87	9	*	
Ga	10 367	1298	1143	168	107	18	*	1
Ge	11 104	1413	1249	181	129	29	*	3
As	11 867	1627	1359	204	147	41	*	3
Se	12 658	1664	1476	232	168	67	*	6
Br	13 474	1782	1696	257	189	70	27	5
Kr	14 326	1921	1727	289	223	89	24	11

3. IONOK

Ion: olyan kémiai részecske, am
a részecske töltéssel rendelkezik
Atomsugár: a legkülső atompál
energiaszintjéhez tartozó állapo
amelyen belül az elektron 90 szá
pálya térbeli kiterjedése rosszul
Ionsugár: meghatározása azono
ionokra vonatkozik. A pozitív io
megfelelő semleges atoménál. A
ges pozitív töltéssel rendelkező
részecskék. Ezért a töltéseket n
adjuk meg, hanem oxidációs szá
Koordinációs szám: a kristályr

3.1. Anionok ionsugara

Anion: negatív töltésű ion.

Ion	Koordinációs szám	Ionsug
F^-	6	13
Cl^-	6	18
Br^-	6	19
I^-	6	22
OH^-	6	13

tatás)

3p	3d	4s	4p
*			
3			
10			
8			
7			
12			
18		*	
26		*	
32	7	*	
34	3	*	
38	2	*	
43	2	*	
49	4	*	
66	6	*	
60	3	*	
68	4	*	
74	2	*	
87	9	*	
107	18	*	1
129	29	*	3
147	41	*	3
168	67	*	6
189	70	27	5
223	89	24	11

3. IONOK

Ion: olyan kémiai részecske, amelyben a protonok és az elektronok száma különböző, vagyis a részecske töltéssel rendelkezik.

Atomsugár: a legkülső atompálya sugara. Az atompálya az atomban található elektron adott energiaszintjéhez tartozó állapot. Fizikailag többé-kevésbé egy olyan térrésznek felel meg, amelyen belül az elektron 90 százalékos valószínűséggel tartózkodik. Tekintve, hogy az atompálya térbeli kiterjedése rosszul definiált, az atomsugár is egyfajta átlagértéknek tekintendő.

Ionsugár: meghatározása azonos az atomsugáréval, de természetesen különböző töltésszámú ionokra vonatkozik. A pozitív ionok mérete mindig kisebb, a negatív ionoké mindig nagyobb a megfelelő semleges atoménál. A 3.2. táblázatban feltüntetett kationok sok esetben nem tényleges pozitív töltéssel rendelkező ionok, hanem kovalens kötéseikben pozitív oxidációs állapotú részecskék. Ezért a töltéseket nem felső indexben és nem a szám és az előjel sorrendjében adjuk meg, hanem oxidációs számként, index nélkül, előjel és szám sorrendben.

Koordinációs szám: a kristályrácsban a közvetlen szomszédok száma.

3.1. Anionok ionsugara

Anion: negatív töltésű ion.

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
F^-	6	133
Cl^-	6	181
Br^-	6	196
I^-	6	220
OH^-	6	137

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
O^{2-}	3	136
	6	140
S^{2-}	6	184
Se^{2-}	6	198
Te^{2-}	6	107

3.2. Kationok* ionsugara

Kation: pozitív töltésű ion.

Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)	Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)	Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
Ag(+1)	4	100		4	60		9	124
	6	115	Cu(+2)	4	57	Ni(+2)	4	44
Ag(+2)	4	79		6	73		6	69
	6	94	Fe(+2)	6	61	Ni(+3)	6	56
Al(+3)	4	39	Fe(+3)	4	49	P(+5)	4	17
	6	54		6	55	Pb(+2)	6	119
As(+3)	6	58	Ga(+3)	4	47		10	140
As(+5)	4	34		6	62	Pb(+4)	4	65
	6	46	Ge(+4)	4	39		6	78
Au(+1)	6	137		6	53	Pt(+2)	4	60
Au(+3)	4	64	Hg(+1)	6	119	Pt(+4)	6	63
	6	85	Hg(+2)	2	69	Ra(+2)	8	162
Ba(+2)	8	142		6	102		12	184
	12	161	I(+5)	3	44	Rb(+1)	8	161
Be(+2)	4	27	I(+7)	4	42		12	172
	6	45		6	53	S(+4)	6	37
Bi(+3)	6	103	K(+1)	8	151	S(+6)	4	37
Bi(+5)	6	76		12	164		6	29
Br(+5)	3	31	La(+3)	8	116	Sb(+3)	6	76
Br(+7)	4	25	Li(+1)	4	59	Sb(+5)	6	60
Ca(+2)	6	100		6	76	Se(+4)	6	50
	8	112	Mg(+2)	6	72	Se(+6)	4	50
Cd(+2)	4	78	Mn(+2)	6	67		6	42
	6	95	Mn(+3)	6	58	Si(+4)	4	26
	8	110	Mn(+4)	4	39	Sr(+2)	8	126
Cl(+5)	3	12		6	53		12	144
Cl(+7)	4	8	Mn(+5)	4	33	Ti(+3)	6	67
Co(+2)	6	65	Mn(+6)	4	26	Ti(+4)	6	61
Co(+3)	6	55	Mn(+7)	4	25	U(+3)	6	103
Cr(+2)	6	73	Mo(+3)	6	69	U(+4)	6	89
Cr(+3)	6	62	Mo(+4)	6	65	U(+5)	6	76
Cr(+6)	4	26	Mo(+5)	6	61	U(+6)	2	45
Cs(+1)	8	174	Mo(+6)	6	59		7	81
	12	188		7	73	Zn(+2)	4	60
Cu(+1)	2	46	Na(+1)	6	102		6	74

* kationok, illetve pozitív oxidációs számú poláris kovalens kötésben lévő atomok

3.3. A leggyakoribb összet

A meghatározásokat lásd a 3

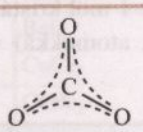
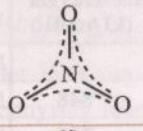
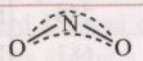
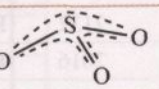
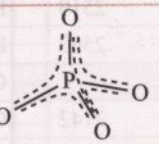
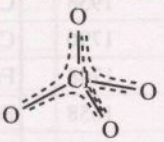
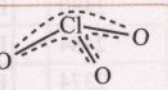
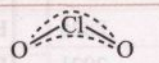
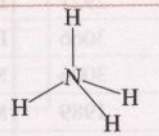
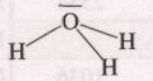
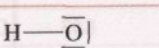
Név	Képlet
karbonátion	CO_3^{2-}
nitrátion	NO_3^-
nitrition	NO_2^-
szulfátion	SO_4^{2-}
szulfition	SO_3^{2-}
foszfátion	PO_4^{3-}
perklorátion	ClO_4^-
klorátion	ClO_3^-
klorition	ClO_2^-
ammóniumion	NH_4^+
oxóniumion	H_3O^+
hidroxidion	OH^-

ugár m)	Ion	Koordinációs szám	Ionsugár (pm)
60		9	124
57	Ni(+2)	4	44
73		6	69
61	Ni(+3)	6	56
49	P(+5)	4	17
55	Pb(+2)	6	119
47		10	140
62	Pb(+4)	4	65
39		6	78
53	Pt(+2)	4	60
19	Pt(+4)	6	63
69	Ra(+2)	8	162
02		12	184
44	Rb(+1)	8	161
42		12	172
53	S(+4)	6	37
51	S(+6)	4	37
64		6	29
16	Sb(+3)	6	76
59	Sb(+5)	6	60
76	Se(+4)	6	50
72	Se(+6)	4	50
67		6	42
58	Si(+4)	4	26
39	Sr(+2)	8	126
53		12	144
33	Ti(+3)	6	67
26	Ti(+4)	6	61
25	U(+3)	6	103
69	U(+4)	6	89
65	U(+5)	6	76
61	U(+6)	2	45
59		7	81
73	Zn(+2)	4	60
02		6	74

ötésben lévő atomok

3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellemzői

A meghatározásokat lásd a 313. oldalon.

Név	Képlet	Kötésszerkezet	Kötéshossz (pm)	Kötésszög	Alak
karbonátion	CO_3^{2-}		129	120°	síkháromszög
nitrátion	NO_3^-		122	120°	síkháromszög
nitrition	NO_2^-		115	114,9°	V alak
szulfátion	SO_4^{2-}		150	109,5°	tetraéder
szulfition	SO_3^{2-}		139	108,7°	piramis
foszfátion	PO_4^{3-}		156	109,5°	tetraéder
perklorátion	ClO_4^-		144	109,5°	tetraéder
klorátion	ClO_3^-		148	107,7°	piramis
klorition	ClO_2^-		157	110,5°	V alak
ammóniumion	NH_4^+		107	109,5°	tetraéder
oxóniumion	H_3O^+		95	106,2°	piramis
hidroxidion	OH^-		106	–	–

3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsenergiája

Rácsenergia: az adott kristályos anyag szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik az 1 mol kristályos anyagnak szabad részecskékké (gáz-halmazállapotú ionokká, molekulákká, atomokká) való felbontásához szükséges, kJ-ban kifejezett energiával.

Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
acetátok		*nitrátok*		NaF	923
$LiCH_3COO$	881	$LiNO_3$	848	NaCl	786
$NaCH_3COO$	763	$NaNO_3$	756	NaBr	747
KCH_3COO	682	KNO_3	687	NaI	704
$RbCH_3COO$	656	$RbNO_3$	658	KF	821
$CsCH_3COO$	682	$CsNO_3$	625	KCl	715
$Ca(CH_3COO)_2$	2294	$Mg(NO_3)_2$	2503	KBr	682
$Sr(CH_3COO)_2$	2166	$Ca(NO_3)_2$	2228	KI	649
$Ba(CH_3COO)_2$	2033	$Sr(NO_3)_2$	2132	RbF	785
ammóniumsók		$Ba(NO_3)_2$	2016	RbCl	689
NH_4HCO_3	741	$Mn(NO_3)_2$	2519	RbBr	660
NH_4NO_3	676	$Fe(NO_3)_2$	2563	RbI	630
NH_4HSO_4	640	*szulfátok*		CsF	740
$(NH_4)_2S$	2008	Li_2SO_4	2142	CsCl	657
$(NH_4)_2SO_4$	1777	Na_2SO_4	1938	CsBr	631
hidrogénkarbonátok		K_2SO_4	1796	CsI	604
$NaHCO_3$	818	Rb_2SO_4	1748	FrF	715
$KHCO_3$	736	Cs_2SO_4	1658	FrCl	632
$Ca(HCO_3)_2$	2402	$CaSO_4$	2480	FrBr	611
karbonátok		$SrSO_4$	2484	FrI	582
Li_2CO_3	2269	$BaSO_4$	2374	BeF_2	3150
Na_2CO_3	2030	$MnSO_4$	2825	$BeCl_2$	3004
K_2CO_3	1858	$FeSO_4$	2921	$BeBr_2$	2950
Rb_2CO_3	1795	$CuSO_4$	3066	BeI_2	2653
Cs_2CO_3	1702	$ZnSO_4$	3006	MgF_2	2913
$MgCO_3$	3122	Ag_2SO_4	1989	$MgCl_2$	2326
$CaCO_3$	2810	$PbSO_4$	2534	$MgBr_2$	2097
$SrCO_3$	2688	*halogenidek*		MgI_2	1944
$BaCO_3$	2554	LiF	1036	CaF_2	2609
$MnCO_3$	3151	LiCl	853	$CaCl_2$	2223
$FeCO_3$	3171	LiBr	807	$CaBr_2$	2132
$ZnCO_3$	3273	LiI	757	CaI_2	1905

Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
SrF_2	2476
$SrCl_2$	2127
$SrBr_2$	2008
SrI_2	1937
BaF_2	2341

3.5. Hidratált ionok képződés

Képződéshő: egy adott vegyüle
energiaváltozás és az anyagmer
gyezik 1 mol anyagnak standar
energiaváltozással. Megállapod
A képződéshők és a reakcióhő
a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

Ion	Képződéshő (kJ/mol
Ag^+	−127,01
Al^{3+}	−538,40
Br^-	−121,41
CO_3^{2-}	−675,23
Ca^{2+}	−543,00
Cd^{2+}	−75,92
Cl^-	−167,08
ClO_4^-	−128,10
Cs^+	−258,00
Cu^{2+}	64,9
F^-	−335,35
H^+	0,0000
HCO_3^-	−689,93
HPO_4^{2-}	−1299,0
HS^-	−16,3
HSO_4^-	−886,9

kékké (gáz-halmazállapotú ionokká, mo-
ergia és az anyagmennyiség hányadosa.
nol kristályos anyagnak szabad részecs-
omokká) való felbontásához szükséges,

energia /mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
	NaF	923
848	NaCl	786
756	NaBr	747
687	NaI	704
658	KF	821
625	KCl	715
2503	KBr	682
2228	KI	649
2132	RbF	785
2016	RbCl	689
1519	RbBr	660
1563	RbI	630
	CsF	740
2142	CsCl	657
1938	CsBr	631
1796	CsI	604
1748	FrF	715
1658	FrCl	632
1480	FrBr	611
1484	FrI	582
3374	BeF_2	3150
3825	$BeCl_2$	3004
2921	$BeBr_2$	2950
2066	BeI_2	2653
2906	MgF_2	2913
2389	$MgCl_2$	2326
2534	$MgBr_2$	2097
	MgI_2	1944
2636	CaF_2	2609
2253	$CaCl_2$	2223
2207	$CaBr_2$	2132
2057	CaI_2	1905

Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)	Vegyület	Rácsenergia (kJ/mol)
SrF_2	2476	$BaCl_2$	2033	CuI_2	835
$SrCl_2$	2127	$BaBr_2$	1950	AgF	953
$SrBr_2$	2008	BaI_2	1831	AgCl	864
SrI_2	1937	$CuCl_2$	921	AgBr	830
BaF_2	2341	$CuBr_2$	879	AgI	881

3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C-on

Képződéshő: egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

Ion	Képződéshő (kJ/mol)
Ag^+	−127,01
Al^{3+}	−538,40
Br^-	−121,41
CO_3^{2-}	−675,23
Ca^{2+}	−543,00
Cd^{2+}	−75,92
Cl^-	−167,08
ClO_4^-	−128,10
Cs^+	−258,00
Cu^{2+}	64,9
F^-	−335,35
H^+	0,0000
HCO_3^-	−689,93
HPO_4^{2-}	−1299,0
HS^-	−16,3
HSO_4^-	−886,9

Ion	Képződéshő (kJ/mol)
$H_2PO_4^{2-}$	−1302,6
Hg^{2+}	170,21
Hg_2^{2+}	166,87
I^-	−56,78
K^+	−252,14
Li^+	−278,47
Mg^{2+}	−467,0
NH_4^+	−133,26
NO_3^-	−206,85
Na^+	−240,34
OH^-	−230,01
Pb^{2+}	0.92
Rb^+	−251,12
SO_4^{2-}	−909,34
Sn^{2+}	−8,9
Zn^{2+}	−153,39

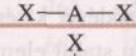
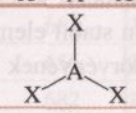
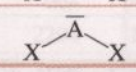
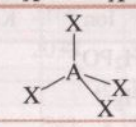
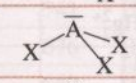
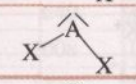
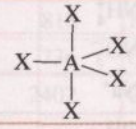
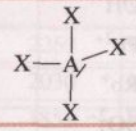
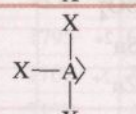
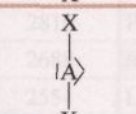
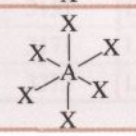
4.1. A molekulageometria alapszerkezetei

Molekula: meghatározott számú atomból kovalens kötéssel összekapcsolt, töltés nélküli kémiai részecske.

Molekulaalak: a molekula atomjainak összekapcsolódási formája.

Kötésszög: három atom között kialakuló kovalens kötések esetén a központi atom és a két kapcsolódó atom tömegközéppontjait összekötő egyenesek által bezárt szög.

X = ligandum (nem feltétlenül azonos), E = nemkötő elektronpár

Összetétel	Térszerkezet	Kötésszög	Molekulaalak
AX_2		180°	lineáris (egyenes)
AX_3		~ 120°	síkháromszög
AX_2E			V alak
AX_4		~ 109,5°	tetraéder
AX_3E			trigonális piramis
AX_2E_2			V alak
AXE_3		–	–
AX_5		~ 120° és ~ 90°	trigonális bipiramis
AX_4E			–
AX_3E_2		90°	T alak
AX_2E_3		180°	lineáris
AX_6		~ 90°	oktaéderes

4.2. Egyszerű molekulák,

Kötéshossz: két, kovalens k
tékegysége: pm.

Kötési energia: a kovalens
nyadosa. Mértékegysége kJ

képlet	A molekula jelle alak
H_2	–
N_2	–
P_4	–
O_2	–
O_3	V
F_2	–
Cl_2	–
Br_2	–
I_2	–
HF	–
HCl	–
HBr	–
HI	–
CH_4	tetraéder
CCl_4	tetraéder
H_2O	V
S_8	„korona”
SO_2	V
SO_3	síkháromszög
SF_6	oktaéder
H_2S	V
NH_3	trigonális piramis
PH_3	trigonális piramis
PF_3	trigonális piramis
PF_5	trigonális bipirami
PCl_3	trigonális piramis
PCl_5	trigonális bipirami
PBr_3	trigonális piramis
PI_3	trigonális piramis
CO	–
CO_2	lineáris
CS_2	lineáris

sel összekapcsolt, töltés nélküli ké-

formája.

ek esetén a központi atom és a két
k által bezárt szög.

ktronpár

	Molekulaalak
	lineáris (egyenes)
	síkháromszög
	V alak
	tetraéder
	trigonális piramis
	V alak
	–
	trigonális bipiramis
90°	
	–
	T alak
	lineáris
	oktaéderes

4.2. Egyszerű molekulák, illetve kovalens kötéseik jellemzői

Kötéshossz: két, kovalens kötéssel kapcsolódó atom tömegközéppontjai közötti távolság. Mértékegysége: pm.

Kötési energia: a kovalens kötés felbontásához szükséges energia és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol.

A molekula jellemzői			A kötés jellemzői		
képlet	alak	kötésszög (°)	jelölés	kötéshossz (pm)	kötési energia (kJ/mol)
H_2	–	–	H–H	74	436
N_2	–	–	N≡N	110	946
P_4	–	60	P–P	225	200
O_2	–	–	O=O	121	493
O_3	V	116,8	O–O	128	297
F_2	–	–	F–F	142	158
Cl_2	–	–	Cl–Cl	198	243
Br_2	–	–	Br–Br	228	193
I_2	–	–	I–I	266	151
HF	–	–	H–F	92	570
HCl	–	–	H–Cl	127	432
HBr	–	–	H–Br	141	366
HI	–	–	H–I	161	298
CH_4	tetraéder	109,5	C–H	109	439
CCl_4	tetraéder	109,5	C–Cl	177	328
H_2O	V	104,5	H–O	96	498
S_8	„korona"	107,8	S–S	204	?
SO_2	V	119	S=O	143	548
SO_3	síkháromszög	120	S=O	142	?
SF_6	oktaéder	90	S–F	158	420
H_2S	V	92,3	H–S	134	382
NH_3	trigonális piramis	107,8	H–N	102	449
PH_3	trigonális piramis	93,6	H–P	142	351
PF_3	trigonális piramis	96,3	F–P	156	?
PF_5	trigonális bipiramis	120 és 90	F–P	153 (ekv.), 158 (ax.)	?
PCl_3	trigonális piramis	100	Cl–P	204	?
PCl_5	trigonális bipiramis	120 és 90	Cl–P	202 (ekv.), 214 (ax.)	?
PBr_3	trigonális piramis	101	Br–P	222	?
PI_3	trigonális piramis	102	I–P	243	?
CO	–	–	C≡O	113	1071
CO_2	lineáris	180	C=O	116	725
CS_2	lineáris	180	C=S	155	430

4.3. A kötési energiák nagyságrendje

Elsőrendű kémiai kötések		80–850 kJ/mol
Másodrendű kémiai kötések	hidrogénkötés	8–40 kJ/mol
	dipólus–dipólus és diszperziós	0,8–12 kJ/mol

5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK

Elegy: olyan többkomponensű rendszer, amelyben az alkotók aránya nem kötött, és határfelület sincs benne.

Keverék: olyan többkomponensű rendszer, amelyben a komponenseket határfelület választja el.

Oldat: olyan többkomponensű rendszer, amelyben legalább az egyik komponens folyadék (ez az oldószer), az oldott anyagnak pedig nincs határfelülete.

5.1. A levegő összetétele

Összetevő	Mennyiség
állandó összetevők	
N_2	78,085 térfogat%
O_2	20,946 térfogat%
Ar	0,934 térfogat%
Ne	18,18 ppm
He	5,24 ppm
Kr	1,14 ppm
Xe	0,087 ppm
változó összetevők	
CO_2	0,032 térfogat% = 320 ppm
CH_4	2 ppm
H_2	0,5 ppm
N_2O	0,25 ppm
O_3	$(0–5) \cdot 10^{-2}$ ppm
erősen változó összetevők	
H_2O	$(0,4–400) \cdot 10^{2}$ ppm
CO	$(1–20) \cdot 10^{-2}$ ppm
NO_2	$(0–3) \cdot 10^{-3}$ ppm
NH_3	$(0–2) \cdot 10^{-2}$ ppm
SO_2	$(0–2) \cdot 10^{-3}$ ppm
H_2S	$(0–2) \cdot 10^{-3}$ ppm

A „ppm" jelentése milliomodrész (**p**art **p**er **m**illion); például cm^3/m^3-t jelent.
A kémiai gyakorlatban a levegő átlagos moláris tömegét 29 g/mol-nak vesszük.
További adatok a 191. oldalon találhatók.

5.2. Néhány gáz oldhatósá függvényében (10^5 Pa nyo

Képlet	0 °C	20 °C
H_2	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10$
O_2	$6,90 \cdot 10^{-3}$	$4,34 \cdot 10$
N_2	$2,94 \cdot 10^{-3}$	$1,90 \cdot 10$
Cl_2	1,46	0,729
HCl	82,3	72,1
H_2S	0,707	0,385
SO_2	22,8	11,3
NH_3	87,5	52,6
CO_2	0,335	0,169

5.3. Az ammónia vizes oldc (20 °C-on, 10^5 Pa nyomás

Sűrűség (g/cm^3)	Ammónia tömeg-százalék
0,998	0,047
0,990	1,89
0,980	4,27
0,970	6,75
0,960	9,34
0,950	12,03
0,940	14,88

5.4. Etanol–víz elegy etanc

Tömeg%	Sűrűség (g/cm^3)	Tö
1	0,9964	
3	0,9928	
5	0,9894	
10	0,9819	
15	0,9751	
20	0,9686	

	80–850 kJ/mol
	8–40 kJ/mol
	0,8–12 kJ/mol

ɔtók aránya nem kötött, és határfelü-

komponenseket határfelület választ-

ɔb az egyik komponens folyadék (ez

/m^3-t jelent.
ɔl-nak vesszük.

5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében (10^5 Pa nyomáson)

Képlet	0 °C	20 °C	40 °C	60 °C	80 °C	90 °C	100 °C
H_2	$1{,}92 \cdot 10^{-4}$	$1{,}60 \cdot 10^{-4}$	$1{,}38 \cdot 10^{-4}$	$1{,}18 \cdot 10^{-4}$	$0{,}79 \cdot 10^{-4}$	$0{,}46 \cdot 10^{-4}$	0
O_2	$6{,}90 \cdot 10^{-3}$	$4{,}34 \cdot 10^{-3}$	$3{,}08 \cdot 10^{-3}$	$2{,}27 \cdot 10^{-3}$	$1{,}38 \cdot 10^{-3}$	$0{,}79 \cdot 10^{-3}$	0
N_2	$2{,}94 \cdot 10^{-3}$	$1{,}90 \cdot 10^{-3}$	$1{,}39 \cdot 10^{-3}$	$1{,}05 \cdot 10^{-3}$	$0{,}66 \cdot 10^{-3}$	$0{,}38 \cdot 10^{-3}$	0
Cl_2	1,46	0,729	0,459	0,330	0,223	0,127	0
HCl	82,3	72,1	63,3	56,1	–	–	–
H_2S	0,707	0,385	0,236	0,148	0,077	0,041	–
SO_2	22,8	11,3	5,41	–	–	–	–
NH_3	87,5	52,6	30,7	–	15,4	–	7,4
CO_2	0,335	0,169	0,097	0,058	–	–	–

5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on, 10^5 Pa nyomáson)

Sűrűség (g/cm^3)	Ammóniatartalom	
	tömeg-százalék	tömeg-koncentráció (g/dm^3)
0,998	0,047	0,463
0,990	1,89	18,71
0,980	4,27	41,85
0,970	6,75	65,48
0,960	9,34	89,66
0,950	12,03	114,29
0,940	14,88	139,87

Sűrűség (g/cm^3)	Ammóniatartalom	
	tömeg-százalék	tömeg-koncentráció (g/dm^3)
0,930	17,85	166,01
0,920	20,88	192,10
0,910	24,03	218,67
0,900	27,33	245,97
0,890	30,68	273,05
0,880	34,35	302,28

5.4. Etanol–víz elegy etanoltartalma és sűrűsége (20 °C-on)

Tömeg%	Sűrűség (g/cm^3)
1	0,9964
3	0,9928
5	0,9894
10	0,9819
15	0,9751
20	0,9686

Tömeg%	Sűrűség (g/cm^3)
25	0,9617
30	0,9538
35	0,9449
40	0,9352
45	0,9247
50	0,9138

Tömeg%	Sűrűség (g/cm^3)
55	0,9026
60	0,8911
65	0,8795
70	0,8677
75	0,8556
80	0,8434

Tömeg%	Sűrűség (g/cm^3)
85	0,8310
90	0,8180
95	0,8042
97	0,7985
99	0,7924
100	0,7893

5.5. Néhány folyadék molális fagyáspontcsökkenése és forráspont-emelkedése

Molalitás (Raoult-koncentráció): olyan koncentrációfajta, amely az 1000 g oldószerben oldott anyag anyagmennyiségét adja meg mólban.

Oldószer	Krioszkópos állandó (molális fagyáspontcsökkenés) (K · kg/mol)	Ebullioszkópos állandó (molális forráspont-emelkedés) (K · kg/mol)
anilin	5,23	3,82
benzol	5,07	2,64
ciklohexán	20,8	2,92
ciklohexanol	42,2	3,5
dimetil-szulfoxid	3,85	3,22
1,4-dioxán	4,63	3,01
ecetsav	3,63	3,22
etilénglikol	3,11	2,26
fenol	6,84	3,54
nitrobenzol	6,87	5,2
piridin	4,26	2,83
toluol	3,55	3,40
víz	1,86	0,513

5.6. Szervetlen vegyületek ol

(A számok az adott hőmérsékleten

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$AgClO_2$	0,17	0,31	0,47	0,55	0,64	0,82	1,02	1,22	1,44	1,66	1,88	2,11
$AgClO_4$	81,6	83,0	84,2	84,8	85,3	86,3	86,9	87,5	87,9	88,3	88,6	88,8
$AgNO_3$	55,9	62,3	67,8	70,1	72,3	76,1	79,2	81,7	83,8	85,4	86,7	87,8
Ag_2SO_4	0,56	0,67	0,78	0,83	0,88	0,97	1,05	1,13	1,20	1,26	1,32	1,39
$AlCl_3$	30,84	30,91	31,03	31,10	31,18	31,37	31,60	31,87	32,17	32,51	32,90	33,32
AlF_3	0,25	0,34	0,44	0,50	0,56	0,68	0,81	0,96	1,11	1,28	1,45	1,64
									53,8			61,5
							47,3	50,4				
					42,0	44,5						
				40,8								
			39,9									
		38,2										
	37,0											

s forráspont-emelkedése

, amely az 1000 g oldószerben oldott

Ebullioszkópos állandó (molális orráspont-emelkedés) (K · kg/mol)
3,82
2,64
2,92
3,5
3,22
3,01
3,22
2,26
3,54
5,2
2,83
3,40
0,513

5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken

(A számok az adott hőmérsékleten telített oldat tömegszázalékos összetételét mutatják.)

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$AgClO_2$	0,17	0,31	0,47	0,55	0,64	0,82	1,02	1,22	1,44	1,66	1,88	2,11
$AgClO_4$	81,6	83,0	84,2	84,8	85,3	86,3	86,9	87,5	87,9	88,3	88,6	88,8
$AgNO_3$	55,9	62,3	67,8	70,1	72,3	76,1	79,2	81,7	83,8	85,4	86,7	87,8
Ag_2SO_4	0,56	0,67	0,78	0,83	0,88	0,97	1,05	1,13	1,20	1,26	1,32	1,39
$AlCl_3$	30,84	30,91	31,03	31,10	31,18	31,37	31,60	31,87	32,17	32,51	32,90	33,32
AlF_3	0,25	0,34	0,44	0,50	0,56	0,68	0,81	0,96	1,11	1,28	1,45	1,64
$Al(NO_3)_3$	37,0	38,2	39,9	40,8	42,0	44,5	47,3	50,4	53,8			61,5
$Al_2(SO_4)_3$	27,5			27,8	28,2	29,2	30,7	32,6	34,9	37,6	40,7	44,2
As_2O_3	1,19	1,48	1,80	2,01	2,27	2,86	3,43	4,11	4,89	5,77	6,72	7,71
$BaBr_2$	47,6	48,5	49,5	50,0	50,4	51,4	52,5	53,5	54,5	55,5	56,6	57,6
$Ba(BrO_3)_2$	0,285	0,442	0,656	0,788	0,935	1,30	1,74	2,27	2,90	3,61	4,40	5,25
$BaCl_2$	23,30	24,88	26,33	27,03	27,70	29,00	30,27	31,53	32,81	34,14	35,54	37,05
$Ba(ClO_3)_2$	16,90	21,23	23,66	27,50	29,43	33,16	36,69	40,05	43,04	45,90	48,70	51,17
$Ba(ClO_4)_2$	67,30	70,96	74,30	75,75	77,05	79,23	80,92	82,21	83,16	83,88	84,43	84,90
BaI_2	62,5	64,7	67,3	68,8	69,1	69,5	70,1	70,7	71,3	72,0	72,7	73,4
$Ba(IO_3)_2$	0,0182	0,0262	0,0342	0,0396	0,045	0,058	0,073	0,090	0,109	0,131	0,156	0,182
$Ba(NO_2)_2$	31,1	36,6	41,8	44,3	46,8	51,6	56,2	60,5	64,6	68,5	72,1	75,6
$Ba(NO_3)_2$	4,7	6,3	8,2	9,3	10,2	12,4	14,7	17,0	19,3	21,5	23,5	25,5
$Ba(OH)_2$	1,67			4,68	8,4	19	33	52	74	100		
BaS	2,79	4,78	6,97	8,21	9,58	12,67	16,18	20,05	24,19	28,55	33,04	37,61
$BeSO_4$	26,69	27,58	28,61	29,22	29,90	31,51	33,39	35,50	37,78	40,21	42,72	45,28
$CaBr_2$	55	56	59	61	63	68	71	73				
$CaCl_2$	36,70	39,19	42,13	44,83	49,12	52,85	56,05	56,73	57,44	58,21	59,04	59,94
$Ca(ClO_3)_2$	63,2	64,2	65,5	66,3	67,2	69,0	71,0	73,2	75,5	77,4	77,7	78,0

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
CaI_2	64,6	66,0	67,6	68,3	69,0	70,8	72,4	74,0	76,0	78,0	79,6	81,0
$Ca(IO_3)_2$	0,082	0,155	0,243	0,305	0,384	0,517	0,590	0,652	0,811	0,665	0,668	
$Ca(NO_3)_2$	50,1	53,1	56,7	59,0	60,9	65,4	77,8	78,1	78,2	78,3	78,4	78,5
$CaSO_3$			0,0059	0,0054	0,0049	0,0041	0,0035	0,0030	0,0026	0,0023	0,0020	0,0019
$CaSO_4$	0,174	0,191	0,202	0,205	0,208	0,210	0,207	0,201	0,193	0,184	0,173	0,163
$CdBr_2$	36,0	43,0	49,9	53,4	56,4	60,3	60,3	60,5	60,7	60,9	61,3	61,6
$CdCl_2$	47,2	50,1	53,2	54,6	56,3	57,3	57,5	57,8	58,1	58,51	58,98	59,5
CdI_2	44,1	44,9	45,8	46,3	46,8	47,9	49,0	50,2	51,5	52,7	54,1	55,4
$Cd(NO_3)_2$	55,4	57,1	59,6	61,0	62,8	66,5	70,6	86,1	86,5	86,8	87,1	87,4
$CdSO_4$	43,1	43,1	43,2	43,4	43,6	44,1	43,5	42,5	41,4	40,2	38,5	36,7
$CdSeO_4$	42,04	40,59	39,02	38,18	37,29	35,35	33,15	30,65	27,84	24,69	21,24	17,49
$Ce(NO_3)_3$	57,99	59,80	61,89	63,05	64,31	67,0	68,6	71,1	74,9	79,2	80,9	83,1
$CoCl_2$	30,30	32,60	34,87	35,99	37,10	39,27	41,38	43,46	45,50	47,51	49,51	51,50
CoI_2	58,00	61,78	65,35	66,99	68,51	71,17	73,41	75,29	76,89	78,28	79,52	80,70
$Co(NO_3)_2$	45,5	47,0	49,4	50,8	52,4	56,0	60,1	62,6	64,9	67,7		
$CoSO_4$	19,9	23,0	26,1	27,7	29,2	32,3	34,4	35,9	35,5	33,2	30,6	27,8
CrO_3	62,2	62,3	62,6	62,8	63,0	63,5	64,1	64,7	65,5	66,2	67,1	67,9
$CsBrO_3$	1,16	1,93	3,01	3,69	4,46	6,32	8,60	11,32	14,45	17,96	21,83	25,98
$CsCl$	61,83	63,48	64,96	65,64	66,29	67,50	68,60	69,61	70,54	71,40	72,21	72,96
$CsClO_3$	2,40	3,87	5,94	7,22	8,69	12,15	16,33	21,14	26,45	32,10	37,89	43,42
$CsClO_4$	0,79	1,01	1,51	1,96	2,57	4,28	6,55	9,29	12,41	15,80	19,39	23,07
CsI	30,9	37,2	43,2	45,9	48,6	53,3	57,3	60,7	63,6	65,9	67,7	69,2
$CsIO_3$	1,08	1,58	2,21	2,59	3,02	3,96	5,06	6,29	7,70	9,20	10,79	12,45
$CsNO_3$	8,46	13,0	18,6	21,8	25,1	32,0	39,0	45,7	51,9	57,3	62,1	66,2

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
Cs_2SO_4	62,6	63,4	64,1	64,5	64,8	65,5	66,1	66,7	67,3	67,8	68,3	68,8
$CuCl_2$	40,8	41,7	42,6	43,1	43,7	44,8	46,0	47,2	48,5	49,9	51,3	52,7
$Cu(NO_3)_2$	45,2	49,8	56,3	59,2	61,1	62,0	63,1	64,5	65,9	67,5	69,2	71,0
$CuSO_4$	12,4	14,4	16,7	18,0	19,3	22,2	25,4	28,8	32,4	36,3	40,3	43,5

$CoSO_4$	19,9	23,0	26,1	27,7	29,2	32,3	34,4	35,9	35,5	33,2	30,6	27,8
CrO_3	62,2	62,3	62,6	62,8	63,0	63,5	64,1	64,7	65,5	66,2	67,1	67,9
$CsBrO_3$	1,16	1,93	3,01	3,69	4,46	6,32	8,60	11,32	14,45	17,96	21,83	25,98
$CsCl$	61,83	63,48	64,96	65,64	66,29	67,50	68,60	69,61	70,54	71,40	72,21	72,96
$CsClO_3$	2,40	3,87	5,94	7,22	8,69	12,15	16,33	21,14	26,45	32,10	37,89	43,42
$CsClO_4$	0,79	1,01	1,51	1,96	2,57	4,28	6,55	9,29	12,41	15,80	19,39	23,07
CsI	30,9	37,2	43,2	45,9	48,6	53,3	57,3	60,7	63,6	65,9	67,7	69,2
$CsIO_3$	1,08	1,58	2,21	2,59	3,02	3,96	5,06	6,29	7,70	9,20	10,79	12,45
$CsNO_3$	8,46	13,0	18,6	21,8	25,1	32,0	39,0	45,7	51,9	57,3	62,1	66,2

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
Cs_2SO_4	62,6	63,4	64,1	64,5	64,8	65,5	66,1	66,7	67,3	67,8	68,3	68,8
$CuCl_2$	40,8	41,7	42,6	43,1	43,7	44,8	46,0	47,2	48,5	49,9	51,3	52,7
$Cu(NO_3)_2$	45,2	49,8	56,3	59,2	61,1	62,0	63,1	64,5	65,9	67,5	69,2	71,0
$CuSO_4$	12,4	14,4	16,7	18,0	19,3	22,2	25,4	28,8	32,4	36,3	40,3	43,5
$FeCl_3$	42,7	44,9	47,9	47,7	51,6	74,8	76,7	84,6	84,3	84,3	84,4	84,7
$FeSO_4$	13,5	17,0	20,8	22,8	24,8	28,8	32,8	35,5	33,6	30,4	27,1	24,0
$Gd(NO_3)_3$	56,3	57,7	59,2	60,1	61,0	62,9	65,2	67,9	71,5			
HIO_3	73,45	74,10	74,98	75,48	76,03	77,20	78,46	79,78	81,13	82,48	83,82	85,14
H_3BO_3	2,61	3,57	4,77	5,48	6,27	8,10	10,3	12,9	15,9	19,3	23,1	27,3
$HgBr_2$	0,26	0,37	0,52	0,61	0,72	0,96	1,26	1,63	2,08	2,61	3,23	3,95
$Hg(CN)_2$	6,57	7,83	9,33	10,2	11,1	13,1	15,5	18,2	21,2	24,6	28,3	32,3
$HgCl_2$	4,24	5,05	6,17	6,81	7,62	9,53	12,02	15,18	19,16	24,06	29,90	36,62
HgI_2			0,0041	0,0055	0,0072	0,0122	0,0199					
Hg_2SO_4	0,038	0,043	0,048	0,051	0,054	0,059	0,065	0,070	0,076	0,082	0,088	0,093
KBF_4	0,28	0,34	0,45	0,55	0,75	1,38	2,09	2,82	3,58	4,34	5,12	5,90
KBr	35,0	37,3	39,4	40,4	41,4	43,2	44,8	46,2	47,6	48,8	49,8	50,8
$KBrO_3$	2,97	4,48	6,42	7,55	8,79	11,57	14,71	18,14	21,79	25,57	29,42	33,28
KCH_3COO	68,40	70,29	72,09	72,92	73,70	75,08	76,27	77,31	78,22	79,04	79,80	80,55
KCl	21,74	23,61	25,39	26,22	27,04	28,59	30,04	31,40	32,66	33,86	34,99	36,05
$KClO_3$	3,03	4,67	6,74	7,93	9,21	12,06	15,26	18,78	22,65	26,88	31,53	36,65
$KClO_4$	0,70	1,10	1,67	2,04	2,47	3,54	4,94	6,74	8,99	11,71	14,94	18,67
KF	30,90	39,8	47,3	50,41	53,2	60,0						
$KHCO_3$	18,62	21,73	24,92	26,6	28,13	31,32	34,46	37,51	40,45			
$KHSO_4$	27,1	29,7	32,3	33,6	35,0	37,8	40,5	43,4	46,2	49,02	51,82	54,6

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
KH_2PO_4	11,74	14,91	18,25	19,97	21,77	25,28	28,95	32,76	36,75	40,96	45,41	50,12
KI	56,0	57,6	59,0	59,7	60,4	61,6	62,8	63,8	64,8	65,7	66,6	67,4
KIO_3	4,53	5,96	7,57	8,44	9,34	11,09	13,22	15,29	17,41	19,58	21,78	24,03
KIO_4	0,16	0,22	0,37	0,51	0,70	1,24	1,96	2,83	3,82	4,89	6,02	7,17
$KMnO_4$	2,74	4,12	5,96	7,06	8,28	11,11	14,42	18,16				
KNO_2	73,7	74,6	75,3	75,7	76,0	76,7	77,4	78,0	78,5	79,1	79,6	80,1
KNO_3	12,0	17,6	24,2	27,7	31,3	38,6	45,7	52,2	58,0	63,0	67,3	70,8
KOH	48,7	50,8	53,2	54,7	56,1	57,9	58,6	59,5	60,6	61,8	63,1	64,6
KSCN	63,8	66,4	69,1	70,4	71,6	74,1	76,5	78,9	81,1	83,3	85,3	87,3
K_2CO_3	51,3	51,7	52,3	52,7	53,1	54,0	54,9	56,0	57,2	58,4	59,6	61,0
K_2CrO_4	37,1	38,1	38,9	39,4	39,8	40,5	41,3	41,9	42,6	43,2	43,8	44,3
$K_2Cr_2O_7$	4,30	7,12	10,9	13,1	15,5	20,8	26,3	31,7	36,9	41,5	45,5	48,9
K_2HPO_4	57,0	59,1	61,5	62,7	64,1	67,7		72,7				
K_2SO_3	51,30	51,39	51,49	51,55	51,62	51,76	51,93	52,11	52,32	52,54	52,79	53,06
K_2SO_4	7,11	8,46	9,95	10,7	11,4	12,9	14,2	15,5	16,7	17,7	18,6	19,3
$K_2S_2O_5$	22,1	26,7	31,1	33,1	35,2	39,0	42,6	46,0	49,1	52,0	54,6	
K_2SeO_4	52,70	52,93	53,17	53,30	53,43	53,70	53,99	54,30	54,61	54,94	55,26	55,60
$K_3[Fe(CN)_6]$	23,9	27,6	31,1	32,8	34,3	37,2	39,6	41,7	43,5	45,0	46,1	47,0
K_3PO_4	44,3			51,4								
$K_4[Fe(CN)_6]$	12,5	17,3	22,0	23,9	25,6	29,2	32,5	35,5	38,2	40,6	41,4	43,1
$LaCl_3$	49,0	48,5	48,6	48,9	49,3	50,5	52,1	54,0	56,3	58,9	61,7	
$La(NO_3)_3$	55,0	56,9	58,9	60,0	61,1	63,6	66,3	69,9	74,1			
LiBr	58,4	60,1	62,7	64,4	65,9	67,8	68,3	69,0	69,8	70,7	71,7	72,8
$LiBrO_3$	61,03	62,62	64,44	65,44	66,51	68,90	71,68	73,24	74,43	75,66	76,93	78,32

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$LiCH_3COO$	23,76	26,49	29,42	31,02	32,72	36,48	40,65	45,15	49,93	54,91	60,04	65,26
LiCl	40,45	42,46	45,29	45,81	46,25	47,30	48,47	49,78	51,27	52,98	54,98	56,34
$LiClO_3$	73,2	75,6	80,8	82,1	83,4	85,9	87,1	88,2	89,6	91,3	93,4	95,7
$LiClO_4$	30,1	32,6	35,5	37,0	38,6	41,9	45,5	49,2	53,2	57,2	61,3	71,4
LiI	59,4	60,5	61,7	62,3	63,0	64,3	65,8	67,3	68,8	81,3	81,7	82,6
$LiNO_2$	41	45	49	51	53	56	60	63	66	68		
$LiNO_3$	34,8	37,6	42,7	50,5	57,9	60,1	62,2	64,0	65,7	67,2	68,5	69,7

$K_2S_2O_5$	22,1	26,7	31,1	33,1	35,2	39,0	42,6	46,0	49,1	52,0	54,6	
K_2SeO_4	52,70	52,93	53,17	53,30	53,43	53,70	53,99	54,30	54,61	54,94	55,26	55,60
$K_3[Fe(CN)_6]$	23,9	27,6	31,1	32,8	34,3	37,2	39,6	41,7	43,5	45,0	46,1	47,0
K_3PO_4	44,3			51,4								
$K_4[Fe(CN)_6]$	12,5	17,3	22,0	23,9	25,6	29,2	32,5	35,5	38,2	40,6	41,4	43,1
$LaCl_3$	49,0	48,5	48,6	48,9	49,3	50,5	52,1	54,0	56,3	58,9	61,7	
$La(NO_3)_3$	55,0	56,9	58,9	60,0	61,1	63,6	66,3	69,9	74,1			
LiBr	58,4	60,1	62,7	64,4	65,9	67,8	68,3	69,0	69,8	70,7	71,7	72,8
$LiBrO_3$	61,03	62,62	64,44	65,44	66,51	68,90	71,68	73,24	74,43	75,66	76,93	78,32

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$LiCH_3COO$	23,76	26,49	29,42	31,02	32,72	36,48	40,65	45,15	49,93	54,91	60,04	65,26
LiCl	40,45	42,46	45,29	45,81	46,25	47,30	48,47	49,78	51,27	52,98	54,98	56,34
$LiClO_3$	73,2	75,6	80,8	82,1	83,4	85,9	87,1	88,2	89,6	91,3	93,4	95,7
$LiClO_4$	30,1	32,6	35,5	37,0	38,6	41,9	45,5	49,2	53,2	57,2	61,3	71,4
LiI	59,4	60,5	61,7	62,3	63,0	64,3	65,8	67,3	68,8	81,3	81,7	82,6
$LiNO_2$	41	45	49	51	53	56	60	63	66	68		
$LiNO_3$	34,8	37,6	42,7	50,5	57,9	60,1	62,2	64,0	65,7	67,2	68,5	69,7
LiOH	10,8	10,8	11,0	11,1	11,3	11,7	12,2	12,7	13,4	14,2	15,1	16,1
Li_2CO_3	1,54	1,43	1,33	1,28	1,24	1,15	1,07	0,99	0,92	0,85	0,78	0,72
Li_2HPO_3	9,07	8,40	7,77	7,47	7,18	6,64	6,16	5,71	5,30	4,91	4,53	4,16
Li_2SO_4	26,3	25,9	25,6	25,5	25,3	25,0	24,8	24,5	24,3	24,0	23,8	23,6
$MgBr_2$	49,3	49,8	50,3	50,6	50,9	51,5	52,1	52,8	53,5	54,2	55,0	55,7
$Mg(BrO_3)_2$	43,0	45,2	48,0	49,4	51,0	54,3	57,9	61,6	65,3	69,0	70,9	71,7
$Mg(CH_3COO)_2$	36,18	37,55	38,92	39,61								
$MgCl_2$	33,96	34,85	35,58	35,90	36,20	36,77	37,34	37,97	38,71	39,62	40,75	42,15
$Mg(ClO_3)_2$	53,35	54,40	56,81	58,66	60,91	65,46	67,33	69,27	71,01	72,44	73,48	
$Mg(ClO_4)_2$	47,8	48,7	49,6	50,1	50,5	51,3	52,1					
MgI_2	54,7	56,1	58,2	59,4	60,8	63,9	65,0	65,0	65,0	65,0	65,1	65,2
$Mg(IO_3)_2$	3,19	6,70	7,92	8,52	9,11	10,45	11,99	13,7	15,6	17,6	19,6	
$Mg(NO_3)_2$	38,4	39,5	40,8	41,6	42,4	44,1	45,9	47,9	50,0	52,2	70,6	72,0
$MgSO_3$	0,32	0,37	0,46	0,52	0,61	0,87	0,85	0,76	0,69	0,64	0,62	0,60
$MgSO_4$	18,2	21,7	25,1	26,3	28,2	30,9	33,4	35,6	36,9	35,9	34,7	33,3
$MnBr_2$	56,00	57,72	59,39	60,19	60,96	62,41	63,75	65,01	66,19	67,32	68,42	69,50
$MnCl_2$	38,7	40,6	42,5	43,6	44,7	47,0	49,4	54,1	54,7	55,2	55,7	56,1

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$MnSO_4$	34,6	37,3	38,6	38,9	38,9	37,7	36,3	34,6	32,8	30,8	28,8	26,7
NH_4Br	37,5	40,2	42,7	43,9	45,1	47,3	49,4	51,3	53,0	54,6	56,1	57,4
NH_4Cl	22,92	25,12	27,27	28,34	29,39	31,46	33,50	35,49	37,46	39,40	41,33	43,24
NH_4ClO_4	10,8	14,1	17,8	19,7	21,7	25,8	29,8	33,6	37,3	40,7	43,8	46,6
NH_4F	41,7	43,2	44,7	45,5	46,3	47,8	49,3	50,9	52,5	54,1		
NH_4HCO_3	10,6	13,7	17,6	19,9	22,4	27,9	34,2	41,4	49,3	58,1	67,6	78,0
$NH_4H_2AsO_4$	25,2	29,0	32,7	34,5	36,3	39,7	43,1	46,2	49,3	52,2	55,0	
$NH_4H_2PO_4$	17,8	22,0	26,4	28,8	31,2	36,2	41,6	47,2	53,0	59,2	65,7	72,4
NH_4I	60,7	62,1	63,4	64,0	64,6	65,8	66,8	67,8	68,7	69,6	70,4	71,1
NH_4NO_3	54,0	60,1	65,5	68,0	70,3	74,3	77,7	80,8	83,4	85,8	88,2	90,3
$(NH_4)_2C_2O_4$	2,31	3,11	4,25	4,94	5,73	7,56	9,73	12,2	15,1	18,3	21,8	25,7
$(NH_4)_2HPO_4$	36,4	38,2	40,0	41,0	42,0	44,1	46,2	48,5	50,9	53,3	55,9	58,6
$(NH_4)_2S_2O_5$	65,5	67,9	69,8	70,5	71,3	72,3	72,9	73,1				
$(NH_4)_2S_2O_8$	37,00	40,45	43,84	45,49	47,11	50,25	53,28	56,23	59,13	62,00		
$(NH_4)_2SO_3$	32,2	34,9	37,7	39,1	40,6	43,7	47,0	50,6	54,5	58,9		
$(NH_4)_2SO_4$	41,3	42,1	42,9	43,3	43,8	44,7	45,6	46,6	47,5	48,5	49,5	50,5
NaBr	44,4	45,9	47,7	48,6	49,6	51,6	53,7	54,1	54,3	54,5	54,7	54,9
$NaBrO_3$	20,0	23,22	26,65	28,28	29,86	32,83	35,55	38,05	40,37	42,52		
NaHCOO	30,8	37,9	45,7	48,7	50,6	52,0	53,5	55,0				
$NaCH_3COO$	26,5	28,8	31,8	33,5	35,5	39,9	45,1	58,3	59,3	60,5	61,7	62,9
NaCl	26,28	26,32	26,41	26,45	26,52	26,67	26,84	27,03	27,25	27,50	27,78	28,05
$NaClO_3$	44,27	46,67	49,3	50,1	51,2	53,6	55,5	57,0	58,5	60,5	63,3	67,1
$NaClO_4$	61,9	64,1	66,2	67,2	68,3	70,4	72,5	74,1	74,7	75,4	76,1	76,7
NaF	3,52	3,72	3,89	3,97	4,05	4,20	4,34	4,46	4,57	4,66	4,75	4,82

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$NaHCO_3$	6,48	7,59	8,73	9,32	9,91	11,13	12,40	13,70	15,02	16,37	17,73	19,10
NaH_2PO_4	36,54	41,07	46,00	48,68	51,54	57,89	61,7	62,3	65,9	68,7		
NaI	61,2	62,4	63,9	64,8	65,7	67,7	69,8	72,0	74,7	74,8	74,9	75,1
$NaIO_3$	2,43	4,40	7,78	8,65	9,60	11,67	13,99	16,52	19,25	21,1	22,9	24,7
$NaNO_2$	41,9	43,4	45,1	45,9	46,8	48,7	50,7	52,8	55,0	57,2	59,5	61,8
$NaNO_3$	42,2	44,4	46,6	47,7	48,8	51,0	53,2	55,3	57,5	59,6	61,7	63,8
NaOH	30	39	46	50	53	58	63	67	71	74	76	79

$(NH_4)_2SO_4$	41,3	42,1	42,9	43,3	43,8	44,7	45,6	46,6	47,5	48,5	49,5	50,5
NaBr	44,4	45,9	47,7	48,6	49,6	51,6	53,7	54,1	54,3	54,5	54,7	54,9
$NaBrO_3$	20,0	23,22	26,65	28,28	29,86	32,83	35,55	38,05	40,37	42,52		
NaHCOO	30,8	37,9	45,7	48,7	50,6	52,0	53,5	55,0				
$NaCH_3COO$	26,5	28,8	31,8	33,5	35,5	39,9	45,1	58,3	59,3	60,5	61,7	62,9
NaCl	26,28	26,32	26,41	26,45	26,52	26,67	26,84	27,03	27,25	27,50	27,78	28,05
$NaClO_3$	44,27	46,67	49,3	50,1	51,2	53,6	55,5	57,0	58,5	60,5	63,3	67,1
$NaClO_4$	61,9	64,1	66,2	67,2	68,3	70,4	72,5	74,1	74,7	75,4	76,1	76,7
NaF	3,52	3,72	3,89	3,97	4,05	4,20	4,34	4,46	4,57	4,66	4,75	4,82

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$NaHCO_3$	6,48	7,59	8,73	9,32	9,91	11,13	12,40	13,70	15,02	16,37	17,73	19,10
NaH_2PO_4	36,54	41,07	46,00	48,68	51,54	57,89	61,7	62,3	65,9	68,7		
NaI	61,2	62,4	63,9	64,8	65,7	67,7	69,8	72,0	74,7	74,8	74,9	75,1
$NaIO_3$	2,43	4,40	7,78	8,65	9,60	11,67	13,99	16,52	19,25	21,1	22,9	24,7
$NaNO_2$	41,9	43,4	45,1	45,9	46,8	48,7	50,7	52,8	55,0	57,2	59,5	61,8
$NaNO_3$	42,2	44,4	46,6	47,7	48,8	51,0	53,2	55,3	57,5	59,6	61,7	63,8
NaOH	30	39	46	50	53	58	63	67	71	74	76	79
NaSCN	52,9	57,1	60,2	62,7	63,5	64,2	65,0	65,9	66,9	67,9	69,0	
$Na_2B_4O_7$	1,23	1,71	2,50	3,07	3,82	6,02	9,7	14,9	17,1	19,9	23,5	28,0
Na_2CO_3	6,44	10,8	17,9	23,5	28,7	32,8	32,2	31,7	31,3	31,1	30,9	30,9
$Na_2C_2O_4$	2,62	2,95	3,30	3,48	3,65	4,00	4,36	4,71	5,06	5,41	5,75	6,08
Na_2CrO_4	22,6	32,3	44,6	46,7	46,9	48,9	51,0	53,4	55,3	55,5	55,8	56,1
$Na_2Cr_2O_7$	62,1	63,1	64,4	65,2	66,1	68,0	70,1	72,3	74,6	77,0	79,6	80,7
Na_2HPO_4	1,66	4,19	7,51	10,55	16,34	35,17	44,64	45,20	46,81	48,78	50,52	51,53
Na_2MoO_4	30,6	38,8	39,4	39,4	39,8	40,3	41,0	41,7	42,6	43,5	44,5	45,5
Na_2S	11,1	13,2	15,7	17,1	18,6	22,1	26,7	28,1	30,2	33,0	36,4	41,0
Na_2SO_3	12,0	16,1	20,9	23,5	26,3	27,3	25,9	24,8	23,7	22,8	22,1	21,5
Na_2SO_4			16,13	21,94	29,22	32,35	31,55	30,90	30,39	30,02	29,79	29,67
$Na_2S_2O_3$	33,1	36,3	40,6	43,3	45,9	52,0	62,3	65,7	68,8	69,4	70,1	71,0
$Na_2S_2O_5$		38,4	39,5	40,0	40,6	41,8	43,0	44,2	45,5	46,8	48,1	49,5
Na_2WO_4	41,6	41,9	42,3	42,6	42,9	43,6	44,4	45,3	46,2	47,3	48,4	49,5
Na_3PO_4	4,28	7,30	10,8	12,6	14,1	16,6	22,9	28,4	32,4	37,6	40,4	43,5
$Na_4P_2O_7$	2,23	3,28	4,81	6,62	7,00	10,10	14,38	20,07	27,31	36,03	32,37	30,67
$NdCl_3$	49,0	49,3	49,7	50,0	50,4	51,2	52,2	53,3	54,5	55,8	57,1	58,5

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$Nd(NO_3)_3$	55,76	57,49	59,37	60,38	61,43	63,69	66,27	69,47				
$NiCl_2$	34,7	36,1	38,5	40,3	41,7	42,1	43,2	45,0	46,1	46,2	46,4	46,6
NiI_2	55,40	57,68	59,78	60,69	61,50	62,80	63,73	64,38	64,80	65,09	65,30	
$Ni(NO_3)_2$	44,1	46,0	48,4	49,8	51,3	54,6	58,3	61,0	63,1	65,6	67,9	69,0
$NiSO_4$	21,4	24,4	27,4	28,8	30,3	32,0	34,1	35,8	37,7	39,9	42,3	44,8
$PbBr_2$	0,449	0,620	0,841	0,966	1,118	1,46	1,89					
$PbCl_2$	0,66	0,81	0,98	1,07	1,17	1,39	1,64	1,93	2,24	2,60	2,99	3,42
PbI_2	0,041	0,052	0,067	0,076	0,086	0,112	0,144	0,187	0,243	0,315		
$Pb(NO_3)_2$	28,46	32,13	35,67	37,38	39,05	42,22	45,17	47,90	50,42	52,72	54,82	56,75
$PbSO_4$	0,0033	0,0038	0,0042	0,0044	0,0047	0,0052	0,0058					
RbBr	47,4	50,1	52,6	53,8	54,9	57,0	58,8	60,6	62,1	63,5	64,8	65,9
$RbBrO_3$	0,97	1,55	2,36	2,87	3,45	4,87	6,64	8,78	11,29	14,15	17,32	20,76
RbCl	43,58	45,65	47,53	48,42	49,27	50,86	52,34	53,67	54,92	56,08	57,16	58,15
$RbClO_3$	2,10	3,38	5,14	6,22	7,45	10,35	13,85	17,93	22,53	27,57	32,96	38,60
RbI	55,8	58,6	61,1	62,3	63,4	65,4	67,2	68,8	70,3	71,6	72,7	73,8
$RbIO_3$	1,09	1,53	2,07	2,38	2,74	3,52	4,41	5,42	6,52	7,74	9,00	10,36
$RbNO_3$	16,4	25,0	34,6	39,4	44,2	53,1	60,8	67,2	72,2	76,1	79,0	81,2
Rb_2SO_4	27,3	30,0	32,5	33,7	34,8	36,9	38,7	40,3	41,8	43,0	44,1	44,9
$Sc(NO_3)_3$	57,0	59,3	61,6	62,8	63,9	66,2	68,5					
$Sm(NO_3)_3$	54,83	56,33	58,08	59,05	60,08	62,38	65,05	68,1	70,8	74,2		
$SmCl_3$	48,0	48,2	48,4	48,6	49,2	50,0						
$SnCl_2$	46	64										
SnI_2			0,97									3,87
$SrBr_2$	46,0	48,3	50,6	51,7	52,9	55,2	57,6	59,9	62,3	64,6	66,8	69,0

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$Sr(BrO_3)_2$	18,53	22,00	25,39	27,02	28,59	31,55	34,21	36,57	38,64	40,2	40,8	41,0
$SrCl_2$	31,94	32,93	34,43	35,37	36,43	38,93	41,94	45,44	46,81	47,69	48,70	49,87
$Sr(ClO_3)_2$	63,29	63,42	63,64	63,77	63,93	64,29	64,70	65,16	65,65	66,18	66,74	67,31
SrF_2	0,011			0,021								
SrI_2	62,5	62,8	63,5	63,9	64,5	65,8	67,3	69,0	70,8	72,7	74,7	79,2
$Sr(IO_3)_2$	0,102	0,126	0,152	0,165	0,179	0,206	0,233	0,259	0,284	0,307	0,328	0,346

$RbIO_3$	1,09	1,53	2,07	2,38	2,74	3,52	4,41	5,42	6,52	7,74	9,00	10,36
$RbNO_3$	16,4	25,0	34,6	39,4	44,2	53,1	60,8	67,2	72,2	76,1	79,0	81,2
Rb_2SO_4	27,3	30,0	32,5	33,7	34,8	36,9	38,7	40,3	41,8	43,0	44,1	44,9
$Sc(NO_3)_3$	57,0	59,3	61,6	62,8	63,9	66,2	68,5					
$Sm(NO_3)_3$	54,83	56,33	58,08	59,05	60,08	62,38	65,05	68,1	70,8	74,2		
$SmCl_3$	48,0	48,2	48,4	48,6	49,2	50,0						
$SnCl_2$	46	64										
SnI_2			0,97									3,87
$SrBr_2$	46,0	48,3	50,6	51,7	52,9	55,2	57,6	59,9	62,3	64,6	66,8	69,0

	0 °C	10 °C	20 °C	25 °C	30 °C	40 °C	50 °C	60 °C	70 °C	80 °C	90 °C	100 °C
$Sr(BrO_3)_2$	18,53	22,00	25,39	27,02	28,59	31,55	34,21	36,57	38,64	40,2	40,8	41,0
$SrCl_2$	31,94	32,93	34,43	35,37	36,43	38,93	41,94	45,44	46,81	47,69	48,70	49,87
$Sr(ClO_3)_2$	63,29	63,42	63,64	63,77	63,93	64,29	64,70	65,16	65,65	66,18	66,74	67,31
SrF_2	0,011			0,021								
SrI_2	62,5	62,8	63,5	63,9	64,5	65,8	67,3	69,0	70,8	72,7	74,7	79,2
$Sr(IO_3)_2$	0,102	0,126	0,152	0,165	0,179	0,206	0,233	0,259	0,284	0,307	0,328	0,346
$Sr(NO_3)_2$	28,2	34,6	41,0	44,5	47,0	47,4	47,9	48,4	48,9	49,5	50,1	50,7
SrS_2O_3	8,8	13,2	17,7	20,0	22,2	26,8						
Tl_2SO_4	2,65	3,56	4,61	5,19	5,80	7,09	8,46	9,89	11,33	12,77	14,18	15,53
$UO_2(NO_3)_2$	49,52	51,82	54,42	55,85	57,55	61,59	67,07					
$Y(NO_3)_3$	55,57	56,93	58,75	59,86	61,11	63,3	64,9	67,9	72,5			
$ZnBr_2$	79,3	80,1	81,8	83,0	84,1	85,6	85,8	86,1	86,3	86,6	86,8	87,1
ZnC_2O_4		0,0010	0,0019	0,0026								
$ZnCl_2$	76,6	79,0	80,3	81,4	81,8	82,4	83,0	83,7	84,4	85,2	86,0	
$Zn(ClO_4)_2$	44,29			46,27			48,70					
ZnF_2				1,53								
ZnI_2	81,1	81,2	81,3	81,4	81,5	81,7	82,0	82,3	82,6	83,0	83,3	83,7
$Zn(NO_3)_2$	47,8	50,8	54,4	54,6	58,5	79,1	80,1	87,5	89,9			
$ZnSO_4$	29,1	32,0	35,0	36,6	38,2	41,3	43,0	42,1	41,0	39,9	38,8	37,6

5.7. A kénsav-, sósav-, salétromsav-, nátrium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on)

Sűrűség (g/cm^3)	Tömegszázalékos összetétel					Sűrűség (g/cm^3)	Tömegszázalékos összetétel				
	H_2SO_4 -oldat	HCl -oldat	HNO_3 -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat		H_2SO_4 -oldat	HCl -oldat	HNO_3 -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat
1,000	0,09	0,16	0,00	0,08	0,10	1,170	23,47	33,46	27,88	15,32	18,12
1,005	0,95	1,15	1,00	0,51	0,94	1,175	24,12	34,42	28,63	15,77	18,63
1,010	1,57	2,14	1,90	0,95	1,78	1,180	24,76	35,39	29,38	16,22	19,14
1,015	2,30	3,12	2,80	1,39	2,02	1,185	25,40	36,31	30,13	16,67	19,65
1,020	3,03	4,13	3,70	1,83	2,27	1,190	26,04	37,23	30,88	17,12	20,16
1,025	3,76	5,15	4,60	2,27	2,81	1,195	26,68	38,16	31,62	17,57	20,66
1,030	4,49	6,15	5,50	2,72	3,36	1,200	27,32	39,11	32,36	18,02	21,16
1,035	5,23	7,15	6,38	3,16	3,90	1,205	27,95	–	33,09	18,47	21,66
1,040	5,96	8,16	7,26	3,61	4,44	1,210	28,58	–	33,82	18,93	22,17
1,045	6,67	9,16	8,13	4,06	4,98	1,215	29,21	–	34,55	19,38	22,66
1,050	7,37	10,17	8,99	4,51	5,52	1,220	29,84	–	35,28	19,83	23,16
1,055	8,07	11,18	9,84	4,96	6,06	1,225	30,48	–	36,03	20,28	23,65
1,060	8,77	12,19	10,68	5,41	6,60	1,230	31,11	–	36,78	20,73	24,15
1,065	9,48	13,19	11,51	5,86	7,14	1,235	31,70	–	37,53	21,18	24,64
1,070	10,19	14,17	12,33	6,31	7,68	1,240	32,28	–	38,29	21,64	25,13
1,075	10,90	15,16	13,15	6,76	8,21	1,245	32,86	–	39,05	22,09	25,62
1,080	11,60	16,15	13,95	7,21	8,75	1,250	33,43	–	39,82	22,55	26,11
1,085	12,30	17,13	14,74	7,65	9,27	1,255	34,00	–	40,58	23,00	26,60
1,090	12,99	18,11	15,53	8,10	9,79	1,260	34,57	–	41,34	23,46	27,10
1,095	13,67	19,06	16,32	8,55	10,32	1,265	35,14	–	42,10	23,91	27,58
1,100	14,35	20,01	17,11	9,00	10,86	1,270	35,71	–	42,87	24,36	28,07
1,105	15,03	20,97	17,89	9,45	11,39	1,275	36,29	–	43,64	24,82	28,53
1,110	15,71	21,92	18,67	9,90	11,92	1,280	36,87	–	44,41	25,28	29,00
1,115	16,36	22,86	19,95	10,35	12,44	1,285	37,45	–	45,18	25,73	29,47
1,120	17,01	23,82	20,23	10,80	12,97	1,290	38,03	–	45,95	26,19	29,95
1,125	17,66	24,78	21,00	11,25	13,50	1,295	38,61	–	46,72	26,65	30,42
1,130	18,31	25,74	21,77	11,70	14,03	1,300	39,19	–	47,49	27,11	30,90
1,135	18,96	26,70	22,54	12,15	14,55	1,305	39,77	–	48,26	27,57	31,37
1,140	19,61	27,66	23,31	12,60	15,07	1,310	40,35	–	49,07	28,03	31,84
1,145	20,26	28,61	24,08	13,05	15,58	1,315	40,93	–	49,89	28,49	32,31
1,150	20,91	29,57	24,84	13,50	16,09	1,320	41,50	–	50,71	28,96	32,78
1,155	21,55	30,55	25,60	13,95	16,69	1,325	42,08	–	51,53	29,43	33,24
1,160	22,19	31,52	26,36	14,40	17,30	1,330	42,66	–	52,37	29,90	33,71
1,165	22,83	32,49	27,12	14,86	17,71	1,335	43,20	–	53,22	30,37	34,17

Sűrűség (g/cm^3)	Tömegszázal		
	H_2SO_4 -oldat	HCl -oldat	H -o
1,340	43,74	–	5
1,345	44,28	–	5
1,350	44,82	–	5
1,355	45,35	–	5
1,360	45,88	–	5
1,365	46,41	–	5
1,370	46,94	–	5
1,375	47,47	–	6
1,380	48,00	–	6
1,385	48,53	–	6
1,390	49,06	–	6
1,395	49,59	–	6
1,400	50,11	–	6
1,405	50,63	–	6
1,410	51,15	–	6
1,415	51,66	–	6
1,420	52,15	–	6
1,425	52,63	–	7
1,430	53,11	–	7
1,435	53,59	–	7
1,440	54,07	–	7
1,445	54,55	–	7
1,450	55,03	–	7
1,455	55,50	–	7
1,460	55,97	–	7
1,465	56,43	–	8
1,470	56,90	–	8
1,475	57,37	–	8
1,480	57,83	–	8
1,485	58,29	–	8
1,490	58,75	–	8
1,495	59,22	–	9
1,500	59,70	–	9
1,505	60,18	–	9
1,510	60,65	–	9
1,515	61,12	–	9
1,520	61,59	–	9

id- és kálium-hidroxid-oldatok össze-

Tömegszázalékos összetétel				
H_2SO_4 -oldat	HCl -oldat	HNO_3 -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat
23,47	33,46	27,88	15,32	18,12
24,12	34,42	28,63	15,77	18,63
24,76	35,39	29,38	16,22	19,14
25,40	36,31	30,13	16,67	19,65
26,04	37,23	30,88	17,12	20,16
26,68	38,16	31,62	17,57	20,66
27,32	39,11	32,36	18,02	21,16
27,95	–	33,09	18,47	21,66
28,58	–	33,82	18,93	22,17
29,21	–	34,55	19,38	22,66
29,84	–	35,28	19,83	23,16
30,48	–	36,03	20,28	23,65
31,11	–	36,78	20,73	24,15
31,70	–	37,53	21,18	24,64
32,28	–	38,29	21,64	25,13
32,86	–	39,05	22,09	25,62
33,43	–	39,82	22,55	26,11
34,00	–	40,58	23,00	26,60
34,57	–	41,34	23,46	27,10
35,14	–	42,10	23,91	27,58
35,71	–	42,87	24,36	28,07
36,29	–	43,64	24,82	28,53
36,87	–	44,41	25,28	29,00
37,45	–	45,18	25,73	29,47
38,03	–	45,95	26,19	29,95
38,61	–	46,72	26,65	30,42
39,19	–	47,49	27,11	30,90
39,77	–	48,26	27,57	31,37
40,35	–	49,07	28,03	31,84
40,93	–	49,89	28,49	32,31
41,50	–	50,71	28,96	32,78
42,08	–	51,53	29,43	33,24
42,66	–	52,37	29,90	33,71
43,20	–	53,22	30,37	34,17

Sűrűség (g/cm^3)	Tömegszázalékos összetétel				
	H_2SO_4 -oldat	HCl -oldat	HNO_3 -oldat	NaOH -oldat	KOH -oldat
1,340	43,74	–	54,07	30,84	34,63
1,345	44,28	–	54,93	31,31	35,09
1,350	44,82	–	55,79	31,79	35,55
1,355	45,35	–	56,66	32,26	36,00
1,360	45,88	–	57,57	32,74	36,46
1,365	46,41	–	58,48	33,22	36,91
1,370	46,94	–	59,39	33,70	37,37
1,375	47,47	–	60,30	34,18	37,82
1,380	48,00	–	61,27	34,66	38,28
1,385	48,53	–	62,24	35,15	38,73
1,390	49,06	–	63,23	35,64	39,19
1,395	49,59	–	64,25	36,13	39,63
1,400	50,11	–	65,30	36,62	40,08
1,405	50,63	–	66,40	37,11	40,52
1,410	51,15	–	67,50	37,60	40,97
1,415	51,66	–	68,63	38,10	41,42
1,420	52,15	–	69,80	38,60	41,87
1,425	52,63	–	70,98	39,10	42,31
1,430	53,11	–	72,17	39,61	42,75
1,435	53,59	–	73,39	40,11	43,18
1,440	54,07	–	74,68	40,62	43,62
1,445	54,55	–	75,98	41,13	44,06
1,450	55,03	–	77,28	41,65	44,50
1,455	55,50	–	78,60	42,17	44,93
1,460	55,97	–	79,98	42,69	45,37
1,465	56,43	–	81,42	43,21	45,80
1,470	56,90	–	82,90	43,73	46,23
1,475	57,37	–	84,45	44,25	46,66
1,480	57,83	–	86,05	44,77	47,09
1,485	58,29	–	87,70	45,29	47,51
1,490	58,75	–	89,60	45,81	47,94
1,495	59,22	–	91,60	46,33	48,36
1,500	59,70	–	94,09	46,86	48,79
1,505	60,18	–	96,39	47,39	49,21
1,510	60,65	–	98,10	47,92	49,64
1,515	61,12	–	99,07	48,44	–
1,520	61,59	–	99,67	48,97	–

Sűrűség (g/cm^3)	Tömeg% H_2SO_4 -oldat
1,525	62,06
1,530	62,53
1,535	63,00
1,540	63,43
1,545	63,85
1,550	64,26
1,555	64,67
1,560	65,20
1,565	65,65
1,570	66,09
1,575	66,53
1,580	66,95
1,585	67,40
1,590	67,83
1,595	68,26
1,600	68,70
1,605	69,13
1,610	69,56
1,615	70,00
1,620	70,42
1,625	70,85
1,630	71,27
1,635	71,70
1,640	72,12
1,645	72,55
1,650	72,97
1,655	73,40
1,660	73,82
1,665	74,24
1,670	74,66
1,675	75,08
1,680	75,50
1,685	75,94
1,690	76,38
1,695	76,78
1,700	77,17
1,705	77,60

Sűrűség (g/cm^3)	Tömeg% H_2SO_4 -oldat
1,710	78,04
1,715	78,48
1,720	78,92
1,725	79,36
1,730	79,80
1,735	80,24
1,740	80,68
1,745	81,12
1,750	81,56
1,755	82,00
1,760	82,44
1,765	83,01
1,770	83,51
1,775	84,02
1,780	84,50
1,785	85,10
1,790	85,70
1,795	86,30
1,800	86,92
1,805	87,60
1,810	88,30
1,815	89,16
1,820	90,05
1,825	91,00
1,830	92,10
1,835	93,56
1,840	95,60
1,8405	95,95
1,8410	96,38
1,8415	97,35
1,8420	98,20
1,8425	98,52

5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)

Tömeg%	HCl -oldat	H_2SO_4 -oldat	HNO_3 -oldat	H_3PO_4 -oldat
1	1,0032	1,0051	1,00364	1,004
2	1,0082	1,0118	1,00909	1,009
3	1,0132	1,0184	1,01457	1,014
4	1,0181	1,0250	1,02008	1,020
5	1,0230	1,0317	1,02563	1,025
6	1,0279	1,0385	1,03122	1,031
7	1,0327	1,0453	1,0369	1,036
8	1,0376	1,0522	1,0427	1,042
9	1,0425	1,0591	1,0485	1,047
10	1,0474	1,0661	1,0543	1,053
11	1,0524	1,0731	1,0602	1,058
12	1,0574	1,0802	1,0661	1,065
13	1,0624	1,0874	1,0721	1,070
14	1,0675	1,0947	1,0781	1,076
15	1,0725	1,1020	1,0842	1,082
16	1,0776	1,1094	1,0903	1,088
17	1,0827	1,1165	1,0964	1,094
18	1,0878	1,1243	1,1026	1,101
19	1,0929	1,1318	1,1088	1,106
20	1,0980	1,1394	1,1150	1,113
21	1,1031	1,1471	1,1213	1,120
22	1,1083	1,1548	1,1276	1,126
23	1,1135	1,1626	1,1340	1,133
24	1,1187	1,1704	1,1404	1,140
25	1,1239	1,1783	1,1469	1,146
26	1,1290	1,1862	1,1534	1,153
27	1,1341	1,1942	1,1600	1,160
28	1,1392	1,2023	1,1666	1,167
29	1,1443	1,2104	1,1733	1,174
30	1,1493	1,2185	1,1800	1,181
31	1,1543	1,2267	1,1867	1,188
32	1,1593	1,2349	1,1934	1,195
33	1,1642	1,2432	1,2002	1,202
34	1,1691	1,2515	1,2071	1,208

Tömeg%	HCl -oldat	
35	1,1740	1
36	1,1789	1
37	1,1837	1
38	1,1885	1
39	1,1933	1
40	1,1980	1
41	–	1
42	–	1
43	–	1
44	–	1
45	–	1
46	–	1
47	–	1
48	–	1
49	–	1
50	–	1
51	–	1
52	–	1
53	–	1
54	–	1
55	–	1
56	–	1
57	–	1
58	–	1
59	–	1
60	–	1
61	–	1
62	–	1
63	–	1
64	–	1
65	–	1
66	–	1
67	–	1
68	–	1
69	–	1
70	–	1

(20 °C-on)

PO_4 -oldat
4
9
4
0
5
1
6
2
7
3
8
5
0
6
2
8
4
1
5
3
0
6
3
0
6
3
0
7
4
3
6
2
8

Tömeg%	HCl -oldat	H_2SO_4 -oldat	HNO_3 -oldat	H_3PO_4 -oldat
35	1,1740	1,2599	1,2140	1,216
36	1,1789	1,2684	1,2205	1,223
37	1,1837	1,2769	1,2270	1,231
38	1,1885	1,2855	1,2335	1,238
39	1,1933	1,2941	1,2399	1,246
40	1,1980	1,3028	1,2463	1,254
41	–	1,3116	1,2527	1,262
42	–	1,3205	1,2591	1,269
43	–	1,3294	1,2655	1,277
44	–	1,3384	1,2719	1,285
45	–	1,3476	1,2783	1,293
46	–	1,3569	1,2847	1,301
47	–	1,3663	1,2911	1,309
48	–	1,3758	1,2975	1,318
49	–	1,3854	1,3040	1,327
50	–	1,3951	1,3100	1,335
51	–	1,4049	1,3160	1,344
52	–	1,4148	1,3219	1,352
53	–	1,4248	1,3278	1,361
54	–	1,4350	1,3336	1,370
55	–	1,4453	1,3393	1,379
56	–	1,4557	1,3449	1,388
57	–	1,4662	1,3505	1,398
58	–	1,4768	1,3560	1,408
59	–	1,4875	1,3614	1,417
60	–	1,4983	1,3667	1,426
61	–	1,5091	1,3719	1,436
62	–	1,5200	1,3769	1,446
63	–	1,5310	1,3818	1,455
64	–	1,5421	1,3866	1,465
65	–	1,5533	1,3913	1,475
66	–	1,5646	1,3959	1,485
67	–	1,5760	1,4004	1,495
68	–	1,5874	1,4048	1,505
69	–	1,5989	1,4091	1,515
70	–	1,6105	1,4134	1,526

5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) (folytatás)

Tömeg%	HCl -oldat	H_2SO_4 -oldat	HNO_3 -oldat	H_3PO_4 -oldat
71	–	1,6221	1,4176	1,536
72	–	1,6338	1,4218	1,547
73	–	1,6456	1,4258	1,557
74	–	1,6574	1,4298	1,563
75	–	1,6692	1,4337	1,579
76	–	1,6810	1,4375	1,590
77	–	1,6927	1,4413	1,601
78	–	1,7043	1,4450	1,612
79	–	1,7158	1,4486	1,623
80	–	1,7272	1,4522	1,633
81	–	1,7383	1,4555	1,644
82	–	1,7491	1,4589	1,656
83	–	1,7594	1,4622	1,667
84	–	1,7693	1,4655	1,678
85	–	1,7786	1,4686	1,689
86	–	1,7872	1,4716	1,700
87	–	1,7951	1,4745	1,712
88	–	1,8022	1,4773	1,724
89	–	1,8087	1,4800	1,735
90	–	1,8144	1,4826	1,746
91	–	1,8195	1,4850	1,758
92	–	1,8240	1,4873	1,770
93	–	1,8279	1,4892	1,782
94	–	1,8312	1,4912	1,794
95	–	1,8337	1,4932	1,807
96	–	1,8355	1,4952	1,819
97	–	1,8364	1,4974	1,832
98	–	1,8361	1,5008	1,844
99	–	1,8342	1,5056	1,857
100	–	1,8305	1,5129	1,870

5.9. Sóoldatok sűrűsége az ös

Tömeg%	NaCl -oldat	KCl -oldat
1	1,005	1,005
2	1,013	1,011
4	1,027	1,024
6	1,041	1,037
8	1,056	1,050
10	1,071	1,063
12	1,086	1,077
14	1,101	1,091
16	1,116	1,104
18	1,132	1,119
20	1,148	1,133
30	–	–
40	–	–
50	–	–
60	–	–

Tömeg%	NH_4NO_3 -oldat	Na_2CO_3 -oldat
1	1,002	1,007
2	1,006	1,018
4	1,015	1,038
6	1,023	1,059
8	1,031	1,080
10	1,040	1,101
12	1,048	1,122
14	1,057	1,144
16	1,065	1,164
18	1,074	1,186
20	1,083	1,209
30	1,128	1,327
40	1,175	–
50	1,226	–

(20 °C-on) (folytatás)

H_3PO_4 -oldat
536
547
557
563
579
590
601
612
623
633
644
656
667
678
689
700
712
724
735
746
758
770
782
794
807
819
832
844
857
870

5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on)

Tömeg%	NaCl -oldat	KCl -oldat	KBr -oldat	KI -oldat	KNO_3 -oldat	K_2CO_3 -oldat	$CuSO_4$ -oldat	$AgNO_3$ -oldat
1	1,005	1,005	1,005	1,006	1,005	1,007	1,009	1,007
2	1,013	1,011	1,013	1,013	1,011	1,016	1,019	1,015
4	1,027	1,024	1,028	1,028	1,023	1,035	1,040	1,033
6	1,041	1,037	1,043	1,044	1,036	1,053	1,062	1,050
8	1,056	1,050	1,058	1,060	1,049	1,072	1,083	1,069
10	1,071	1,063	1,074	1,076	1,063	1,090	1,107	1,088
12	1,086	1,077	1,090	1,093	1,076	1,109	1,131	1,108
14	1,101	1,091	1,107	1,110	1,090	1,129	1,155	1,128
16	1,116	1,104	1,124	1,128	1,104	1,149	1,180	1,150
18	1,132	1,119	1,142	1,147	1,118	1,169	1,206	1,172
20	1,148	1,133	1,160	1,166	1,133	1,190	–	1,194
30	–	–	1,260	1,271	–	1,298	–	1,320
40	–	–	1,375	1,396	–	1,414	–	1,474
50	–	–	–	1,546	–	1,540	–	1,658
60	–	–	–	1,731	–	–	–	1,916

Tömeg%	NH_4NO_3 -oldat	Na_2CO_3 -oldat	$Na_2S_2O_3$ -oldat	K_2CrO_4 -oldat	$CaCl_2$ -oldat	$Al_2(SO_4)_3$ -oldat	$FeCl_2$ -oldat	$FeCl_3$ -oldat
1	1,002	1,007	1,007	1,007	1,007	1,009	1,007	1,007
2	1,006	1,018	1,015	1,015	1,015	1,019	1,017	1,015
4	1,015	1,038	1,032	1,031	1,032	1,040	1,035	1,032
6	1,023	1,059	1,048	1,048	1,049	1,061	1,054	1,049
8	1,031	1,080	1,065	1,065	1,066	1,083	1,073	1,067
10	1,040	1,101	1,083	1,082	1,084	1,105	1,092	1,085
12	1,048	1,122	1,100	1,099	1,102	1,129	1,113	1,104
14	1,057	1,144	1,118	1,118	1,120	1,152	1,134	1,123
16	1,065	1,164	1,137	1,137	1,139	1,176	1,155	1,142
18	1,074	1,186	1,155	1,156	1,158	1,201	1,177	1,162
20	1,083	1,209	1,174	1,175	1,178	1,226	1,199	1,182
30	1,128	1,327	1,274	1,278	1,282	–	–	1,291
40	1,175	–	1,383	1,396	1,396	–	–	1,417
50	1,226	–	–	–	–	–	–	1,551

5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője

Oldáshő: a moláris oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Az oldáshőt megadott tömegre is vonatkoztathatjuk. Ekkor az oldáshő az adott anyag adott oldószerben való feloldódása során tapasztalható energiaváltozás és a tömeg hányadosa. Mértékegysége kJ/kg. Számértéke megegyezik az egységnyi mennyiségű anyag (pl.: 1 mol vagy 1 kg) adott oldószerben való feloldását kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással.
Értéke erősen függ attól, hogy a folyamat végén milyen koncentrációjú oldat keletkezik. Táblázatokban ennek megfelelően meg kell adni a felhasznált oldószer mennyiségét, vagy a végső összetételt is. Ez alól csupán a végtelen hígításra vonatkozó oldáshő a kivétel, ahol az anyagból annyira híg oldatot készítünk, hogy további oldószer hozzáadása mérhető hőeffektust már nem okoz.

Vegyület	Oldáshő (kJ/mol)
savak	
HF	−61,50
HCl	−74,84
HBr	−85,14
HI	−81,67
HNO_3	−33,28
H_2SO_4	−74,40
HCOOH	−0,86
CH_3COOH	−1,51
bázisok	
NH_3	−30,50
NaOH	−44,51
KOH	−57,61
$Ca(OH)_2$	−11,70
$Ba(OH)_2$	−48,80
halogenidek	
LiF	4,73
NaF	0,91
KF	−17,73
RbF	−26,11
LiCl	−37,03

Vegyület	Oldáshő (kJ/mol)
NaCl	3,88
KCl	17,22
RbCl	17,28
LiBr	−48,83
NaBr	−0,60
KBr	19,87
RbBr	21,88
LiI	−63,30
NaI	−7,53
KI	20,33
RbI	25,10
nitrátok	
$LiNO_3$	−2,51
$NaNO_3$	20,50
KNO_3	34,89
$RbNO_3$	36,48
$Ca(NO_3)_2$	−17,75
$Sr(NO_3)_2$	20,67
$Ba(NO_3)_2$	39,67
NH_4NO_3	25,69
$AgNO_3$	22,95

6.1. Néhány csapadék oldhat

Oldhatósági szorzat: a rossz
tó mennyiség. K_xA_y összetéte
mol/dm^3-ben kifejezett koncen
nyon vesszük és összeszorozz
mol/dm^3-ben kell kifejezni. A

Anyag	L
AgBr	$4{,}898 \cdot 10^{-13}$
AgCl	$1{,}738 \cdot 10^{-10}$
Ag_2CrO_4	$2{,}754 \cdot 10^{-12}$
AgI	$1 \cdot 10^{-16}$
Ag_2S	$1{,}479 \cdot 10^{-51}$
AgSCN	$5{,}012 \cdot 10^{-11}$
$Al(OH)_3$	$1{,}148 \cdot 10^{-33}$
As_2S_3	$3{,}981 \cdot 10^{-29}$
As_2S_5	$1 \cdot 10^{-30}$
$BaSO_4$	$1{,}905 \cdot 10^{-10}$
Bi_2S_3	$1{,}585 \cdot 10^{-72}$
CaF_2	$1{,}259 \cdot 10^{-12}$
$Ca_3(PO_4)_2$	$1{,}202 \cdot 10^{-29}$
$CaSO_4$	$5{,}370 \cdot 10^{-5}$
CdS	$5{,}012 \cdot 10^{-28}$
CuI	$5{,}012 \cdot 10^{-12}$

6.2. A vízionszorzat értéke
(Az értékek negatív logaritm

A víz ionszorzata: a tiszta
mol/dm^3-ben kifejezett egye
függ a hőmérséklettől.

t (°C)	$-\lg(K_v)H_2O$
0	14,938
5	14,727
10	14,528
15	14,340
20	14,163
25	13,995
30	13,836
35	13,685
40	13,542
45	13,405

oldáshője

rben való feloldódása során tapasz- Mértékegysége kJ/mol. Az oldáshőt ő az adott anyag adott oldószerben a tömeg hányadosa. Mértékegysége anyag (pl.: 1 mol vagy 1 kg) adott iaváltozással.

oncentrációjú oldat keletkezik. Táb- oldószer mennyiségét, vagy a végső ző oldáshő a kivétel, ahol az anyag- ozzáadása mérhető hőeffektust már

Vegyület	Oldáshő (kJ/mol)
NaCl	3,88
KCl	17,22
RbCl	17,28
LiBr	−48,83
NaBr	−0,60
KBr	19,87
RbBr	21,88
LiI	−63,30
NaI	−7,53
KI	20,33
RbI	25,10
nitrátok	
$LiNO_3$	−2,51
$NaNO_3$	20,50
KNO_3	34,89
$RbNO_3$	36,48
$Ca(NO_3)_2$	−17,75
$Sr(NO_3)_2$	20,67
$Ba(NO_3)_2$	39,67
NH_4NO_3	25,69
$AgNO_3$	22,95

6.1. Néhány csapadék oldhatósági szorzata (25 °C közelében)

Oldhatósági szorzat: a rosszul oldódó sók telítési egyensúlyának jellemzésére használható mennyiség. K_xA_y összetételű só esetén $L_{KxAy} = [K]^x \cdot [A]^y$. (A telített oldat ionjainak mol/dm^3-ben kifejezett koncentrációit a képletben szereplő indexszámoknak megfelelő hatványon vesszük és összeszorozzuk.) A szögletes zárójel azt jelöli, hogy az ion koncentrációját mol/dm^3-ben kell kifejezni. A pL az L értékének negatív logaritmusa.

Anyag	L	pL
AgBr	$4{,}898 \cdot 10^{-13}$	12,31
AgCl	$1{,}738 \cdot 10^{-10}$	9,76
Ag_2CrO_4	$2{,}754 \cdot 10^{-12}$	11,56
AgI	$1 \cdot 10^{-16}$	16,0
Ag_2S	$1{,}479 \cdot 10^{-51}$	50,83
AgSCN	$5{,}012 \cdot 10^{-11}$	10,3
$Al(OH)_3$	$1{,}148 \cdot 10^{-33}$	32,94
As_2S_3	$3{,}981 \cdot 10^{-29}$	28,4
As_2S_5	$1 \cdot 10^{-30}$	30
$BaSO_4$	$1{,}905 \cdot 10^{-10}$	9,72
Bi_2S_3	$1{,}585 \cdot 10^{-72}$	71,8
CaF_2	$1{,}259 \cdot 10^{-12}$	11,09
$Ca_3(PO_4)_2$	$1{,}202 \cdot 10^{-29}$	28,92
$CaSO_4$	$5{,}370 \cdot 10^{-5}$	4,27
CdS	$5{,}012 \cdot 10^{-28}$	27,3
CuI	$5{,}012 \cdot 10^{-12}$	11,3

Anyag	L	pL
Cu_2S	$1{,}995 \cdot 10^{-47}$	46,7
CuS	$8{,}511 \cdot 10^{-45}$	44,07
CuSCN	$1{,}585 \cdot 10^{-11}$	10,80
$Cr(OH)_3$	$5{,}012 \cdot 10^{-31}$	30,30
Hg_2Br_2	$1{,}514 \cdot 10^{-21}$	20,82
Hg_2Cl_2	$1{,}995 \cdot 10^{-18}$	17,7
Hg_2I_2	$5{,}012 \cdot 10^{-40}$	39,3
HgI_2	$3{,}162 \cdot 10^{-29}$	28,5
HgS	$5{,}012 \cdot 10^{-53}$	52,3
Hg_2SO_4	$8{,}128 \cdot 10^{-7}$	6,09
$MgNH_4PO_4$	$2{,}512 \cdot 10^{-13}$	12,6
NiS	$1{,}585 \cdot 10^{-18}$	17,8
$PbCrO_4$	$1{,}778 \cdot 10^{-14}$	13,75
PbS	$7{,}943 \cdot 10^{-27}$	26,1
$SrCO_3$	$1{,}585 \cdot 10^{-9}$	8,80
ZnS	$1{,}995 \cdot 10^{-22}$	21,7

6.2. A vízionszorzat értéke
(Az értékek negatív logaritmusa különböző hőmérsékleteken vízre és nehézvízre)

A víz ionszorzata: a tiszta víz autoprotolízise során keletkező oxónium- és hidroxidionok mol/dm^3-ben kifejezett egyensúlyi koncentrációjának szorzata. $K_v = [H_3O^+] \cdot [OH^-]$. Értéke függ a hőmérséklettől.

t (°C)	$-\lg(K_v)H_2O$	$-\lg(K_v)D_2O$
0	14,938	15,972
5	14,727	15,743
10	14,528	15,527
15	14,340	15,324
20	14,163	15,132
25	13,995	14,951
30	13,836	14,779
35	13,685	14,616
40	13,542	14,462
45	13,405	14,316

t (°C)	$-\lg(K_v)H_2O$	$-\lg(K_v)D_2O$
50	13,275	14,176
55	13,152	14,044
60	13,034	13,918
65	12,921	13,798
70	12,814	13,683
75	12,712	13,574
80	12,613	13,470
85	12,520	13,371
90	12,428	13,276
95	12,345	13,186
100	12,265	13,099

Sav: proton (hidrogénion) leadására képes anyag.
Savállandó: egy sav disszociációjának egyensúlyi állandója. K_s értéke 25 °C-on értendő. A pK_s a K_s értékének negatív logaritmusa.

Név	Képlet	K_s		pK_s
arzénessav (20 °C-on)	H_3AsO_3	K_1	$3{,}981 \cdot 10^{-10}$	9,40
		K_2	$3{,}020 \cdot 10^{-14}$	13,52
arzénsav	H_3AsO_4	K_1	$6{,}166 \cdot 10^{-3}$	2,21
		K_2	$1{,}175 \cdot 10^{-7}$	6,93
		K_3	$3{,}090 \cdot 10^{-12}$	11,51
bórsav (20 °C-on)	H_3BO_3	K_1	$7{,}244 \cdot 10^{-10}$	9,14
		K_2	$1{,}820 \cdot 10^{-12}$	11,74
		K_3	$1{,}585 \cdot 10^{-14}$	13,80
difoszforsav	$H_4P_2O_7$	K_1	0,1995	0,70
		K_2	$6{,}457 \cdot 10^{-3}$	2,19
		K_3	$1{,}585 \cdot 10^{-7}$	6,80
		K_4	$2{,}570 \cdot 10^{-10}$	9,59
foszforossav *(orto)*	H_3PO_3	K_1	$3{,}715 \cdot 10^{-2}$	1,43
		K_2	$2{,}884 \cdot 10^{-7}$	6,54
foszforsav *(orto)*	H_3PO_4	K_1	$7{,}244 \cdot 10^{-3}$	2,14
		K_2	$6{,}310 \cdot 10^{-8}$	7,20
		K_3	$4{,}571 \cdot 10^{-13}$	12,34
hidrogén-cianid	HCN	K_1	$3{,}311 \cdot 10^{-10}$	9,48
hidrogén-fluorid	HF	K_1	$6{,}761 \cdot 10^{-4}$	3,17
hidrogén-[hexaciano-ferrát(II)]	$H_4[Fe(CN)_6]$	K_1	$6{,}026 \cdot 10^{-3}$	2,22
		K_2	$6{,}761 \cdot 10^{-5}$	4,17
hidrogén-peroxid	H_2O_2	K_1	$2{,}138 \cdot 10^{-12}$	11,67
hidrogén-szelenid	H_2Se	K_1	$1{,}549 \cdot 10^{-4}$	3,81
		K_2	$1 \cdot 10^{-15}$	15,0
hidrogén-szulfid	H_2S	K_1	$9{,}333 \cdot 10^{-8}$	7,03
		K_2	$3{,}981 \cdot 10^{-14}$	13,4
hidrogén-[tetrahidroxo-aluminát]	$H[Al(OH)_4]$	K_1	$6{,}026 \cdot 10^{-12}$	11,22
hipojódossav (20 °C-on)	HOI	K_1	$2{,}399 \cdot 10^{-11}$	10,64
hipoklórossav	HOCl	K_1	$6{,}761 \cdot 10^{-8}$	7,17
jódsav	HIO_3	K_1	0,1660	0,78

Név
kénessav
kénsav
kovasav (meta)
krómsav
molibdénsav
nitrogén-hidrogénsav
ónsav
perjódsav
salétromossav (12,5 °C-on)
szelénessav
szelénsav
szénsav
tellúrossav
tellúrsav
tiokénsav
víz

A szerves savak adatai a 358.

...ója. K_s értéke 25 °C-on értendő. A

K_s	pK_s
$3{,}981 \cdot 10^{-10}$	9,40
$3{,}020 \cdot 10^{-14}$	13,52
$6{,}166 \cdot 10^{-3}$	2,21
$1{,}175 \cdot 10^{-7}$	6,93
$3{,}090 \cdot 10^{-12}$	11,51
$7{,}244 \cdot 10^{-10}$	9,14
$1{,}820 \cdot 10^{-12}$	11,74
$1{,}585 \cdot 10^{-14}$	13,80
0,1995	0,70
$6{,}457 \cdot 10^{-3}$	2,19
$1{,}585 \cdot 10^{-7}$	6,80
$2{,}570 \cdot 10^{-10}$	9,59
$3{,}715 \cdot 10^{-2}$	1,43
$2{,}884 \cdot 10^{-7}$	6,54
$7{,}244 \cdot 10^{-3}$	2,14
$6{,}310 \cdot 10^{-8}$	7,20
$4{,}571 \cdot 10^{-13}$	12,34
$3{,}311 \cdot 10^{-10}$	9,48
$6{,}761 \cdot 10^{-4}$	3,17
$6{,}026 \cdot 10^{-3}$	2,22
$6{,}761 \cdot 10^{-5}$	4,17
$2{,}138 \cdot 10^{-12}$	11,67
$1{,}549 \cdot 10^{-4}$	3,81
$1 \cdot 10^{-15}$	15,0
$9{,}333 \cdot 10^{-8}$	7,03
$3{,}981 \cdot 10^{-14}$	13,4
$6{,}026 \cdot 10^{-12}$	11,22
$2{,}399 \cdot 10^{-11}$	10,64
$6{,}761 \cdot 10^{-8}$	7,17
0,1660	0,78

Név	Képlet	K_s		pK_s
kénessav	H_2SO_3	K_1	$1{,}660 \cdot 10^{-2}$	1,78
		K_2	$6{,}310 \cdot 10^{-8}$	7,20
kénsav	H_2SO_4	K_2	0,0105	1,98
kovasav (meta)	H_2SiO_3	K_1	$1{,}175 \cdot 10^{-10}$	9,93
		K_2	$2{,}042 \cdot 10^{-12}$	11,69
krómsav	H_2CrO_4	K_1	0,6918	0,16
		K_2	$3{,}236 \cdot 10^{-7}$	6,49
molibdénsav	H_2MoO_4	K_1	$1{,}122 \cdot 10^{-4}$	3,95
		K_2	$6{,}166 \cdot 10^{-5}$	4,21
nitrogén-hidrogénsav	HN_3	K_1	$1{,}023 \cdot 10^{-5}$	4,99
ónsav	H_2SnO_3	K_1	$3{,}981 \cdot 10^{-10}$	9,40
perjódsav	HIO_4	K_1	$2{,}291 \cdot 10^{-2}$	1,64
salétromossav (12,5 °C-on)	HNO_2	K_1	$4{,}571 \cdot 10^{-4}$	3,34
szelénessav	H_2SeO_3	K_1	$2{,}455 \cdot 10^{-3}$	2,61
		K_2	$4{,}786 \cdot 10^{-9}$	8,32
szelénsav	H_2SeO_4	K_1	$1{,}778 \cdot 10^{-2}$	1,75
szénsav	H_2CO_3	K_1	$4{,}37 \cdot 10^{-7}$	6,36
		K_2	$4{,}68 \cdot 10^{-11}$	10,33
tellúrossav	H_2TeO_3	K_1	$1{,}35 \cdot 10^{-4}$	3,87
		K_2	$1{,}995 \cdot 10^{-11}$	10,70
tellúrsav	H_2TeO_4	K_1	$1{,}91 \cdot 10^{-8}$	7,72
		K_2	$1{,}1 \cdot 10^{-11}$	10,96
tiokénsav	$H_2S_2O_3$	K_1	0,251 189	0,60
		K_2	0,019 055	1,72
víz	H_2O	K_1	$1{,}02 \cdot 10^{-14}$	13,99

A szerves savak adatai a 358. oldalon találhatók.

Bázis: proton (hidrogénion) felvételére képes anyag.
Bázisállandó: egy bázis disszociációjának egyensúlyi állandója. K_b értéke 25 °C-on értendő. A pK_b a K_b értékének negatív logaritmusa.

Név		K_b	pK_b
ammónium-hidroxid	K_1	$7{,}762 \cdot 10^{-6}$	5,11
anilin	K_1	$3{,}802 \cdot 10^{-10}$	9,42
benzidin	K_1	$9{,}333 \cdot 10^{-10}$	9,03
	K_2	$5{,}623 \cdot 10^{-11}$	10,25
n-butil-amin	K_1	$4{,}074 \cdot 10^{-4}$	3,39
szek-butil-amin	K_1	$3{,}631 \cdot 10^{-4}$	3,44
terc-butil-amin	K_1	$2{,}818 \cdot 10^{-4}$	3,55
dietil-amin	K_1	$1{,}259 \cdot 10^{-3}$	2,90
dimetil-amin	K_1	$5{,}129 \cdot 10^{-4}$	3,29
etil-amin	K_1	$5{,}623 \cdot 10^{-4}$	3,25
etilén-diamin	K_1	$8{,}511 \cdot 10^{-5}$	4,07
o-fenilén-diamin	K_1	$3{,}311 \cdot 10^{-10}$	9,48
p-fenilén-diamin	K_1	$1{,}096 \cdot 10^{-8}$	7,96
	K_2	$3{,}467 \cdot 10^{-12}$	11,46
fenil-hidrazin	K_1	$1{,}585 \cdot 10^{-9}$	8,80
izobutil-amin	K_1	$2{,}570 \cdot 10^{-4}$	3,59
izopropil-amin	K_1	$4{,}266 \cdot 10^{-4}$	3,37
karbamid	K_1	$1{,}514 \cdot 10^{-14}$	13,82
metil-amin	K_1	$4{,}365 \cdot 10^{-4}$	3,36
metil-dietil-amin	K_1	$2{,}692 \cdot 10^{-4}$	3,57
piridin	K_1	$1{,}413 \cdot 10^{-9}$	8,85
n-propil-amin	K_1	$3{,}890 \cdot 10^{-4}$	3,41
tetrametilén-diamin	K_1	$4{,}074 \cdot 10^{-4}$	3,39
trietil-amin	K_1	$5{,}623 \cdot 10^{-4}$	3,25
trimetil-amin	K_1	$5{,}248 \cdot 10^{-5}$	4,28
tripropil-amin	K_1	$5{,}012 \cdot 10^{-4}$	3,30

Indikátor	S
timolkék	vörös-
dimetilsárga	vörös-
lakmusz	vörös-
metilnarancs	vörös-
p-etoxi-krizoidin	vörös-
brómkrezolzöld	sárga-
metilvörös	vörös-
klórfenolvörös	sárga-
kongóvörös	kék–v
brómkrezolbíbor	sárga-
brómtimolkék	sárga-
neutrálvörös	vörös-
fenolvörös	sárga-
krezolvörös	sárga-
1-naftolftalein	naran
o-krezolftalein	színte
fenolftalein	színte
timolkék	sárga-
timolftalein	színte
alizarinsárga	halvá
tropeolin	sárga-
trinitro-benzoesav	színte

6.5. Vizes közegben használatos sav-bázis indikátorok

Indikátor	Savas/bázikus szín	Átcsapási pH-tartomány
timolkék	vörös–sárga	1,2 ... 2,8
dimetilsárga	vörös–sárga	2,9 ... 4,0
lakmusz	vörös–kék	5,0 ... 8,0
metilnarancs	vörös–sárga	3,1 ... 4,4
p-etoxi-krizoidin	vörös–sárga	3,5 ... 5,5
brómkrezolzöld	sárga–kék	3,8 ... 5,4
metilvörös	vörös–sárga	4,4 ... 6,2
klórfenolvörös	sárga–vörös	4,8 ... 6,4
kongóvörös	kék–vörös	3,0 ... 5,2
brómkrezolbíbor	sárga–bíbor	5,2 ... 6,8
brómtimolkék	sárga–kék	6,0 ... 7,6
neutrálvörös	vörös–sárga	6,8 ... 8,0
fenolvörös	sárga–vörös	6,4 ... 8,2
krezolvörös	sárga–bíbor	7,2 ... 8,8
1-naftolftalein	narancssárga–zöldeskék	7,3 ... 8,7
o-krezolftalein	színtelen–vörösesibolya	8,2 ... 9,8
fenolftalein	színtelen–bíbor	8,2 ... 10,0
timolkék	sárga–kék	8,0 ... 9,6
timolftalein	színtelen–kék	9,3 ... 10,5
alizarinsárga	halványsárga–barnásvörös	10,0 ... 12,1
tropeolin	sárga–vörösbarna	11,1 ... 12,7
trinitro-benzoesav	színtelen–narancs	12,0 ... 13,4

6.6. Fémes elemek standardpotenciáljai

Elektród: olyan rendszer, amely egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.
Elektródpotenciál: önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektród. Az elektródpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektród.
Standard elektródpotenciál (E°): 10^5 Pa nyomáson, 25 °C-on, egységnyi koncentrációjú (mol/dm^3-ben) oldatot tartalmazó elektród elektródpotenciálja.

Redoxi-rendszer	E°(V)
Li/Li^+	−3,045
K/K^+	−2,925
Rb/Rb^+	−2,925
Cs/Cs^+	−2,923
Ba/Ba^{2+}	−2,92
Ra/Ra^{2+}	−2,916
Sr/Sr^{2+}	−2,89
Ca/Ca^{2+}	−2,84
Na/Na^+	−2,714
La/La^{3+}	−2,37
Ce/Ce^{3+}	−2,34

Redoxi-rendszer	E°(V)
Sm/Sm^{3+}	−2,30
Mg/Mg^{2+}	−2,356
Lu/Lu^{3+}	−2,30
Be/Be^{2+}	−1,97
Zr/Zr^{4+}	−1,70
Al/Al^{3+}	−1,67
U/U^{3+}	−1,66
Ti/Ti^{2+}	−1,63
Hf/Hf^{4+}	−1,56
Mn/Mn^{2+}	−1,18
V/V^{2+}	−1,13

Redoxi-rendszer	E°(V)
Nb/Nb^{3+}	−1,10
Zn/Zn^{2+}	−0,7626
Ga/Ga^{3+}	−0,529
Fe/Fe^{2+}	−0,44
Cd/Cd^{2+}	−0,4025
In/In^{3+}	−0,3382
Tl/Tl^+	−0,3363
Co/Co^{2+}	−0,277
Ni/Ni^{2+}	−0,257
Mo/Mo^{3+}	−0,200
Sn/Sn^{2+}	−0,136

Redoxi-rendszer	E°(V)
Pb/Pb^{2+}	−0,1251
$H_2/2H^+$	0,0000
Cu/Cu^{2+}	0,340
Cu/Cu^+	0,520
Rh/Rh^{3+}	0,76
Hg/Hg_2^{2+}	0,7960
Ag/Ag^+	0,7991
Hg/Hg^{2+}	0,9110
Pd/Pd^{2+}	0,915
Au/Au^{3+}	1,52
Au/Au^+	1,83

6.7. A fontosabb gázelektródok, valamint egyes nemfémes elemek standardpotenciáljai

Elektródreakció	E°(V)
$CO_2 + 2H^+ + 2e^- = HCOOH$	−0,16
$2H^+ + 2e^- = H_2$	0,0000
$2D^+ + 2e^- = D_2$	0,013
$I_2 + 2e^- = 2I^-$	0,5355
$O_2 + 2H^+ + 2e^- = H_2O_2$	0,695
$NO_3^- + 4H^+ + 3e^- = NO + 2H_2O$	0,957
$Br_2 + 2e^- = 2Br^-$	1,065
$O_2 + 4H^+ + 4e^- = 2H_2O$	1,229
$Cl_2 + 2e^- = 2Cl^-$	1,3583
$O_3 + 2H^+ + 2e^- = O_2 + H_2O$	2,075
$O + 2H^+ + 2e^- = H_2O$	2,430
$F_2 + 2e^- = 2F^-$	2,87

6.8. A fontosabb redoxielektródok standard redoxpotenciálja

Redoxielektród: olyan elektrokémiai rendszer, amely oldott állapotban egyszerre tartalmazza egy anyag oxidált és redukált formáját.

Redoxpotenciál (redoxielektród-potenciál): önkényes skálán mért, feszültség jellegű mennyiség. A skála önkényes nullpontja a standard hidrogénelektród. A redoxpotenciál annak a galvánelemnek az elektromotoros ereje, amelynek egyik pólusa a vizsgálandó, a másik a standard hidrogénelektród.

Standard redoxpotenciál ($E°$): 10^5 Pa nyomáson, 25 °C-on, mindkét iont azonos koncentrációban (mol/dm^3-ben) tartalmazó redoxielektród redoxpotenciálja.

Redoxirendszer	$E°$(V)
U^{4+}/U^{3+}	−0,52
Cr^{3+}/Cr^{2+}	−0,424
Ti^{3+}/Ti^{2+}	−0,37
Eu^{3+}/Eu^{2+}	−0,35
V^{3+}/V^{2+}	−0,255
Sn^{4+}/Sn^{2+}	0,15
Cu^{2+}/Cu^{+}	0,159
Fe^{3+}/Fe^{2+}	0,771
Mn^{3+}/Mn^{2+}	1,5
Ce^{4+}/Ce^{3+}	1,72
Co^{3+}/Co^{2+}	1,92

6.9. Gyakrabban használt redoxiindikátorok

Indikátor	Redukált/oxidált forma színe	Átcsapási potenciál (V)
nitroferroin	vörös/kék	+1,25
para-nitro-difenil-amin	színtelen/ibolya	+1,05
ferroin	vörös/halványkék	+1,06
erioglaucin A	zöld/rózsaszín	+1,00
eriozöld B	sárga/narancs	+1,01
para-etoxi-krizoidin	vörös/sárga	+1,00
variaminkék	kék/ibolyásvörös	+0,71
metilénkék	színtelen/kék	+0,12
indigókármin	színtelen/kék	−0,25
neutrálvörös	színtelen/vörösesibolya	−0,20

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai

Képződéshő: egy adott vegyület 25 °C-on stabil elemeiből való képződése során tapasztalható energiaváltozás és az anyagmennyiség hányadosa. Mértékegysége kJ/mol. Számértéke megegyezik 1 mol anyagnak standard állapotú elemeiből való képződését kísérő, kJ-ban kifejezett energiaváltozással. Megállapodás szerint a szobahőmérsékleten stabil elemek képződéshője 0. A képződéshők és a reakcióhő között az energiamegmaradás törvényének kémiai megfelelője, a Hess-tétel teremt kapcsolatot.

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
A hidrogén vegyületei					
H_2O	18,01528	0,000	100,000	**1,000 (f)	−285,8 (f)
H_2O_2	34,01	−0,41	150,2	1,438	−187,8 (f)
H_2S	34,08	−85,5	−60,7	1,539 (f)	−20,6 (g)
HF	20,01	−83,1	19,54	0,991 (f)	−299,8 (f)
HCl	36,46	−114,8	−84,9	1,187 (f)	−92,3 (g)
HBr	80,91	−88,5	−67,0	2,77 (f)	−36,3 (g)
HI	127,91	−50,8	−35,38	2,85 (f)	26,5 (g)
Az s-mező elemeinek vegyületei					
LiF	25,94	845	1676	2,635	−616,0 (sz)
LiCl	42,39	605	1325	2,068	−408,6 (sz)
LiBr	86,85	550	1265	3,464	−351,2 (sz)
LiI	133,85	449	1180	4,076	−270,4 (sz)
Li_3PO_4	115,79	837	–	2,537	−2095,8 (sz)
Li_2O	29,88	1700	–	2,013	−597,9 (sz)
Li_2S	45,94	900–975	–	1,66	−441,4 (sz)
NaF	41,99	993	1695	2,558	−576,6 (sz)
NaCl	58,44	801	1413	2,165	−411,2 (sz)
NaBr	102,89	747	1390	3,203	−361,1 (sz)
NaI	149,89	661	1304	3,667	−287,8 (sz)
Na_2CO_3	105,99	851	bomlik	2,532	−1130,7 (sz)
$NaNO_3$	84,99	306,8	380, bomlik	2,261	−467,9 (sz)
Na_2SO_4	142,04	884	–	2,68	−1387,1 (sz)
$Na_3PO_4 \cdot 12\,H_2O$	380,12	73,3	100, vízvesztés	1,446	–
Na_2O	61,98	1275, szublimál	–	2,27	−414,2 (sz)
Na_2S	78,04	1180	–	1,856	−364,8 (sz)

* A gázok sűrűségét lásd a 193. oldalon. ** 4 °C-on; lásd még a 191. oldalon.

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
KF	58,10	858	1505	2,48	−567,3 (sz)
KCl	74,55	770	1500	1,984	−436,5 (sz)
KBr	119,00	734	1435	2,75	−393,8 (sz)
KI	166,00	723	1330	3,13	−327,9 (sz)
K_2CO_3	138,21	891	bomlik	2,428	−1151,0 (sz)
KNO_3	101,10	334	400, bomlik	2,109	−494,6 (sz)
K_2SO_4	174,25	1069	1689	2,662	−1437,8 (sz)
K_3PO_4	212,27	1340	–	2,564	−1950,2 (sz)
K_2O	94,20	350, bomlik	–	2,32	−361,5 (sz)
K_2S	110,26	840	–	1,805	−380,7 (sz)
$BeCl_2$	79,917	415	482	1,90	−490,4 (sz)
MgF_2	62,30	1261	2239	–	−1124,2 (sz)
$MgCl_2$	95,21	714	1412	2,316	−641,3 (sz)
$MgBr_2$	184,11	700	–	3,72	−524,3 (sz)
MgI_2	278,11	637	bomlik	4,43	−364,0 (sz)
$MgCO_3$	84,31	350, bomlik	–	3,009	−1095,8 (sz)
$Mg(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$	256,41	89	–	1,6363	−790,7 (sz)
$MgSO_4$	120,36	1124	–	2,66	−1284,9 (sz)
$Mg_3(PO_4)_2$	262,86	1184	–	–	–
MgO	40,30	2852	3600	3,58	−601,6 (sz)
MgS	56,37	2000	bomlik	2,84	−346,0 (sz)
CaH_2	42,094	675, bomlik	–	1,7	−181,5 (sz)
CaF_2	78,08	1423	2500	3,180	−1228,0 (sz)
$CaCl_2$	110,99	782	1600	2,15	−795,4 (sz)
$CaBr_2$	199,89	742	815	3,353	−682,8 (sz)
CaI_2	293,89	575	718	3,956	−533,5 (sz)
$CaCO_3$	100,09	1339 (100 bar)	bomlik	2,710	−1207,6 (sz)
$Ca(NO_3)_2$	164,09	561	–	2,504	−938,3 (sz)
$CaSO_4$	136,14	1450	–	2,96	−1434,5 (sz)
$Ca_3(PO_4)_2$	310,18	1670	–	3,14	−4120,8 (sz)
CaO	56,08	2614	–	3,25	−634,9 (sz)
CaS	72,14	bomlik	–	2,5	−482,4 (sz)
SrF_2	125,62	1473	2489	4,24	−1216,3 (sz)
$SrCl_2$	158,53	875	1250	3,052	−828,9 (sz)
$SrBr_2$	247,43	643	bomlik	4,216	−717,6 (sz)
SrI_2	341,43	515	bomlik	4,549	−558,1 (sz)

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
Az s-mező elemeinek vegyületei (folytatás)					
$SrCO_3$	147,63	1497	bomlik	3,70	−1220,1 (sz)
$Sr(NO_3)_2$	211,63	570	–	2,986	−978,2 (sz)
$SrSO_4$	183,68	1605, bomlik	–	3,96	−1453,1 (sz)
SrO	103,62	2430	3000	4,7	−592,0 (sz)
SrS	119,68	2000	–	3,70	−472,4 (sz)
BaF_2	175,33	1355	2137	4,89	−1207,1 (sz)
$BaCl_2$	208,24	963	1560	3,917	−858,6 (sz)
$BaBr_2$	297,14	847	–	4,781	−757,3 (sz)
BaI_2	391,14	740	–	5,15	−602,1 (sz)
$BaCO_3$	197,34	1740	bomlik	4,43	−1216,3 (sz)
$Ba(NO_3)_2$	261,34	592	bomlik	3,24	−992,1 (sz)
$BaSO_4$	233,39	1580	–	4,49	−1473,2 (sz)
$Ba_3(PO_4)_2$	601,93	–	–	4,1	–
BaO	153,3	1918	2000	5,72	−553,5 (sz)
BaS	169,39	1200	–	4,25	−460,0 (sz)
$RaCl_2$	297	1000	–	4,9	–
Az p-mező elemeinek vegyületei					
BCl_3	117,17	−107,3	12,5	1,349	−427,2 (f)
B_2H_6	27,67	−165,5	−92,5	0,447 (f)	35,6 (g)
$AlCl_3$	133,34	190, szublimál	–	2,44	−704,2 (sz)
AlF_3	83,98	1291, szublimál	–	2,882	−1510,4 (sz)
Al_2O_3	101,96	2072	2980	3,965	−1675,7 (sz)
$Al(OH)_3$	78,00	300, vizet veszít	–	3,98	–
CO	28,01	−199	−191,5	1,250 (f)	−110,5 (g)
CO_2	44,01	−56,6 (5,2 bar)	−78,1, szublimál	1,56 (sz)	−393,5 (g)
CS_2	76,13	−110,8	46,3	1,261	89,0 (f)
SiF_4	104,08	−90,2	−86	4,254 (f)	–
$SiBr_4$	347,702	5,39	154	2,8	–
SiI_4	535,704	120,5	287,35	4,1	–
SiH_4	32,12	−185	−111,8	0,68 (f)	34,3 (g)
Si_2H_6	62,22	−132,5	−14,5	0,686 (f)	80,3 (g)
Si_3H_8	92,32	−117,4	52,9	0,743	92,5 (f)
$SiCl_4$	169,90	−70	57,57	1,483	−687,0 (f)
SiO_2	60,08	1703	2230	2,26	−910,7 (sz)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
SnO	134,69	1080	bomlik	6,446	−280,7 (sz)
$SnCl_2$	189,60	246	652	3,95	−325,1 (sz)
$SnCl_4$	260,50	−33	114,1	2,226	−511,3
$Pb(NO_3)_2$	331,21	470	bomlik	4,53	−451,9 (sz)
PbO	223,20	886	–	9,53	−217,3 (sz)
PbO_2	239,20	290	bomlik	9,375	−277,4 (sz)
Pb_3O_4	685,60	500	bomlik	9,1	−718,4 (sz)
PbS	239,26	1114	–	7,5	−100,4 (sz)
$PbSO_4$	303,26	1170	–	6,2	−920,0 (sz)
NH_3	17,03	−77,7	−33,35	0,7710 (f)	−45,9 (g)
NH_4Cl	53,49	340, szublimál	520	1,527	−314,4 (sz)
NH_4NO_3	80,04	169,6	210, bomlik	1,725	−365,6 (sz)
$(NH_4)_2SO_4$	132,13	235	–	1,769	−1180,0 (sz)
NO	30,01	−163,6	−151,8	1,340 (f)	–
NO_2	46,01	−11,20	21,2	1,4494	33,2 (g)
N_2O	44,01	−102	−88,48	1,977 (f)	82,1 (g)
N_2O_3	76,01	−101,1	bomlik	1,447	50,3 (f)
N_2O_5	108,01	bomlik	–	1,642	−43,1 (sz)
HNO_3	63,01	−42	86	1,503	−174,1 (f)
HNO_2	47,01	–	–	csak oldatban létezik	–
PH_3	34,00	−133,5	−87,4	0,746 (f)	5,4 (g)
PCl_3	137,33	−112	75,5	1,574	−319,7 (f)
PCl_5	208,24	167 (hármaspont)	szublimál	2,1	−443,5 (sz)
P_2O_5	141,94	580, szublimál	–	2,39	–
H_3PO_4	98,00	42,3	bomlik	1,88	−1284,4 (sz)
AsH_3	77,95	−116,3	−55	2,695 (f)	66,4 (g)
$AsCl_3$	181,28	−8,5	130,2	2,163	−305,0 (f)
As_2O_3	197,84	312,3	–	3,738	–
As_2O_5	229,84	315, bomlik	–	4,32	−924,9 (sz)
As_2S_3	246,03	300	707	3,43	−169,0 (sz)
As_2S_5	310,14	500, bomlik	–	–	–
SbH_3	124,77	−88,5	−17	5,30 (f)	145,1 (g)
$SbCl_3$	228,11	73,4	223	3,140	−382,2 (sz)
$SbCl_5$	299,02	2,8	79	2,336 (f)	–
Sb_2O_3	291,50	656	1550, szublimál	5,2	–
Sb_2O_5	323,50	380, O-t veszít	–	3,80	–

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
Az p-mező elemeinek vegyületei (folytatás)					
Sb_2S_3	339,68	550	1150	4,12	–
Sb_2S_5	403,80	75, bomlik	–	4,120	–
Bi_2O_3	465,96	825	1890	8,9	–573,9 (sz)
Bi_2S_3	514,14	685	bomlik	7,39	–143,1 (sz)
$BiCl_3$	315,34	232	447	4,75	–379,1 (sz)
$Bi_2(SO_4)_3$	706,13	405	–	5,08	–2544,4 (sz)
SO_2	64,06	–72,7	–10	1,434 (f)	–296,8 (g)
SO_3	80,06	16,83	44,8	1,97	–454,5 (sz)
H_2SO_3	82,07	–	–	csak oldatban létezik	–
H_2SO_4	98,07	10,36	330	1,841	–814,0 (f)
$Na_2S_2O_3$	158,10	–	–	1,667	–
A d-mező elemeinek vegyületei					
$TiCl_2$	118,79	szublimál	–	3,13	–513,8 (sz)
$TiCl_4$	189,69	–25	136,4	1,726 (f)	–804,2 (f)
TiO	63,85	1750	3000	4,93	–519,7 (sz)
TiO_2	79,88	1775	–	3,84	–944,7 (sz)
V_2O_5	181,88	690	1750, bomlik	3,357	–1550,6 (sz)
$CrCl_3$	158,36	1150	1300, bomlik	2,76	–556,5 (sz)
CrO_2	83,99	300	bomlik	–	–598,0 (sz)
Cr_2O_3	151,99	2329	~ 3000	5,21	–1139,7 (sz)
CrO_3	99,99	196, bomlik	–	2,70	–
K_2CrO_4	194,19	968,3	–	2,732	–
$K_2Cr_2O_7$	294,18	398	500	2,676	–
Na_2CrO_4	161,97	–	–	2,710	–
$Na_2Cr_2O_7 \cdot 2H_2O$	298,00	*356,7	400, bomlik	2,52	–
$(NH_4)_2CrO_4$	152,7	180, bomlik	–	1,91	–
$(NH_4)_2Cr_2O_7$	252,06	170, bomlik	–	2,15	–
$MnCl_2$	125,84	650	1190	2,977	–481,3 (sz)
$MnSO_4$	151,00	700	850, bomlik	3,25	–
$KMnO_4$	158,03	240, bomlik	–	2,703	–837,2 (sz)
K_2MnO_4	197,13	190, bomlik	–	–	–
MnO	70,94	1650	–	5,43	–385,2 (sz)
MnO_2	86,94	535, bomlik	–	5,026	–520,0 (sz)
Mn_2O_3	157,87	1080, bomlik	–	4,50	–959,0 (sz)

84 °C-on elveszti a kristályvizét.

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
Mn_2O_7	221,87	5,9	55, bomlik	2,396	–
$FeCl_2$	126,75	667	1023	3,16	−341,8 (sz)
$FeCl_3$	162,21	304	315	2,898	−399,5 (sz)
$Fe_2(SO_4)_3$	399,87	480, bomlik	–	3,097	–
FeO	71,85	1369	–	5,7	−272,0 (sz)
Fe_2O_3	159,69	1565, bomlik	–	5,24	−824,2 (sz)
Fe_3O_4	231,54	1594	–	5,18	−1118,4 (sz)
$CoCl_2$	129,84	724	1049	3,356	−312,5 (sz)
$CoCl_3$	165,29	szublimál	–	2,94	–
$NiCl_2$	129,60	1001	szublimál	3,55	−305,3 (sz)
$NiSO_4$	154,75	848, bomlik	–	3,68	−872,9 (sz)
NiS	90,75	797	–	5,3	−82,0 (sz)
NiO	74,69	1984, bomlik	–	6,67	–
$PtCl_2$	265,99	581, bomlik	–	6,05	−123,4 (sz)
$PtCl_3$	301,44	435	–	5,256	−182,0 (sz)
$PtCl_4$	336,89	370, bomlik	–	4,303	−231,8 (sz)
PtO	211,08	550	bomlik	14,9	–
$CuCl_2$	134,45	630, bomlik	–	3,386	−220,1 (sz)
CuCl	99,00	430	1490	4,14	−137,2 (sz)
CuO	79,55	1326	–	6,3	−157,3 (sz)
Cu_2O	143,09	1235	1800	6,0	−168,6 (sz)
$CuSO_4$	159,60	bomlik	–	3,606	−771,4 (sz)
Ag_2O	231,74	230, bomlik	–	7,143	−31,1 (sz)
Ag_2S	247,80	825	bomlik	7,326	−32,6 (sz)
$AgNO_3$	169,87	212	444, bomlik	4,35	−171,1 (sz)
Ag_2SO_4	311,79	652	1085, bomlik	5,45	−715,9 (sz)
Ag_2CO_3	275,75	218, bomlik	–	6,077	−505,8 (sz)
AgF	126,87	435	1159	5,852	−204,6 (sz)
AgCl	143,32	455	1550	5,56	−127,0 (sz)
AgBr	187,77	432	700, bomlik	6,473	−100,4 (sz)
AgI	234,77	558, bomlik	1506	5,67	−81,8 (sz)
AuCl	232,42	289, bomlik	–	7,4	−34,7 (sz)
$ZnCl_2$	136,29	283	732	2,91	−415,1 (sz)
$ZnSO_4$	161,44	600, bomlik	–	3,74	−982,8 (sz)
ZnO	81,38	1975	–	5,606	−350,5 (sz)
ZnS	97,44	1700 ($1,5 \cdot 10^7$ Pa)	–	3,98	−192,6 (sz)

7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai (folytatás)

Anyag	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Sűrűség* (g/cm^3)	Képződéshő (kJ/mol)
A d-mező elemeinek vegyületei (folytatás)					
$Cd(NO_3)_2$	236,42	350	–	–	–
$CdSO_4$	208,47	1000	–	4,691	–933,3 (sz)
CdS	144,47	1750 (10^7 Pa)	szublimál	4,82	–161,9 (sz)
$Hg(NO_3)_2$	324,60	79	bomlik	4,39	–
$Hg_2(NO_3)_2 \cdot 2H_2O$	561,22	70	–	4,79	–
$HgSO_4$	296,65	bomlik	–	6,47	–707,5 (sz)
Hg_2SO_4	497,24	bomlik	–	7,56	–743,1 (sz)
$HgCl_2$	271,50	276	302	5,44	–224,3 (sz)
Hg_2Cl_2	472,09	400, szublimál	–	7,150	–265,4 (sz)
HgS	232,65	583,5, szublimál	–	8,10	–58,2 (sz)
Hg_2S	433,24	bomlik	–	–	–
Az f-mező elemeinek vegyületei					
$Ce_2(SO_4)_3$	568,41	920	bomlik	3,912	–
$Ce(SO_4)_2$	332,24	195	bomlik	3,91	–
ThO_2	264,04	3220	4400	9,86	–1226,4 (sz)
UO_2	270,03	2178	–	10,96	–1085,0 (sz)
UF_4	314,02	960	–	6,70	–1914,2 (sz)
UF_6	352,02	64,5	56,2	4,68	–2197,0 (sz)

7.2. Néhány vegyület bomlási hőmérséklete

Vegyület	Bomlási hőmérséklet (°C)
Au_2O_3/Au	160
Ag_2O/Ag	182
HgO/Hg	480
$CaCO_3/CaO$	882
Cu_2O/Cu	1800
PbO/Pb	2240

8.1. Kisebb atomcsoportok és atomok között kialakuló kovalens kötések kötési energiája (kJ/mol)

	–H	$–CH_3$	$–C_2H_5$	$–i\text{-}C_3H_7$	$–C_4H_9$ (*terc.*)	$–C_6H_5$	$–CH_2C_6H_5$	$–CCl_3$	$–CF_3$	$–C_2F_5$	$–COCH_3$	–CN	$–C_6F_5$
H–	435,990	439	421	412	401	464	368	393	446	430	360	518	477
F–	570,3	472	463	460	–	524	–	435	545	531	499	470	477
Cl–	431,62	349	351	355	352	399	303	288	362	347	340	422	385
Br–	366,35	293	292	299	293	337	248	225	295	287	278	367	–
I–	298,407	239	233	237	227	274	207	167	224	219	209	305	276
OH–	498	387	393	401	400	465	340	–	–	–	447	–	448
NH_2–	449	354	351	358	355	427	–	–	–	–	399	–	–
CH_3O–	437	348	353	359	350	415	–	–	–	–	403	–	–
CH_3–	439	376	369	370	362	425	332	362	427	–	339	–	444
CH_3CO–	360	339	335	327	314	391	274	–	–	–	282	–	–
NO–	207	167	–	153	165	213	–	134	199	–	–	121	209
CF_3–	446	427	–	–	–	–	–	335	413	–	–	–	–
CCl_3–	393	362	–	–	–	–	–	292	335	–	–	–	–

8.2. Szerves molekulákban gyakori atomkapcsolatokra jellemző átlagos kötéstávolságok és átlagos kötési energiák

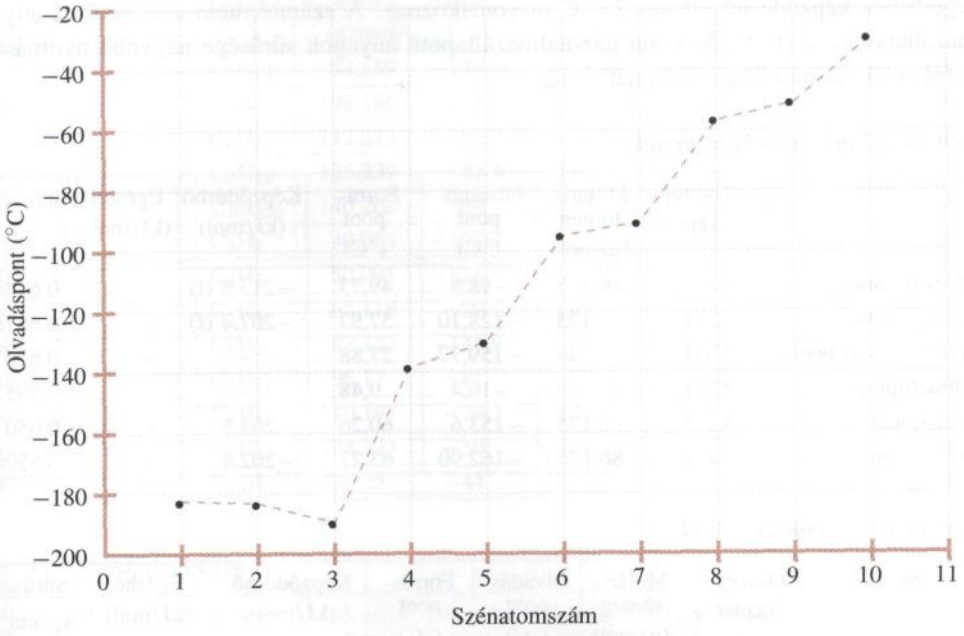
Kapcsolat	Átlagos kötéshossz (pm)	Átlagos kötési energia (kJ/mol)
C–C	153	~ 350
C=C	134	~ 600
C≡C	120	~ 800
C⎓C (aromás)	140	~ 500
C–H	110	~ 400
C–O	140	~ 350
C=O	121	~ 700

8.3. Az első húsz alkán tulajdonságai

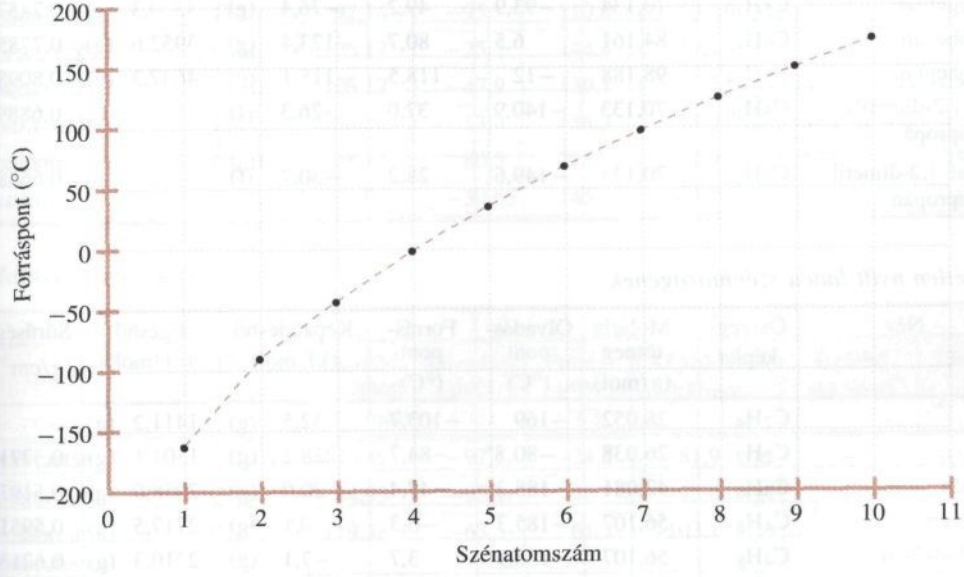
Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
metán	CH_4	16,043	−182,47	−161,45	−74,4 (g)	890,9 (g)	0,466
etán	C_2H_6	30,070	−183,3	−88,6	−83,8 (g)	1560,7 (g)	0,572
propán	C_3H_8	44,097	−189,7	−42,1	−104,7 (g)	2219,2 (g)	0,5853
bután	C_4H_{10}	58,123	−138,4	−0,5	−125,6 (g)	2877,6 (g)	0,6012
pentán	C_5H_{12}	72,150	−130	36,1	−146,9 (g)	3535,6 (g)	0,6262
hexán	C_6H_{14}	86,177	−95	69	−167,1 (g)	4163,2 (f)	0,6603
heptán	C_7H_{16}	100,204	−90,6	98,4	−187,7 (g)	4817,0 (f)	0,6837
oktán	C_8H_{18}	114,231	−56,8	125,7	−208,6 (g)	5470,5 (f)	0,7025
nonán	C_9H_{20}	128,258	−51	150,8	−228,2 (g)	6125,2 (f)	0,7176
dekán	$C_{10}H_{22}$	142,285	−29,7	174,1	−249,5 (g)	6778,3 (f)	0,7300
undekán	$C_{11}H_{24}$	156,309	−25,5	195,9	−327,2 (f)	–	0,7402
dodekán	$C_{12}H_{26}$	170,334	−9,57	216,32	−350,9 (f)	–	0,7495
tridekán	$C_{13}H_{28}$	184,361	−5,4	235,47	–	–	0,7564
tetradekán	$C_{14}H_{30}$	198,388	5,82	253,58	–	–	0,7596
pentadekán	$C_{15}H_{32}$	212,415	9,95	270,6	–	–	0,7685
hexadekán (cetán)	$C_{16}H_{34}$	226,441	18,12	286,86	−456,1 (f)	–	0,7701
heptadekán	$C_{17}H_{36}$	240,468	22,0	302,0	–	–	0,7780
oktadekán	$C_{18}H_{38}$	254,495	28,2	316,3	−567,4 (sz)	–	0,7768
nonadekán	$C_{19}H_{40}$	268,521	32,0	329,9	–	–	0,7855
eikozán	$C_{20}H_{42}$	282,547	36,6	343	–	–	0,7886

A táblázat adatai normál láncú szénhidrogénekre vonatkoznak. A sűrűségadatok általában 25 °C-on értendők. Az első négy alkán esetében a sűrűség nagyobb nyomáson, folyadék halmazállapotban értendő. Lásd még a 193. oldalon is.

8.4. A normál alkánok olvadáspontjának változása a szénatomszámmal



8.5. A normál alkánok forráspontjának változása a szénatomszámmal



8.6. Szerves anyagok tulajdonságai vegyületcsoportok szerint

Az égéshő és képződéshő értékei 25 °C-ra vonatkoznak. A számok után álló betű az anyag halmazállapotára utal. A 25 °C-on gáz-halmazállapotú anyagok sűrűsége nagyobb nyomáson mért folyadék halmazállapotra vonatkozik.

Telített nyílt láncú szénhidrogének

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm³)
2,2-dimetilbután	C_6H_{14}	86,175	−98,8	49,73	−213,8 (f)	–	0,6444
2,3-dimetilbután	C_6H_{14}	86,175	−128,10	57,93	−207,4 (f)	–	0,6616
2-metilbután (izopentán)	C_5H_{12}	72,149	−159,77	27,88	–	–	0,6201
2,2-dimetilpropán	C_5H_{12}	72,149	−16,4	9,48	–	–	0,5852
2-metilpentán	C_6H_{14}	86,175	−153,6	60,26	−204,6	–	0,650
3-metilpentán	C_6H_{14}	86,175	−162,90	63,27	−202,4	–	0,6598

Telített gyűrűs szénhidrogének

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm³)
ciklopropán	C_3H_6	42,081	−127,6	−32,7	53,3 (g)	2091,3 (g)	0,720
ciklobután	C_4H_8	56,107	−50	12	28,4 (g)	2745,8 (g)	0,720
ciklopentán	C_5H_{10}	70,134	−93,9	49,2	−76,4 (g)	3320,3 (g)	0,7457
ciklohexán	C_6H_{12}	84,161	6,5	80,7	−123,4 (g)	3952,6 (g)	0,7785
cikloheptán	C_7H_{14}	98,188	−12	118,5	−118,1 (g)	4637,3 (g)	0,8098
cisz-1,2-dimetil-ciklopropán	C_5H_{10}	70,133	−140,9	37,0	−26,3 (f)	–	0,6889
transz-1,2-dimetil-ciklopropán	C_5H_{10}	70,133	−149,6	28,2	−30,7 (f)	–	0,6648

Telítetlen nyílt láncú szénhidrogének

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm³)
etén	C_2H_4	28,052	−169	−103,7	52,5 (g)	1411,2 (g)	–
etin	C_2H_2	26,038	−80,8*	−84,7	228,2 (g)	1301,1 (g)	0,3771
propén	C_3H_6	42,081	−185,2	−47,4	20,0 (g)	2058,0 (g)	0,5193
but-1-én	C_4H_8	56,107	−185,3	−6,3	0,1 (g)	2717,5 (g)	0,5951
cisz-but-2-én	C_4H_8	56,107	−138,9	3,7	−7,1 (g)	2710,3 (g)	0,6213
transz-but-2-én	C_4H_8	56,107	−105,5	0,9	−11,4 (g)	2706,0 (g)	0,6042
buta-1,3-dién	C_4H_6	54,092	−108,9	−4,4	110,0 (g)	2541,5 (g)	0,6211
pent-1-én	C_5H_{10}	70,134	−138	30	−21,3 (g)	3375,4 (g)	0,6405

* (hármasponton)

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
hex-1-én	C_6H_{12}	84,159	−139,76	63,48	−74,2 (f)	–	0,6685
hept-1-én	C_7H_{14}	98,186	−118,9	93,64	−97,9 (f)	–	0,6970
okt-1-én	C_8H_{16}	112,213	−101,7	121,29	−124,5 (f)	–	0,7149
non-1-én	C_9H_{18}	126,239	−81,3	146,9	–	–	0,7253
dec-1-én	$C_{10}H_{20}$	140,266	−66,3	170,5	−173,8 (f)	–	0,7408
propin	C_3H_4	40,064	−102,7	−23,2	184,9 (g)	–	0,607
but-1-in	C_4H_6	50,091	−125,7	8,08	141,1 (f)	–	0,6783
pent-1-in	C_5H_8	68,118	−90	40,1	–	–	0,6901
hex-1-in	C_6H_{10}	82,143	−131,9	71,3	–	–	0,7155
hept-1-in	C_7H_{12}	96,17	−81	99,7	–	–	0,7328
okt-1-in	C_8H_{14}	110,197	−79,3	126,3	–	–	0,7461
non-1-in	C_9H_{16}	124,223	−50	150,8	16,3 (f)	–	0,7658
dec-1-in	$C_{10}H_{18}$	138,25	−44	174	–	–	0,7655

Aromás szénhidrogének

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
benzol	C_6H_6	78,11	5,5	80,1	82,6 (g)	3267,6 (f)	0,8736
toluol	C_7H_8	92,14	−95	110,6	50,4 (g)	3910,3 (f)	0,8669
orto-xilol	C_8H_{10}	106,17	−25,2	144,4	19,1 (g)	4552,8 (f)	0,8802
meta-xilol	C_8H_{10}	106,17	−47,9	139,1	17,3 (g)	4551,8 (f)	0,8642
para-xilol	C_8H_{10}	106,17	13,3	138,3	18,0 (g)	4552,8 (f)	0,8611
naftalin	$C_{10}H_8$	128,17	80,5	218	77,9 (sz)	5156,3 (sz)	0,9625
sztirol	C_8H_8	104,05	−30,65	145	103,8 (f)	–	0,9016

Halogénezett szénhidrogének

Név	Összeg-képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadás-pont (°C)	Forrás-pont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
klórmetán	CH_3Cl	50,49	−97,1	−24,2	−81,9 (g)	–	0,9159
diklórmetán	CH_2Cl_2	84,93	−95,1	40	−95,6 (g)	–	1,3266
triklórmetán (kloroform)	$CHCl_3$	119,38	−63,5	61,7	−103,1 (g)	–	1,4832
tetraklórmetán	CCl_4	153,82	−23	76,5	−95,8 (g)	–	1,5940
klóretán	C_2H_5Cl	64,514	−138,4	12,3	−136,8 (f)	–	0,8902
1,2-diklóretán	$C_2H_4Cl_2$	98,959	−35,7	83,5	−166,8 (f)	–	1,2454
1-klórpropán	C_3H_7Cl	78,541	−122,9	46,5	−160,5 (f)	–	0,8899

Halogénezett szénhidrogének (folytatás)

Név	Összegképlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
1-klórbután	C_4H_9Cl	92,57	−123,1	78,4	−188,1 (f)	–	0,8857
1-klórpentán	$C_5H_{11}Cl$	106,60	−99,0	108,4	−213,2 (f)	–	0,8820
1-klórhexán	$C_6H_{13}Cl$	120,62	−94,0	135,1	–	–	0,8781
vinil-klorid	C_2H_3Cl	62,50	−153,84	−13,3	37,2 (g)	–	0,9106
difluór-diklórmetán (Freon-12)	CF_2Cl_2	120,91	−158	−29,8	−477,4 (g)	–	–
tetrafluoretén	C_2F_4	100,02	−131,15	−75,9	−658,9 (g)	–	1,519

Oxigéntartalmú szerves vegyületek

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
alkoholok							
metanol	CH_4O	32,04	−93,9	65,15	−239,2 (f)	726,1 (f)	0,7914
etanol	C_2H_6O	46,07	−117,3	78,5	−277,7 (f)	1366,8 (f)	0,7893
propan-1-ol	C_3H_8O	60,10	−126,5	97,4	−302,6 (f)	2021,3 (f)	0,8035
ciklohexanol	$C_6H_{12}O$	100,16	25,1	161,1	−348,2 (f)	3727,8 (f)	0,9624
butan-1-ol	$C_4H_{10}O$	74,12	−88,6	117,73	−327,3 (f)	–	0,8095
butan-2-ol	$C_4H_{10}O$	74,12	−88,5	99,51	−342,6 (f)	–	0,8063
2-metilpropan-1-ol	$C_4H_{10}O$	74,12	−101,9	107,89	−334,7 (f)	–	0,8018
2-metilpropan-2-ol	$C_4H_{10}O$	74,12	25,69	82,4	−359,2 (f)	–	0,7887
pentan-1-ol	$C_5H_{12}O$	88,15	−77,6	137,98	−351,6 (f)	3330,9	0,8144
glikol	$C_2H_6O_2$	62,07	−12,69	197,3	−460,0 (f)	1189,2	1,1135
glicerin	$C_3H_8O_3$	92,09	18,1	290	−669,6 (f)	1655,4	1,2613
fenolok							
fenol	C_6H_6O	94,11	43	181,7	−165,1 (sz)	3053,4 (sz)	1,0576
hidrokinon	$C_6H_6O_2$	110,13	173	285	−364,5 (sz)	2854,1 (sz)	1,328
éterek							
dimetil-éter	C_2H_6O	46,07	−138,5	−25	−184,1 (g)	1460,4 (g)	–
dietil-éter	$C_4H_{10}O$	74,12	−116,2	34,5	−279,3 (f)	2723,9 (f)	0,7138
etil-metil-éter	C_3H_8O	60,10	−113	7,4	−216,4 (g)	–	0,7251
izopropil-metil -éter	$C_4H_{10}O$	74,12	–	30,77	−278,8 (f)	–	0,7237
tetrahidrofurán	C_4H_8O	72,11	−108,44	65	−216,2 (f)	–	0,8833
1,4-dioxán	$C_4H_8O_2$	88,11	11,85	101,5	−353,9 (f)	–	1,0337

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
oxovegyületek							
aceton	C_3H_6O	58,08	−95,35	56,2	−248,1 (f)	1789,9 (l)	0,7899
formaldehid	CH_2O	30,03	−92	−21	−108,6 (g)	570,7 (g)	0,815
acetaldehid	C_2H_4O	44,05	−121	20,8	−191,8 (f)	1166,9 (f)	0,7834
propanal	C_3H_6O	58,08	−80	48	−215,6 (f)	1822,7	0,8657
ciklohexanon	$C_6H_{10}O$	98,14	−16,4	155,6	−271,2 (f)	3519,0 (f)	0,9478
karbonsavak							
hangyasav	CH_2O_2	46,03	8,4	100,7	−424,7 (f)	254,6 (f)	1,220
ecetsav	$C_2H_4O_2$	60,05	16,6	117,9	−484,5 (f)	874,2 (f)	1,0492
propionsav	$C_3H_6O_2$	74,08	−20,8	141	−510,7 (f)	1527,3 (f)	0,9930
vajsav	$C_4H_8O_2$	88,11	−4,5	165,5	−533,8 (f)	2183,6 (f)	0,9577
valeriánsav	$C_5H_{10}O_2$	102,13	−33,8	186,82	−559,4 (f)	2837,3 (f)	0,9391
palmitinsav	$C_{16}H_{32}O_2$	256,43	63	350	−891,5 (sz)	9977,9 (sz)	0,8527
sztearinsav	$C_{18}H_{36}O_2$	284,48	71,2	360	−947,7 (sz)	11280,4 (sz)	0,9408
olajsav	$C_{18}H_{34}O_2$	282,47	13,4	360	–	–	0,8935
oxálsav	$C_2H_2O_4$	90,04	189,5	szubl.	−821,7 (sz)	251,1 (sz)	1,900
L-borkősav	$C_4H_6O_6$	150,09	171	–	−1567 (sz)	−1152	1,7598
L-aszkorbinsav	$C_6H_8O_6$	176,13	192	–	–	–	1,65
orto-ftálsav	$C_6H_4(CO_2H)_2$	166,13	210	–	−782,0 (sz)	–	1,593
para-ftálsav	$C_6H_4(CO_2H)_2$	166,13	szubl.	–	−816,1 (sz)	–	–
malonsav (propándisav)	$C_3H_4O_4$	104,06	135 bomlik	–	–	–	1,619
borostyánkősav (butándisav)	$C_4H_6O_4$	118,19	187,9	235	−940,5 (sz)	–	1,572
glutársav (pentádisav)	$C_5H_8O_4$	132,12	97,8	303	−960,0 (sz)	–	1,429
adipinsav (hexándisav)	$C_6H_{10}O_4$	146,14	152,5	337,5	−994,3 (sz)	–	1,360
maleinsav	$C_4H_4O_4$	116,07	130,5	–	−789,4 (sz)	–	1,590
fumársav	$C_4H_4O_4$	116,07	165 szubl.	–	−811,7 (sz)	–	1,635
benzoesav	$C_7H_6O_2$	122,12	122,13	249,133	−385,2 (sz)	3226,9 (sz)	1,2659
észterek							
metil-acetát metil-etanoát	$C_3H_6O_2$	74,08	−98,1	57	−445,8 (f)	1592,2 (f)	0,933
etil-acetát etil-etanoát	$C_4H_8O_2$	88,11	−83,6	77,06	−479,3 (f)	2238,1 (f)	0,9003
metil-formiát metil-metanoát	$C_2H_4O_2$	60,05	−99	31,7	−386,1 (f)	972,6	0,9713

Oxigéntartalmú szerves vegyületek (folytatás)

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
észterek (folytatás)							
etil-formiát etil-metanoát	$C_3H_6O_2$	74,08	−79,6	54,4	–	–	0,9208
etil-propionát etil-propanoát	$C_5H_{10}O_2$	102,13	−73,9	99,1	−502,7 (f)	–	0,8843
glicerin-trinitrát (nitroglicerin)	$C_3H_5O_3(NO_2)_3$	227,09	13,5	218 robban	−370,9 (f)	–	1,5931
szénhidrátok							
α-D-glükóz	$C_6H_{12}O_6$	180,16	146	–	−1271	−2805	1,5620
β-D-glükóz	$C_6H_{12}O_6$	180,16	150	–	–	–	1,5620
β-D-fruktóz	$C_6H_{12}O_6$	180,16	103	–	−1262	−2814	1,60
D-ribóz	$C_5H_{10}O_5$	150,13	95	–			–
szacharóz	$C_{12}H_{22}O_{11}$	342,32	186	–	−2218	−5649	–
maltóz	$C_{12}H_{22}O_{11}$	342,32	102	–	−2214	−5651	1,54
cellobióz	$C_{12}H_{22}O_{11}$	342,32	225	–	–	–	–
laktóz	$C_{12}H_{22}O_{11}$	342,32	214		−2213	−5653	

Aminok

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
metil-amin	CH_3NH_2	31,06	−93,5	−6,3	−22,5 (g)	1085,6 (g)	0,699
dimetil-amin	$(CH_3)_2NH$	45,08	−93	7,4	−18,5 (g)	1768,9 (g)	0,6804
trimetil-amin	$(CH_3)_3N$	59,11	−117,2	2,9	−23,7 (g)	2443,1 (g)	0,6356
anilin	$C_6H_5NH_2$	93,13	−6,3	184,68	31,3 (f)	3392,8 (f)	1,02173
etil-dimetil-amin	$C_4H_{11}N$	73,14	−140	36,5	–	–	0,675
izobutil-amin	$C_4H_{11}N$	73,14	−86,7	67,75	−132,6 (f)	–	0,724
metil-izopropil-amin	$C_4H_{11}N$	73,14	–	50,4	–	–	–

Amidok

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
formamid	CH_3NO	45,04	2,49	193	−254,0 (f)	–	1,1334
acetamid	C_2H_5NO	59,07	80,16	222,0	−317,0 (sz)	1184,6	1,16

Nitrogéntartalmú heterociklusos vegyületek

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)
piridin	C_5H_5N	79,10	−42	115,5	100,2 (f)	2782,3 (f)	0,9819
pirimidin	$C_4H_4N_2$	80,09	22	123	145,9 (f)	2291,6 (f)	–
pirrol	C_4H_4NH	67,09	–	130	63,1 (f)	2351,7 (f)	0,9691
imidazol	$C_3H_4N_2$	68,08	90	257	58,5 (sz)	1810,7 (sz)	1,0303
purin	$C_5H_4N_4$	120,11	216	–	–	–	–
pirrolidin	C_4H_9N	71,12	−57,79	86,56	−41,1 (f)	–	0,8586
piperidin	$C_5H_{11}N$	85,15	−11,02	106,22	−86,4 (f)	–	0,8606

Nukleotidok

Név	Képlet	Moláris tömeg (g/mol)	Olvadáspont (°C)	Forráspont (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)
adenin (A)	$C_5H_5N_5$	135,13	–	–	96 (sz)	2778,1 (sz)
citozin (C)	$C_4H_5N_3O$	111,10	–	–	−221,3 (sz)	2067,3 (sz)
uracil (U)	$C_4H_4N_2O_2$	112,09	338	–	−429,4 (sz)	1716,3 (sz)
guanin (G)	$C_5H_5N_5O$	151,13	–	–	−183,9 (sz)	2498,2 (sz)
timin (T)	$C_5H_6N_2O_2$	126,12	–	–	−462,8 (sz)	2362,2 (sz)

8.7. A genetikai kód

Első pozíció	Második pozíció				Harmadik pozíció
	U	C	A	G	
U	Phe	Ser	Tyr	Cys	U
	Phe	Ser	Tyr	Cys	C
	Leu	Ser	STOP	STOP	A
	Leu	Ser	STOP	Trp	G
C	Leu	Pro	His	Arg	U
	Leu	Pro	His	Arg	C
	Leu	Pro	Gln	Arg	A
	Leu	Pro	Gln	Arg	G
A	Ile	Thr	Asn	Ser	U
	Ile	Thr	Asn	Ser	C
	Ile	Thr	Lys	Arg	A
	Met (START)	Thr	Lys	Arg	G
G	Val	Ala	Asp	Gly	U
	Val	Ala	Asp	Gly	C
	Val	Ala	Glu	Gly	A
	Val (START)	Ala	Glu	Gly	G

Az mRNS nukleotidjainak bázisai: U: uracil, C: citozin, A: adenin, G: guanin, START: „olvasás kezdete" jel, STOP: „olvasás vége" jel

8.8. Az aminosavak jelölése, képlete, moláris tömege

Név	Jelölés		Összegképlet	Az –R csoport képlete*	Moláris tömeg (g/mol)
alanin	Ala	A	$C_3H_7NO_2$	$-CH_3$	89,09
arginin	Arg	R	$C_6H_{14}N_4O_2$	$-(CH_2)_3-NH=CNH_2-NH_2$	174,20
aszparagin	Asn	N	$C_4H_8N_2O_3$	$-CH_2-CONH_2$	132,12
aszparaginsav	Asp	D	$C_4H_7NO_4$	$-CH_2-COOH$	133,10
cisztein	Cys	C	$C_3H_7NO_2S$	$-CH_2-SH$	121,16
glutamin	Gln	Q	$C_5H_{10}N_2O_3$	$-(CH_2)_2-CONH_2$	146,15
glutaminsav	Glu	E	$C_5H_9NO_4$	$-(CH_2)_2-COOH$	147,13
glicin	Gly	G	$C_2H_5NO_2$	$-H$	75,07
hisztidin	His	H	$C_6H_9N_3O_2$	$-CH_2-C_3N_2H_3$	155,16
izoleucin	Ile	I	$C_6H_{13}NO_2$	$-CHCH_3-CH_2-CH_3$	131,17
leucin	Leu	L	$C_6H_{13}NO_2$	$-CH_2-CHCH_3-CH_3$	131,17
lizin	Lys	K	$C_6H_{14}N_2O_2$	$-(CH_2)_4-NH_2$	146,19
metionin	Met	M	$C_5H_{11}NO_2S$	$-(CH_2)_2-S-CH_3$	149,21
fenilalanin	Phe	F	$C_9H_{11}NO_2$	$-CH_2-C_6H_5$	165,19
prolin	Pro	P	$C_5H_9NO_2$	$-CH_2-CH=CH_2$	115,13
szerin	Ser	S	$C_3H_7NO_3$	$-CH_2OH$	105,09
treonin	Thr	T	$C_4H_9NO_3$	$-CHOH-CH_3$	119,12
triptofán	Trp	W	$C_{11}H_{12}N_2O_2$	$-CH_2-C_8NH_6$	204,23
tirozin	Tyr	Y	$C_9H_{11}NO_3$	$-CH_2-C_6H_4-OH$	181,19
valin	Val	V	$C_5H_{11}NO_2$	$-CHCH_3-CH_3$	117,15

* Az élőlényekben előforduló aminosavak általános képlete: $NH_2 - CHR - COOH$, ahol **R** különféle oldallánc lehet.

8.9. Az aminosavak fizikai és kémiai tulajdonságai

Jelölés	Olvadáspont* (°C)	Képződéshő (kJ/mol)	Égéshő (kJ/mol)	Sűrűség (g/cm^3)	pK_a	pK_b	pK_x	pI	S
Ala	297	−604,0(sz)	1576,9	1,432	2,34	9,69	–	6,00	167
Arg	238	−623,5(sz)	3738,4	–	2,17	9,04	12,48	10,76	181
Asn	236	−789,4(sz)	1928,0	1,543	2,02	8,80	–	5,41	25
Asp	270	−973,3(sz)	1601,6	1,6613	1,88	9,60	3,65	2,77	5
Cys	178	−515,5(sz)	–	–	1,96	10,28	8,18	5,07	–
Gln	185	−826,4(sz)	2570,3	–	2,17	9,13	–	5,65	42
Glu	249	−1009,7(sz)	2244,1	1,538	2,19	9,67	4,25	3,22	–
Gly	290	−528,5(sz)	973,1	1,607	2,34	9,60	–	5,97	251
His	277	−466,7(sz)	3180,6	–	1,82	9,17	6,00	7,59	43
Ile	284	−637,9(sz)	3581,1	–	2,36	9,60	–	6,02	34
Leu	393	−637,4(sz)	3581,6	1,293	2,36	9,60	–	5,98	23
Lys	225	−678,7(sz)	3683,2	–	2,18	8,95	10,53	9,74	6
Met	283	–	–	–	2,28	9,21	–	5,74	56
Phe	284	−466,9(sz)	4646,8	–	1,83	9,13	–	5,48	29
Pro	222	−512,2(sz)	2741,6	–	1,99	10,60	–	6,30	1622
Ser	228	−732,7(sz)	1448,2	–	2,21	9,15	–	5,68	422
Thr	253	−807,2(sz)	2053,1	–	2,09	9,10	–	5,60	97
Trp	282	−415,3(sz)	5628,3	–	2,38	9,39	–	5,89	12
Tyr	344	−685,5(sz)	4428,6	–	2,20	9,11	10,07	5,66	0,5
Val	295	−617,9(sz)	2921,7	–	2,32	9,62	–	5,96	58

* Forráspontjuk nincs, elbomlanak.

pK_a: az 1-es helyzetű karboxilcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pK_b: a 2-es helyzetű aminocsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pK_x: A molekulában esetlegesen jelenlevő oldalcsoport disszociációállandójának negatív logaritmusa.

pI: az izoelektromos pontnak megfelelő pH.

S: vízoldhatóság 25 °C-on (g/kg víz).

8.10. Szerves savak savállandói

Név	pK	
L-aszkorbinsav	K_1	4,04
	K_2	11,34
barbitursav	K_1	3,99
benzoesav	K_1	4,20
D-borkősav	K_1	3,03
	K_2	4,46
citromsav	K_1	2,87
	K_2	4,35
ecetsav	K_1	4,76
fluor-ecetsav	K_1	2,72
klór-ecetsav	K_1	2,86
bróm-ecetsav	K_1	2,92
jód-ecetsav	K_1	3,19
difluor-ecetsav	K_1	1,34
diklór-ecetsav	K_1	1,35
dibróm-ecetsav	K_1	1,48
trifluor-ecetsav	K_1	0,52
triklór-ecetsav	K_1	0,51

Név	pK	
tribróm-ecetsav	K_1	0,72
fenol	K_1	9,79
o-ftálsav	K_1	2,76
	K_2	4,92
fumársav	K_1	3,03
	K_2	4,47
hangyasav	K_1	3,75
maleinsav	K_1	2,0
	K_2	6,26
malonsav	K_1	2,77
	K_2	4,44
oxálsav	K_1	1,37
	K_2	3,81
pikrinsav	K_1	0,33
propionsav	K_1	4,86
vajsav (butánsav)	K_1	4,83
valeriánsav (pentánsav)	K_1	4,83
szalicilsav	K_1	2,70
	K_2	13,90

8.11. A szerves vegyületek nevezéktanának rövid áttekintése

Vegyületcsoport	Funkciós csoport	Utótag	Előtag
Szénhidrogének	(többszörös kötés)	-án (-én, -in)	alkil-
Halogénezett vegyületek	halogén, pl. klór	–	klór-
Aminok	aminocsoport	-amin	amino-
Alkoholok	hidroxicsoport	-ol	hidroxi-
Éterek	étercsoport	(alkil-alkil-éter)	oxa-
Ketonok	oxocsoport	-on	oxo-
Aldehidek	aldehidcsoport	-al	oxo-
Karbonsavak	karboxilcsoport	-sav	–

9.1. A figyelmeztető táblákon használatos piktogramok

toxikus	korrozív	irritatív	környezet-károsító	explozív	gyúlékony	oxidatív
T mérgező, T+ nagyon mérgező	C maró	Xn ártalmas, Xi irritatív, ingerlő	N környezeti veszély	E robbanás-veszélyes	F tűzveszé-lyes, F+ fokozottan tűzveszélyes	O égést tápláló, oxidáló

9.2. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett R-mondatok

R 1 Száraz állapotban robbanásveszélyes.
R 2 Ütés, súrlódás, tűz vagy más gyújtóforrás robbanást okozhat.
R 3 Ütés, súrlódás, tűz vagy egyéb gyújtóforrás rendkívüli mértékben növeli a robbanásveszélyt.
R 4 Nagyon érzékeny, robbanásveszélyes fémvegyületeket képez.
R 5 Hő hatására robbanhat.
R 6 Levegővel érintkezve vagy anélkül is robbanásveszélyes.
R 7 Tüzet okozhat.
R 8 Éghető anyaggal érintkezve tüzet okozhat.
R 9 Éghető anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
R 10 Kevésbé tűzveszélyes.
R 11 Tűzveszélyes.
R 12 Fokozottan tűzveszélyes.
R 14 Vízzel hevesen reagál.
R 15 Vízzel érintkezve fokozottan tűzveszélyes gázok képződnek.
R 16 Oxidáló anyaggal érintkezve robbanásveszélyes.
R 17 Levegőn öngyulladó.
R 18 A használat során robbanásveszélyes/tűzveszélyes gáz-levegő elegy keletkezhet.
R 19 Robbanásveszélyes peroxidokat képezhet.
R 20 Belélegezve ártalmas.
R 21 Bőrrel érintkezve ártalmas.
R 22 Lenyelve ártalmas.
R 23 Belélegezve mérgező (toxikus).
R 24 Bőrrel érintkezve mérgező (toxikus).
R 25 Lenyelve mérgező (toxikus).
R 26 Belélegezve nagyon mérgező (toxikus).
R 27 Bőrrel érintkezve nagyon mérgező (toxikus).
R 28 Lenyelve nagyon mérgező (toxikus).
R 29 Vízzel érintkezve mérgező gázok képződnek.
R 30 A használat során tűzveszélyessé válik.
R 31 Savval érintkezve mérgező gázok képződnek.
R 32 Savval érintkezve nagyon mérgező gázok képződnek.
R 33 A halmozódó (kumulatív) hatások miatt veszélyes.

R 34 Égési sérülést okoz.
R 35 Súlyos égési sérülést okoz.
R 36 Szemizgató hatású.
R 37 Izgatja a légutakat.
R 38 Bőrizgató hatású.
R 39 Nagyon súlyos és maradandó egészségkárosodást okozhat.
R 40 Maradandó egészségkárosodást okozhat.
R 41 Súlyos szemkárosodást okozhat.
R 42 Belélegezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
R 43 Bőrrel érintkezve túlérzékenységet okozhat (szenzibilizáló hatású lehet).
R 44 Zárt térben hő hatására robbanhat.
R 45 Rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
R 46 Öröklődő genetikai károsodást okozhat (mutagén hatású lehet).
R 48 Hosszú időn át hatva súlyos egészségkárosodást okozhat.
R 49 Belélegezve rákot okozhat (karcinogén hatású lehet).
R 50 Nagyon mérgező a vízi szervezetekre.
R 51 Mérgező a vízi szervezetekre.
R 52 Ártalmas a vízi szervezetekre.
R 53 A vízi környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
R 54 Mérgező a növényvilágra.
R 55 Mérgező az állatvilágra.
R 56 Mérgező a talaj szervezeteire.
R 57 Mérgező a méhekre.
R 58 A környezetben hosszantartó károsodást okozhat.
R 59 Veszélyes az ózonrétegre.
R 60 A fertilitást (fogamzóképességet vagy nemzőképességet) károsíthatja.
R 61 A születendő gyermekre ártalmas lehet.
R 62 A fertilitásra (fogamzóképességre vagy nemzőképességre) ártalmas lehet.
R 63 A születendő gyermeket károsíthatja.
R 64 Szoptatott újszülöttet és csecsemőt károsíthatja.
R 65 Lenyelve ártalmas, aspiráció (idegen anyagnak a légutakba beszívása) esetén tüdőkárosodást okozhat.
R 66 Ismételt expozíció a bőr kiszáradását vagy megrepedezését okozhatja.
R 67 A gőzök álmosságot vagy szédülést okozhatnak.

9.3. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett S-mondatok

S 1 Elzárva tartandó.
S 2 Gyermekek kezébe nem kerülhet.
S 3 Hűvös helyen tartandó.
S 4 Lakóterülettől távol tartandó.
S 5 ..... alatt tartandó (a folyadékot a gyártó határozza meg).
S 6 ..... alatt tartandó (az inert gázt a gyártó határozza meg).
S 7 Az edényzet hermetikusan lezárva tartandó.
S 8 Az edényzet szárazon tartandó.
S 9 Az edényzet jól szellőztethető helyen tartandó.
S 12 A tartályt nem szabad légmentesen lezárni.
S 13 Élelmiszertől, italtól és takarmánytól távol tartandó.
S 14 .....-tól/-től távol tartandó [az összeférhetetlen anyago(ka)t a gyártó határozza meg].
S 15 Hőhatástól távol tartandó.

S 16 Gyújtóforrástól távol tartandó. – Tilos a dohányzás!
S 17 Éghető anyagoktól távol tartandó.
S 18 Az edényzetet óvatosan kell kezelni és kinyitni.
S 20 Használat közben enni, inni nem szabad.
S 21 Használat közben tilos a dohányzás.
S 22 Az anyag porát nem szabad belélegezni.
S 23 A keletkező gázt/füstöt/gőzt/permetet nem szabad belélegezni (a gyártó határozza meg).
S 24 A bőrrel való érintkezés kerülendő.
S 25 Kerülni kell a szembejutást.
S 26 Ha szembe jut, bő vízzel azonnal ki kell mosni, és orvoshoz kell fordulni.
S 27 A szennyezett ruhát azonnal le kell vetni/venni.
S 28 Ha az anyag a bőrre kerül, ... -val/-vel bőven azonnal le kell mosni (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 29 Csatornába engedni nem szabad.
S 30 Soha nem szabad vízzel keverni.
S 33 A sztatikus feltöltődés ellen védekezni kell.
S 35 Az anyagot és az edényzetét megfelelő módon ártalmatlanítani kell.
S 36 Megfelelő védőruházatot kell viselni.
S 37 Megfelelő védőkesztyűt kell viselni.
S 38 Ha a szellőzés elégtelen, megfelelő légzőkészüléket kell használni.
S 39 Szem-/arcvédőt kell viselni.
S 40 A padlót és a beszennyeződött tárgyakat ..... -val/-vel kell tisztítani (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 41 Robbanás vagy tűz esetén a keletkező gázokat nem szabad belélegezni.
S 42 Füst-/permetképződés estén megfelelő légzésvédőt kell viselni (típusát a gyártó adja meg).
S 43 Tűz esetén ..... -val/-vel oltandó (az anyagot a gyártó határozza meg). Ha a víz használata veszélyes, akkor a „Víz használata veszélyes" mondatot is hozzá kell tenni!
S 45 Baleset vagy rosszullét estén azonnal orvost kell hívni. Ha lehetséges, a címkét meg kell mutatni.
S 46 Lenyelése esetén azonnal orvoshoz kell fordulni, az edényt/csomagolóburkolatot és a címkét az orvosnak meg kell mutatni.
S 47 ... °C feletti hőmérsékleten nem tárolható.
S 48 ..... -val/-vel nedvesen tartandó (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 49 Csak az eredeti edényzetben tárolható.
S 50 ..... -val/-vel nem keverhető (az anyagot a gyártó határozza meg).
S 51 Csak jól szellőztetett helyen használható.
S 52 Nagy felületű, tartózkodásra alkalmas helyiségekben nem használható.
S 53 Kerülni kell az expozíciót, használatához külön utasítás szükséges.
S 56 Az anyagot és edényzetét veszélyes- vagy speciálishulladék-gyűjtő helyre kell vinni.
S 57 A környezetszennyezés elkerülésére megfelelő edényzetet kell használni.
S 59 A hulladékanyag visszanyeréséhez/újrahasznosításához a gyártótól/forgalmazótól kell tájékoztatást kérni.
S 60 Az anyagot és/vagy edényzetét veszélyes hulladékként kell ártalmatlanítani.
S 61 Kerülni kell az anyag környezetbe jutását. Speciális adatokat kell kérni. (Biztonsági adatlap)
S 62 Lenyelés esetén hánytatni tilos: azonnal orvoshoz kell fordulni, és meg kell mutatni az edényzetet vagy a címkét.
S 63 Belégzés miatt bekövetkező baleset esetén a sérültet friss levegőre kell vinni, és biztosítani kell számára a nyugalmat.
S 64 Lenyelés esetén a szájat vízzel öblítjük ki (csak abban az esetben, ha a sérült nem eszméletlen).

FIZIKA

Négyjegyű függvénytáblázatok, matematikai, fizikai, kémiai összefüggések, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003

Sárközi: Műszaki táblázatok és képletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977

Hütte: A mérnöki tudományok kézikönyvbe, Springer Hungarica, 1993

F. Kohlrausch: Praktische Physik 3, B. G. Teubner, Stuttgart, 1968

Műanyag zsebkönyv, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Ohmacht–Sárközi: Műszaki táblázatok, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1972

Hargittay Emil: A hőmérséklet mérése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980

E. J. Harry: Ipari Lézerek és alkalmazásuk, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Erősáramú táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Csengeri Pintér Péter: Mennyiségek, mértékegységek, számok SI, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981

Hajdu László–Mikos Pál: Világítástechnika és Színdinamika, Táncsics Könyvkiadó, Budapest, 1981

NENMAC temperature handbook, NANMAC Corp., USA, 1985

Mikrovilág, A Természet Világa 2000. III. különszám

Kenczler Ödön: Vákuumtechnika, Tankönyvkiadó, 1981 kézirat

www.nist.gov

www.nobel.se

www.goodfellow.com

www.webelements.com

KÉMIA

www.iupac.org

N.N. Greenwood, A. Earnshow: Chemistry of the elements, Pergamon Press, 1989

N.L. Glinka: General chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1990

N. Akhmetov: General and inorganic chemistry, Mir Publishers, Moscow, 1987

Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press, 1994

Pungor Ernő (szerk.): Analitikusok kézikönyve, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987

Kiss István, Vértes Attila: Magkémia, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979

M. Haissinsky: A magkémia és alkalmazásai, Akadémia Kiadó, Budapest, 1963

Németh Béla: Kémiai táblázatok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1971

Inzelt György: Az elektrokémia modern elmélete és gyakorlata, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000

Mészáros Ernő: A levegőkémia alapjai, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1977

Bruckner Győző: Szerves kémia, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980

Kucsman Árpád: Szerves kémia, ELTE egyetemi jegyzet, Budapest, 1977

TARTALOM

MATEMATIKA 5

1. ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK 5
   1.1. Néhány állandó 5
   1.2. Görög betűk 5
   1.3. Jelölések, kapcsolatok 5
   1.4. Jelek, rövidítések 6
2. GONDOLKODÁSUNK ESZKÖZEI ... 7
   2.1. Matematikai logika 7
   2.2. Halmazok 8
   2.3. Gráfok 9
3. ARITMETIKA, SZÁMELMÉLET 11
   3.1. Számhalmazok 11
   3.2. Egész számok 12
   3.3. Racionális számok 14
   3.4. Valós számok 14
   3.5. Komplex számok 16
   3.6. Gyakorlati számítások 18
4. ALGEBRA 20
   4.1. Sorozatok, sorok 20
   4.2. Kamatszámítás 21
   4.3. Kombinatorika 22
   4.4. Egyenletek 22
   4.5. Egyenletrendszerek 26
5. VALÓS FÜGGVÉNYTAN 26
   5.1. Fontosabb valós függvények 26
   5.2. Határérték 31
   5.3. Differenciálszámítás 31
   5.4. Integrálszámítás 32
6. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS 34
   6.1. Események 34
   6.2. Gyakoriság 34
   6.3. Valószínűség 35
   6.4. Valószínűség-eloszlások 36
7. STATISZTIKA 43
   7.1. Adatok feldolgozása, ábrázolása ... 43
   7.2. Mintafüggvények, statisztikák 45
   7.3. A szóródás jellemzői 46
   7.4. Szimmetria és lapultság 47
   7.5. Korreláció, regresszió 47
   7.6. Idősorok 49
8. ELEMI GEOMETRIA 50
   8.1. Térelemek 50
   8.2. Szögek 50
   8.3. Geometriai transzformációk 52
   8.4. Síkgeometria 54
   8.5. Vektorszámítás 61
   8.6. Trigonometria 62
   8.7. Térgeometria 64
9. ANALITIKUS GEOMETRIA A SÍKBAN 69
   9.1. Koordináta-rendszerek 69
   9.2. Pont 69
   9.3. Egyenes 70
   9.4. Kör 71
   9.5. Parabola 72
   9.6. Ellipszis 73
   9.7. Hiperbola 74

10. TÁBLÁZATOK 76
   10.1. Útmutató 76
   10.2. Számok négyzete 78
   10.3. Számok négyzetgyöke 80
   10.4. Számok 10 alapú logaritmusa 84
   10.5. Szögek szinusza és koszinusza ... 88
   10.6. Nevezetes szögek szögfüggvényei 90
   10.7. Szögek tangense és kotangense ... 90
   10.8. Forgásszögek szögfüggvényei 93
   10.9. Prímszámok 4000-ig 94
   10.10. Összetett számok felbontása 1600-ig (a 2, 3, 5 prímosztók nélkül) 95
   10.11. A binomiális együtthatók (n = 20-ig) $\binom{n}{k}$ 96
   10.12. Pitagorasz-féle számhármasok (c = = 100-ig) 96
   10.13. Faktoriálisok (n = 100-ig) 97
   10.14. A standard normális eloszlás 98

INFORMATIKA 99

1. MÉRTÉKEGYSÉGEK 99
2. FONTOSABB BETŰSZÓK ÉS ÁLLOMÁNYKITERJESZTÉSEK 99
3. JELÖLÉSEK 100
4. VEZÉRLÉSI STRUKTÚRÁK 100
5. ALAPFELADATOK 101
   5.1. Sorozatszámítás 101
   5.2. Rekurzív sorozat 102
   5.3. Összegezés 102
   5.4. Feltételes összegezés 103
   5.5. Eldöntés 103

5.6. Kiválasztás 104
5.7. Kiválogatás 104
5.8. Számlálás 105
5.9. Szétválogatás 105
5.10. Metszet 106
5.11. Egyesítés 106
5.12. Összefuttatás 107
6. KERESÉSEK 107
6.1. Lineáris keresés 107
6.2. Bináris (logaritmikus) keresés 108
7. MAXIMUMFELADATOK 109
7.1. Az első maximum kiválasztása 109
7.2. Feltételes maximum keresése 109
7.3. Maximumszámlálás 110
7.4. Lokális maximum keresése 111
8. RENDEZÉSEK 111
8.1. Beillesztéses rendezés 112
8.2. Buborékos rendezés 112
8.3. Cserélgetéses rendezés 112
8.4. Minimumkiválasztásos rendezés ... 112

FIZIKA 113

1. MECHANIKA 113
1.1. A mozgás kinematikai leírása 113
1.2. Dinamika 116
1.3. Munka, energia, teljesítmény 120
1.4. Anyagi pont és merev test egyensúlya (sztatika) 126
1.5. Rugalmas alakváltozások (deformációk) 126
1.6. Rezgések 128
1.7. Mechanikai hullámok 129
1.8. Folyadékok és gázok mechanikája . 132
2. HŐTAN 135
2.1. Szilárd testek tágulása 135
2.2. Folyadékok hőtágulása 135
2.3. Gáztörvények 136
2.4. Termodinamika 139
2.5. Halmazállapot-változások 142
2.6. A hőközlés módjai 143
3. ELEKTRODINAMIKA 145
3.1. Időben állandó elektromos mező (elektrosztatika) 145
3.2. Stacionárius (időben állandó) elektromos áram 148
3.3. Időben állandó mágneses mező vákuumban (levegőben) 151
3.4. Mozgó vezeték mágneses mezőben 155
3.5. Az időben változó elektromos mező 158
3.6. A vákuumbeli elektromágneses mező Maxwell-törvényei 162
4. FÉNYTAN 164
4.1. Geometriai optika 164
4.2. Fizikai optika 168
4.3. A fotometria alapjai 170
5. ATOMFIZIKA 171
5.1. Az atomok mérete és tömege 171
5.2. Atommodellek 172
5.3. Kötött részecskék kvantummechanikai leírása 173
6. STATISZTIKUS FIZIKA 175
6.1. Termodinamikai valószínűség 175
6.2. Maxwell-féle sebességeloszlás 176
7. MAGFIZIKA, ELEMI RÉSZECSKÉK . 177
7.1. Az atommag 177
7.2 Radioaktivitás 177
7.3. Maghasadás 178
7.4. Magfúzió 179
7.5. Radioaktív bomlási sorozatok 179
7.6. Sugárzásvédelem 181
8. A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET ALAPJAI 182
8.1. Relativisztikus kinematika 182
8.2. Relativisztikus dinamika 182

9.FIZIKAI TÁBLÁZATOK 183
9.1. A Nemzetközi Mértékegységrendszer (SI) 183
9.2. Prefixumok 188
9.3. Fontosabb fizikai állandók 189
9.4. A víz (vízgőz, jég) fontosabb adatai 191
9.5. A levegő fontosabb adatai 191
9.6. Tudósok és feltalálók, akikről fizikai mértékegységet neveztek el 192
9.7. Gázok normálállapotú sűrűsége (0 °C, 10^5 Pa) 193
9.8. Folyadékok sűrűsége 18 °C-on 194
9.9. Ömlesztett anyagok halomsűrűsége 194
9.10. Szilárd és folyékony elemek sűrűsége 20 °C-on 195
9.11. Szerkezeti és szerves anyagok, ásványok, kőzetek sűrűsége szobahőmérsékleten 196
9.12. Homogén tömegeloszlású vonalas alakzatok tömegközéppontja 197
9.13. Homogén tömegeloszlású síkidomok tömegközéppontja 197
9.14. Homogén tömegeloszlású testek és felületek tömegközéppontja 198

9.15. Homogén tömegeloszlású testek különböző tengelyekre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai 199
9.16. Súrlódási tényezők 201
9.17. Gördülési súrlódási tényezők 201
9.18. Műanyagok rugalmas adatai szobahőmérsékleten 202
9.19. Szerkezeti anyagok rugalmas adatai 202
9.20. Szilárd elemek rugalmas adatai ... 203
9.21. Longitudinális hullám terjedési sebessége gázokban és gőzökben 20 °C-on, 10^5 Pa nyomáson 203
9.22. Longitudinális hullám terjedési sebessége folyadékokban, 20 °C-on 204
9.23. Longitudinális hullám terjedése szilárd anyagokban, 20 °C-on 204
9.24. Longitudinális hullám terjedési sebességének hőmérsékletfüggése vízben .. 204
9.25. Longitudinális hullám terjedésének hőmérsékletfüggése levegőben 205
9.26. Hangskálák hangjainak frekvenciái és hangközei 205
9.27. Formatényezők (áramlási ellenállási tényezők) 206
9.28. Néhány folyadék felületi feszültsége 20 °C-on 207
9.29. A víz felületi feszültsége levegőkörnyezetben a hőmérséklet függvényében .. 207
9.30. Néhány folyadék Eötvös-állandója 208
9.31. Néhány anyag dinamikus viszkozitása 20 °C-on 208
9.32. A levegő és a víz dinamikus viszkozitása a hőmérséklet függvényében 208
9.33. Szilárd elemek hőtani adatai 209
9.34. Szilárd anyagok hőtani adatai 212
9.35. Műanyagok hőtani adatai 213
9.36. Folyadékok hőtani adatai 214
9.37. Gázok, gőzök hőtani adatai 216
9.38. Gyulladási hőmérsékletek, égéshők, fűtőértékek 218
9.39. Lánghőmérsékletek 219
9.40. Gázmolekulák és gázatomok termikus átlagsebessége és közepes szabad úthossza 20 °C-on, normál légköri nyomáson (10^5 Pa) 219
9.41. Telített vízgőz nyomása és sűrűsége, a víz sűrűsége és párolgáshője a hőmérséklet függvényében 220
9.42. A víz forrásponti hőmérsékletének változása a nyomás függvényében 221
9.43. Néhány anyag hőátadási együtthatója 221
9.44. Néhány anyag átlagos emissziós tényezője 222
9.45. Szilárd anyagok relatív dielektromos állandója 222
9.46. Műanyagok relatív dielektromos állandója 223
9.47. Folyadékok relatív dielektromos állandója 223
9.48. Gázok relatív dielektromos állandója 0 °C-on, 10^5 Pa nyomáson 223
9.49. Szigetelő anyagok átütési feszültsége 224
9.50. Szigetelt vörösréz vezetékek megengedhető terhelése 224
9.51. Szobahőmérsékleten vezető szilárd és folyékony elemek fajlagos ellenállása, az ellenállás hőmérsékletfüggése 225
9.52. Szilárd, elektromosan vezető anyagok fajlagos ellenállása ésazellenállás hőfokfüggése 227
9.53. Szigetelő anyagok fajlagos ellenállása 20 °C-on 227
9.54. Műanyagok fajlagos ellenállása ... 228
9.55. Néhány anyag relatív permeabilitása 228
9.56. Néhány elem mágneses Curiepontja 228
9.57. Keménymágneses anyagok 229
9.58. Lágymágneses anyagok 230
9.59. Elemek elektrokémiai egyenértéke, kémiailag egyenértékű tömege és oxidációsszám-változása 231
9.60. Elemek platinával létesített termofeszültsége 100 °C hőmérséklet-különbség esetén 232
9.61. Volta-féle feszültségsor 232
9.62. Termoelemek elektromotoros ereje 0 °C-os referenciahőmérsékletre vonatkoztatva 233
9.63. Az elektromágneses színkép tartományai 234
9.64. Különféle anyagok levegőre vonatkoztatott törésmutató-értéke három nevezetes hullámhosszon, határszöge és diszperziója 20 °C hőmérsékleten és 10^5 Pa nyomáson 235
9.65. A víz diszperziója 20 °C-on, 10^5 Pa nyomáson, levegőre vonatkoztatva ... 236

9.66. A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatójának hőmérsékletfüggése λ = = 589,3 nm-en 236
9.67. Normálállapotú gázok abszolút törésmutatói 237
9.68. Referenciának tekinthető Fraunhofer-vonalak hullámhossza levegőben, 15 °C hőmérsékleten és 10^5 Pa nyomáson .. 237
9.69. A látható tartományban átlátszó és áttetsző anyagok áteresztési, visszaverési és elnyelési értékei 238
9.70. A látható tartományban átlátszatlan anyagok visszaverési értékei 238
9.71. Néhány fényforrás fényerőssége .. 239
9.72. Az emberi szem spektrális érzékenysége 239
9.73. Szabad atomok első ionizációs energiája 240
9.74. Néhány atommag egy nukleonra jutó kötési energiája 241
9.75. Néhány, a gyakorlatban használt vagy előforduló radioaktív izotóp felezési ideje, bomlásának neme és a sugárzás maximális energiája 242
9.76. Szilárd elemek és a higany kilépési munkája, határhullámhossza és kristályszerkezete 243
9.77. Diffúziós együtthatók és aktivációs energiák 244
9.78. Félvezető anyagok tilos sávszélessége 0 K és 300 K hőmérsékleten, töltéshordozó mozgékonyságai és olvadáspontjai 245
9.79. Elemek és vegyületek szupravezetési hőmérséklete 246
9.80. Az anyagot összetartó kölcsönhatások jellemzői 247
9.81. A standardmodell részecskéi 247
9.82. A fermionok generációi 247
9.83. Az erőhordozó bozonok tulajdonságai 248
9.84. A hadronok felépítése és tulajdonságai 248
9.85. A fizikai Nobel-díj kitüntetettjei .. 249

CSILLAGÁSZAT 251

1. A LEGFONTOSABB CSILLAGÁSZATI ÁLLANDÓK ÉS MÉRTÉKEGYSÉGEK 251
2. A NAP, A FÖLD ÉS A HOLD LEGFONTOSABB ADATAI 251
3. A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓINAK FIZIKAI ÉS PÁLYAADATAI 253
4. HOLDAK A NAPRENDSZER NAGYBOLYGÓI KÖRÜL 255
5. A LEGNAGYOBB KISBOLYGÓK ... 259
6. A LEGKÖZELEBBI CSILLAGOK 259
7. A SZABAD SZEMMEL LÁTHATÓ LEGFÉNYESEBB CSILLAGOK 260
8. A CSILLAGKÉPEK NEVE ÉS RÖVIDÍTÉSE 262
9. A TEJÚTRENDSZER FONTOSABB JELLEMZŐI 263
10. A LEGGYAKORIBB KÉMIAI ELEMEK ELŐFORDULÁSI ARÁNYA AZ UNIVERZUMBAN 263

FÖLDRAJZ 264

1. A FÖLD NÉHÁNY ADATA 264
2. A NAP DELELÉSI SZÖGE NEVEZETES SZÉLESSÉGEKEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN 264
3. A NAP DELELÉSI SZÖGÉNEK KISZÁMÍTÁSI MÓDJA AZ ÉSZAKI SZOLÁRIS MÉRSÉKELT ÖVEZETBEN A NAPÉJEGYENLŐSÉGEK (III. 21., IX. 23.) ÉS A NAPFORDULÓK (VI. 22., XII. 22.) IDEJÉN 264
4. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK MÉRETEI 265
5. A FÖLD 8000 MÉTERNÉL MAGASABB HEGYCSÚCSAI 266
6. AZ EGYES ÓCEÁNOK MÉRETEI ... 266
7. A VILÁGÓCEÁN 10 000 MÉTERNÉL MÉLYEBB PONTJAI 266
8. A FÖLD LEGNAGYOBB SZIGETEI . 267
9. A FÖLD LEGNAGYOBB FÉLSZIGETEI 267
10. A FÖLD LEGHOSSZABB FOLYÓI . 267
11. A FÖLD LEGBŐVIZŰBB FOLYÓI . 268
12. EURÓPA LEGNAGYOBB FOLYÓI . 268
13. A FÖLD LEGNAGYOBB TAVAI ... 269

14. A FÖLD LEGMÉLYEBB TAVAI ... 269
15. A FÖLD LEGNAGYOBB SIVATAGJAI ... 269
16. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK JÉGGEL BORÍTOTT TERÜLETEI ... 270
17. AZ EGYES FÖLDRÉSZEK NÉHÁNY NEVEZETES GLECCSERE ... 271
18. A FÖLD LEGHOSSZABB BARLANGJAI ... 271
19. A FÖLD LEGMÉLYEBB BARLANGJAI ... 271
20. „ELSŐ" ESEMÉNYEK A FÖLDTÖRTÉNETBEN ... 272

KÉMIA ... 273

A kémiai gyakorlatban használatos fontosabb fizikai állandók pontos értéke ... 273
1. ELEMEK ... 273
1.1. Az elemek rendszáma, vegyjele, magyar neve különféle sorrendben ... 273
1.2. Az elemek felfedezése ... 277
1.3. Az elemek periódusos rendszere ... 280
1.4. Az elemek fizikai tulajdonságai ... 282
1.5. Fémkristályok rácsállandói ... 285
2. ATOMOK ... 286
2.1. Az elemek stabil nuklidjainak (izotópjainak) előfordulási aránya és pontos moláris tömege ... 286
2.2. Néhány, a természetben előforduló nagyon hosszú felezési idejű radioaktív nuklid (izotóp) mért vagy becsült adatai . 289
2.3. Az atomok százalékos előfordulása a földkéregben ... 290
2.4. Az atomok relatív gyakorisága a Világegyetemben ... 291
2.5. Az emberi test összetétele ... 291
2.6. Az atomok periódusos rendszere ... 292
2.7. Az atomok elektronszerkezete és fizikai tulajdonságai ... 294
2.8. Az atomsugarak változása a periódusos rendszerben ... 298
2.9. Az atomsugarak változása a rendszám függvényében ... 298
2.10. Az elektronegativitás változása a periódusos rendszerben ... 299
2.11. Az elektronegativitás változása a rendszám függvényében ... 299
2.12. Az első ionizációs energia változása a periódusos rendszerben ... 300
2.13. Az első ionizációs energia változása a rendszám függvényében ... 300
2.14. Az atomok részletes elektronszerkezete ... 301
2.15. A kvantumszámok és az elektroneloszlás kapcsolata ... 303
2.16. Az atomok lehetséges és jellemző oxidációs állapotai ... 304
2.17. Az elektronok kötési energiája (eV-ban) a szabad atomok egyes alhéjain, pályáin ... 305
3. IONOK ... 307
3.1. Anionok ionsugara ... 307
3.2. Kationok ionsugara ... 308
3.3. A leggyakoribb összetett ionok jellemzői ... 309
3.4. Néhány ionkristályos vegyület rácsenergiája ... 310
3.5. Hidratált ionok képződéshője 25 °C-on ... 311
4. MOLEKULÁK ... 312
4.1. A molekulageometria alapszerkezetei ... 312
4.2. Egyszerű molekulák, illetve kovalens kötéseik jellemzői ... 313
4.3. A kötési energiák nagyságrendje ... 314
5. KEVERÉKEK, OLDATOK, ELEGYEK 314
5.1. A levegő összetétele ... 314
5.2. Néhány gáz oldhatósága vízben (g/100 g víz) a hőmérséklet függvényében (10^5 Pa nyomáson) ... 315
5.3. Az ammónia vizes oldatának sűrűsége és ammóniatartalma (20 °C-on, 10^5 Pa nyomáson) ... 315
5.4. Etanol–víz elegy etanoltartalma és sűrűsége (20 °C-on) ... 315
5.5. Néhány folyadék molális fagyáspontcsökkenése és forráspont-emelkedése 316
5.6. Szervetlen vegyületek oldhatósága vízben különböző hőmérsékleteken ... 317
5.7. A kénsav-, sósav-, salétromsav-, nátrium-hidroxid- és kálium-hidroxid-oldatok összetétele a sűrűség függvényében (15 °C-on) ... 326
5.8. Savoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) ... 328
5.9. Sóoldatok sűrűsége az összetétel függvényében (20 °C-on) ... 331
5.10. Néhány vegyület végtelen híg oldatra vonatkozó oldáshője ... 332

6. REAKCIÓK 333
6.1. Néhány csapadék oldhatósági szorzata (25 °C-on) 333
6.2. A vízionszorzat értéke 333
6.3. Szervetlen savak savállandói 334
6.4. Bázisok bázisállandói 336
6.5. Vizes közegben használatos sav-bázis indikátorok 337
6.6. Fémes elemek standardpotenciáljai . 338
6.7. A fontosabb gázelektródok, valamint egyes nemfémes elemek standardpotenciáljai 338
6.8. A fontosabb redoxielektródok standard redoxpotenciálja 339
6.9. Gyakrabban használt redoxiindikátorok 339
7. SZERVETLEN VEGYÜLETEK 340
7.1. Szervetlen vegyületek tulajdonságai 340
7.2. Néhány vegyület bomlási hőmérséklete 346
8. SZERVES VEGYÜLETEK 347
8.1. Kisebb atomcsoportok és atomok között kialakuló kovalens kötések kötési energiája (kJ/mol) 347
8.2. Szerves molekulákban gyakori atomkapcsolatokra jellemző átlagos kötéstávolságok és átlagos kötési energiák 348
8.3. Az első húsz alkán tulajdonságai .. 348
8.4. A normál alkánok olvadáspontjának változása a szénatomszámmal 349
8.5. A normál alkánok forráspontjának változása a szénatomszámmal 349
8.6. Szerves anyagok tulajdonságai vegyületcsoportok szerint 350
8.7. A genetikai kód 355
8.8. Az aminosavak jelölése, képlete, moláris tömege 356
8.9. Az aminosavak fizikai és kémiai tulajdonságai 357
8.10. Szerves savak savállandói 358
8.11. A szerves vegyületek nevezéktanának rövid áttekintése 358
9. BALESETVÉDELEM 359
9.1. A figyelmeztető táblákon használatos piktogramok 359
9.2. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett R-mondatok 359
9.3. A vegyszerek csomagolásán feltüntetett S-mondatok 360

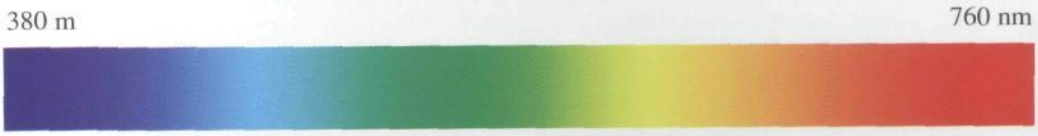
Színkeverés, a látható tartomány spektruma és a fehér fény felbontása prizmával

Színkeverés

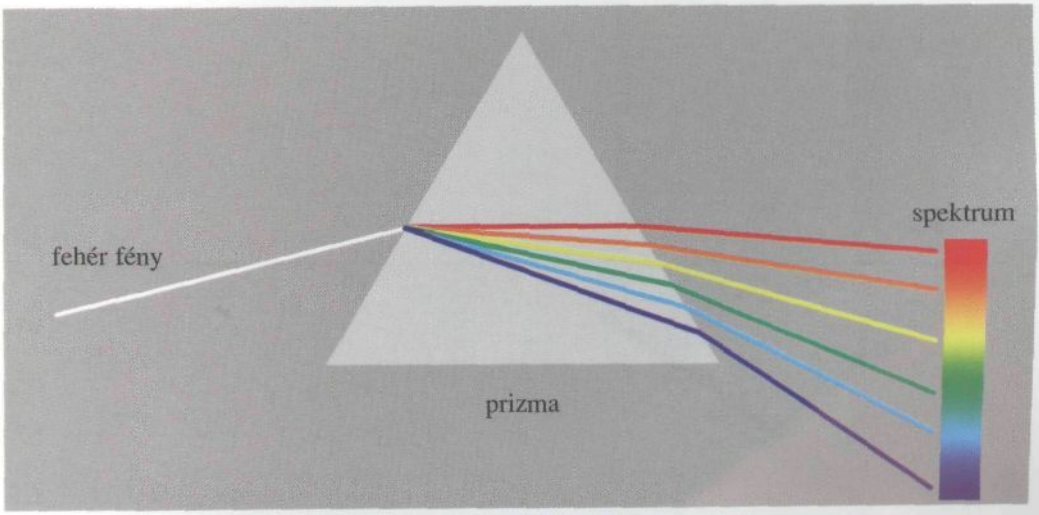
additív színkeverés

szubsztraktív színkeverés

A látható tartomány spektruma



A fehér fény felbontása prizmával



A könyv a régi, az érettségi és a felvételi vizsgákon harminc éve használatos *Négyjegyű függvénytáblázatok. Matematikai, fizikai, kémiai összefüggések* című kiadvány átdolgozott, kiegészített, adattartalmában felfrissített változata.
Elektronikus formában elérhető az interneten, az Oktatási Minisztérium Sulinet webhelyén.
A középiskolai matematika, informatika, fizika, csillagászat, földrajz és kémia tananyagában megtalálható legfontosabb összefüggéseket és a számítási feladatokhoz nélkülözhetetlen adatokat, táblázatokat tartalmazza.

Minden típusú érettségi vizsga követelményeinek megfelel.

1700-...

Raktári szám: 16129/1

9 789631 957037